

О ГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ПОТОКА
В ТРУБОПРОВОДАХ

*А. С. Владиславлев, Б. М. Писаревский,
В. М. Писаревский, В. П. Радченко*

(Москва)

Рассматривается численное решение системы уравнений одномерного изотермического течения совершенного газа в горизонтальной трубе при периодическом законе изменения скорости потока на границе. Проведено сопоставление численного решения с решением линеаризованной задачи. Результаты могут быть использованы для расчета пульсирующего движения газа в трубопроводных системах поршневых компрессоров [1].

Одномерное изотермическое движение совершенного газа в горизонтальной цилиндрической трубе описывается системой квазилинейных гиперболических уравнений [2]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho W) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho W) + \frac{\partial}{\partial x} (P + \rho W^2) + \frac{\lambda}{2D} \rho W |W| = 0 \quad (2)$$

$$P = \rho C^2 \\ 0 < x < L, t > 0 \quad (3)$$

Здесь x — координата вдоль оси трубы, t — время, P , W , ρ — средние по сечению давление, скорость и плотность газа, D — диаметр трубы, λ — коэффициент трения, C — скорость звука.

В качестве начальных условий задается стационарное распределение давления и скорости газа по длине трубы

$$P(x, 0) = P_0 = \text{const}, W(x, 0) = W_0 = \text{const}, 0 \leq x \leq L \quad (4)$$

Пренебрежение потерей напора на трение в начальных условиях для рассматриваемого ниже конкретного примера не оказывает существенного влияния на характеристики потока для моментов времени, достаточно удаленных от начального и представляющих практический интерес. Граничные условия имеют вид

$$W(0, t) = W_0 + W_* \sin \omega t, P(L, t) = P_0 \quad (5)$$

Решение системы (1) — (3) при условиях (4), (5) определялось численно методом конечных разностей (методом сеток). При численном счете использовалась характеристическая форма записи (1) — (3)

$$\frac{\partial P}{\partial t} + (W \pm C) \frac{\partial P}{\partial x} \pm \rho C \left[\frac{\partial W}{\partial t} + (W \pm C) \frac{\partial W}{\partial x} \right] = \pm C \Phi \quad (6) \\ \Phi = -\rho \frac{\lambda}{2D} W |W|$$

Система разностных уравнений для внутренних точек участка $i = 1, 2, \dots, N - 1$ имела вид

$$\begin{aligned} & (P_{i, k+1} - P_{i, k}) / \tau + (W_{i, k} \pm C)(P_{i+1, k+1} - P_{i-1, k+1}) / 2h \pm \\ & \pm (\rho C)_{i, k} [(W_{i, k+1} - W_{i, k}) / \tau + \\ & + (W_{i, k} \pm C)(W_{i+1, k+1} - W_{i-1, k+1}) / 2h] = \pm C \Phi_{i, k} \end{aligned} \quad (7)$$

где h и τ — соответственно шаги прямоугольной сетки по координате x и времени t . При определении решения в граничных точках использовались дополнительные конечно-разностные соотношения, аппроксимирующие соответствующие уравнения системы (6) в окрестности границ. Граничное разностное уравнение для точки $i = 0$ имеет вид

$$\begin{aligned} & (P_{0, k+1} - P_{0, k}) / \tau + (W_{0, k} - C)(P_{1, k+1} - P_{0, k+1}) / h - \\ & - (\rho C)_{0, k} [(W_{0, k+1} - W_{0, k}) / \tau + (W_{0, k} - C)(W_{1, k+1} - W_{0, k+1}) / h] = - C \Phi_{0, k} \end{aligned} \quad (8)$$

Для точки $i = N$ соответственно

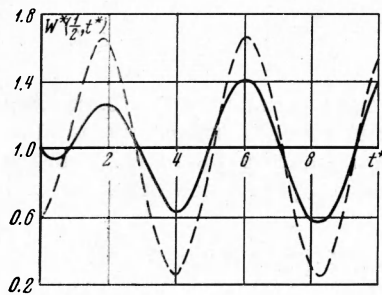
$$\begin{aligned} & (P_{N, k+1} - P_{N, k}) / \tau + (W_{N, k} + C)(P_{N, k+1} - P_{N-1, k+1}) / h + \\ & + (\rho C)_{N, k} [(W_{N, k+1} - W_{N, k}) / \tau + \\ & + (W_{N, k} + C)(W_{N, k+1} - W_{N-1, k+1}) / h] = C \Phi_{N, k} \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогичная неявная разностная схема для решения квазилинейной системы гиперболических уравнений рассматривалась рядом авторов [3-6].

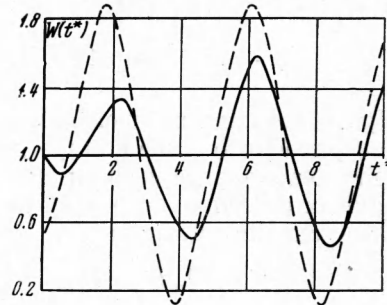
Полученная система разностных уравнений вместе с граничными условиями (5) образует замкнутую систему линейных алгебраических уравнений, для решения которой применялся метод матричной прогонки. Предварительно введением переменных

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L}, \quad t^* = \frac{Ct}{L}, \quad P^* = \frac{P}{P_0}, \quad W^* = \frac{W}{W_0} \\ \bar{V}^* &= \frac{W^*}{W_0}, \quad M = \frac{W_0}{C}, \quad H = \frac{\omega L}{C}, \quad R = \frac{\lambda}{2} \frac{L}{D} \end{aligned} \quad (10)$$

исходная система приводилась к безразмерной форме.



Фиг. 1

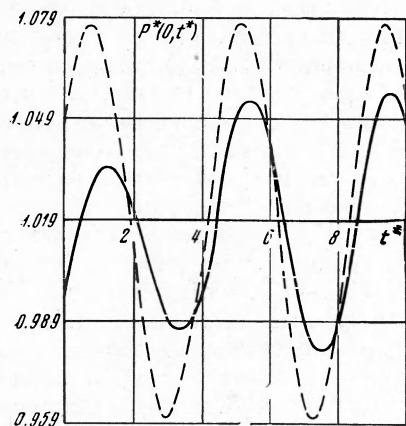


Фиг. 2

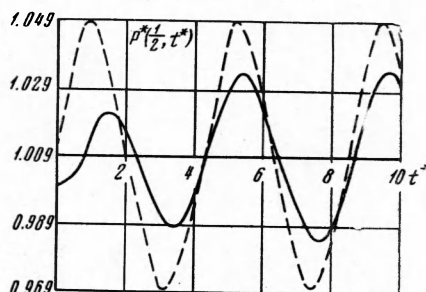
Численные значения параметров для рассматриваемого примера были приняты следующими: $L = 20$ м, $C = 315$ м/сек, $W_0 = 20$ м/сек, $P_0 = 5 \cdot 10^4$ кг/м², $\bar{W}_* = 5$ м/сек, $\omega = 23$ сек⁻¹, $D = 0.05$ м, $\lambda = 0.02$, шаг сетки составлял соответственно $h^* = 0.05$ и $\tau^* = 0.15$.

На фиг. 1—4 сплошными линиями представлены графики зависимости от времени t^* величин скорости газа в средней и конечной точ-

ках и давления в начале и середине трубы. Графики построены на основе расчетов, выполненных с использованием ЭВМ БЭСМ-6. Сходимость численного решения исследовалась практически путем сопоставления с решениями, полученными при вариациях шагов прямоугольной сетки. При этом уменьшение параметров сетки в два раза по сравнению с выбранными приводит к практически незначительным отклонениям в величинах давле-



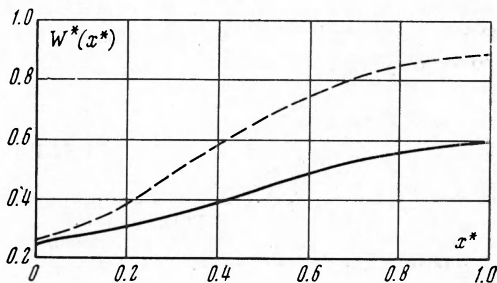
Фиг. 3



Фиг. 4

ния и скорости. Анализ полученных данных показал, что на всем отрезке $0 \leq x^* \leq 1$ при $t^* > 10$ зависимость величин P^* и W^* от времени становится периодической, причем частота колебаний практически совпадает с вынуждающей частотой.

В связи с тем что в настоящее время для решения задач анализа пульсирующего движения газа в трубопроводах применяются основанные на линеаризации исходной системы (1) — (3) приближенные методы [1, 2, 7-9], представляет интерес вопрос об оценке их погрешности. Согласно результатам, полученным в [7, 8] с помощью линеаризации путем представления искомых параметров потока в виде суммы стационарной и малой нестационарной составляющих, для установившегося колебательного процесса при граничных условиях (5) решение линеаризованной системы (1) — (3) может быть представлено в виде



Фиг. 5

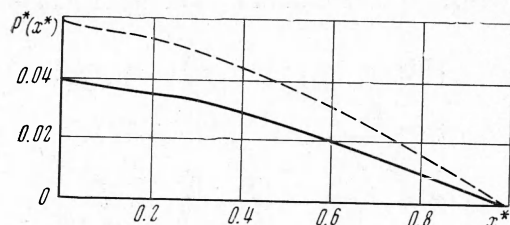
$$W^*(x^*, t^*) = 1 + \frac{V^*}{\text{ch } 2MR + \cos 2H} \{ \sin Ht^* [\cos Hx^* \text{ch } MR(2-x^*) + \cos H(2-x^*) \text{ch } MRx^*] - \cos Ht^* [\sin Hx^* \text{sh } MR(2-x^*) + \sin H(2-x^*) \text{sh } MRx^*] \} \quad (14)$$

$$P^*(x^*, t^*) = 1 + RM^2(1-x^*) + \frac{V^*M}{\text{ch } 2MR + \cos 2H} \{ \sin Ht^* [\cos Hx^* \text{sh } MR \times (2-x^*) - \cos H(2-x^*) \text{sh } MRx^*] + \cos Ht^* [\sin H(2-x^*) \text{ch } MRx^* - \sin Hx^* \text{ch } MR(2-x^*)] \} \quad (12)$$

С помощью этих соотношений на фиг. 1—4 пунктирными кривыми представлены решения линеаризованной системы (1) — (3) в соответствующих точках. Сопоставление показывает, что после окончания переходных

процессов ($t^* > 10$) решения нелинейной и линеаризованной систем становятся весьма близки по частоте и фазе колебаний, но могут значительно отличаться по амплитуде.

На фиг. 5 и 6 соответственно сплошными и пунктирными кривыми представлены распределения по длине амплитуд колебаний скорости и давления для нелинейной и линеаризованной систем. Так как расхождение по амплитудам достигает величины порядка 50%, линеаризация может



Фиг. 6

существенно сказаться на точности определения характеристик колебательного процесса.

Для установления точных границ отношения величин W_* и W_0 , в пределах которых возможна линеаризация системы (1) — (3), необходимы дополнительные исследования. Однако в связи с тем, что это отношение в реальных трубопроводных

системах поршневых компрессоров всегда больше 0.25, можно утверждать, что при использовании линеаризованной системы для анализа газодинамических процессов в трубопроводах полученные результаты оказываются весьма грубыми.

Задача расчета пульсирующего движения газа в конкретной трубопроводной системе поршневого компрессора отличается от рассмотренной тем, что решения системы (1) — (3) на нескольких участках приходится склеивать при помощи граничных условий. Описанный выше численный метод с соответствующими изменениями может быть использован и для этого случая.

Поступила 25 III 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Г л а д к и х П. А., Х а ч а т у р я н С. А. Предупреждение и устранение колебаний нагнетательных установок. М., «Машиностроение», 1964.
2. Ч а р н ы й И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М., Гостехтеоретиздат, 1951.
3. Г о д у н о в С. К. Разностные методы решения уравнений газовой динамики. Новосибирск, 1962.
4. В а с и л ь е в О. Ф., Г о д у н о в С. К., П р и т в и ц Н. А., Т е м н о е в а Т. А., Ф р я з и н о в а И. Л., Ш у г р и н С. М. Численный метод расчета распространения длинных волн в открытых руслах и приложение его к задаче о паводке. Докл. АН СССР, 1963, т. 151, № 3, стр. 525—527.
5. В а с и л ь е в О. Ф., Т е м н о е в а Т. А., Ш у г р и н С. М. Численный метод расчета неустановившихся течений в открытых руслах. Изв. АН СССР, Механика. 1965, № 2, стр. 17—25.
6. В о е в о д и н А. Ф. Газотермодинамический расчет потоков в простых и сложных трубопроводах. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1969, вып. 2, № 8, стр. 45—55.
7. П и с а р е в с к и й Б. М. О неустановившемся движении газа в трубах. Изв. вузов, Нефть и газ, 1971, № 7, стр. 66—70.
8. C h e n Y. N. Calculation of gas vibrations due to simultaneous excitations in reciprocating compressor piping systems with allowance for frictional effect and temperature change in the flow. J. Sound and Vibration, 1967, vol. 5, No. 2, pp. 215—256.
9. K u h l m a n P. Berechnung von Schwingungen in den Rohrleitungen von Kolbenverdichtern. Teil I. VDI — Forschungsh., 1966, Nr 516, S. 7—30.