

**СТРУКТУРНО-ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ
В ПРОИЗВОЛЬНО ТЕКУЩЕЙ РАЗБАВЛЕННОЙ
СУСПЕНЗИИ ЖЕСТКИХ ГАНТЕЛЕВИДНЫХ ЧАСТИЦ
В СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ**

Е. Ю. Таран

(Киев)

К настоящему времени реология разбавленных суспензий жестких гантелей в ньютоновском растворителе достаточно полно изучена. Обзор работ, посвященных этой проблеме, в которых использовался структурный подход при определении эффективной вязкости в простейших течениях или тензора напряжений в произвольных течениях, указан в библиографии работы [1]. Тензор напряжений в произвольно текущей разбавленной суспензии жестких гантелей в ньютоновском растворителе получен с использованием структурно-феноменологического подхода [2].

В данной работе рассматриваются разбавленные суспензии жестких гантелей (2 жестких шарика радиуса a , соединенных жесткой связью) в неньютоновском растворителе, реологическое уравнение состояния которого имеет вид

$$(0.1) \quad \tau_{ij} = -p_s \delta_{ij} + 2m |2d_{km} d_{mk}|^{(n-1)/2} d_{ij},$$

где τ_{ij} — тензор напряжений; p_s — давление; δ_{ij} — символ Кронекера; $d_{km} = (1/2)(v_{k,m} + v_{m,k})$ — тензор скоростей деформации; v_{ij} — тензор градиентов скорости; m — показатель консистенции жидкости; n — параметр, характеризующий степень неньютоновского поведения жидкости. При $n < 1$ эта модель описывает псевдопластические жидкости, при $n > 1$ — дилатантные. Случаю $n = 1$ соответствует ньютоновское поведение. Параметр m в этом случае является ньютоновской вязкостью жидкости.

1. Структурная теория вязкости в простом сдвиговом течении и течении одноосного растяжения. Основные предположения: пренебрегается взаимодействием между взвешенными частицами; не учитывается гидродинамическое взаимодействие между концами (шариками) в гантелевидных частицах; движение взвешенных частиц происходит под действием только гидродинамических сил потока (отсутствует влияние вращательного броуновского движения и электрического или магнитного полей); пренебрегается моментом инерции взвешенных частиц; растворитель взаимодействует со взвешенными частицами как с гидродинамическими телами, обтекание шариков гантели растворителем рассматривается в приближении Стокса.

Обтекание сферической частицы однородным потоком степенной жидкости (0.1) в приближении Стокса впервые рассмотрено в работе [3], результаты которой уточнены в [4—7]. Коэффициент сопротивления шарика радиуса a , движущегося со скоростью U , определяется соотношением [7].

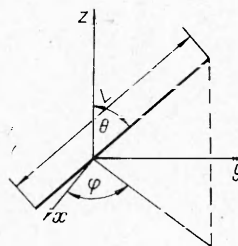
$$(1.1) \quad \zeta = 2\pi J(n) m U^{n-1} a^{2-n},$$

согласно [3],

$$(1.2) \quad J(n) = 2(12/n^2)^{(n+1)/2} F(n),$$

где функция $F(n)$ затабулирована [5], в частности, $J(1) = 3$ (ньютоновская жидкость), коэффициент сопротивления $\zeta = 6\pi\eta a$.

Угловое положение гантели в пространстве будем характеризовать углами φ, θ (см. фигуру) относительно системы прямоугольных декартовых координат (x, y, z) с началом, совпадающим с центром частицы. Предполагается, что переносная скорость частицы совпадает со скоростью растворителя.



Ф и г. 1

Угловую скорость гантели $\omega = \{\omega_\varphi, \omega_\theta\}$ в течении простого сдвига

$$(1.3) \quad v_x = 0, v_y = Kx, v_z = 0, K = \text{const}$$

и в течении одноосного растяжения

$$(1.4) \quad v_x = -(q/2)x, v_y = -(q/2)y, v_z = qz, q = \text{const}$$

рассматриваемой среды получим, приравнявая нулю моменты гидродинамических сил $\mathbf{M} = \{M_\theta, M_\varphi\}$, действующих на частицу,

$$M_\varphi^\perp = \zeta_\varphi^\perp L \sin \theta \left(\frac{KL}{2} \sin \theta \cos^2 \varphi - \dot{\varphi} \frac{L}{2} \sin \theta \right),$$

$$M_\theta^\perp = \zeta_\theta^\perp L \left(\frac{KL}{8} \sin 2\varphi \sin 2\theta - \dot{\theta} \frac{L}{2} \right),$$

$$M_\varphi^\parallel = \zeta_\varphi^\parallel L \sin \theta \left(0 - \dot{\varphi} \frac{L}{2} \sin \theta \right),$$

$$M_\theta^\parallel = \zeta_\theta^\parallel L \left(\frac{L}{2} q \sin \theta \cos \theta - \dot{\theta} \frac{L}{2} \right),$$

где L — расстояние между центрами шариков гантели; первые члены в скобках — составляющие скорости жидкости в окрестности шарика гантели в направлениях изменения углов φ и θ , перпендикулярные оси частицы; вторые члены — линейные скорости конца частицы (шарика) в направлении изменения углов φ и θ ; точки над φ и θ означают полные производные по времени;

$$\zeta_\varphi^\perp = 2\pi J(n) m a^{2-n} \left(\frac{L}{2} \right)^{n-1} \left| \sin \theta (K \cos^2 \varphi - \dot{\varphi}) \right|^{n-1},$$

$$\zeta_\theta^\perp = 2\pi J(n) m a^{2-n} \left(\frac{L}{2} \right)^{n-1} \left| \frac{K}{4} \sin 2\varphi \sin 2\theta - \dot{\theta} \right|^{n-1},$$

$$\zeta_\varphi^\parallel = 2\pi J(n) m a^{2-n} \left(\frac{L}{2} \right)^{n-1} \left| \dot{\varphi} \sin \theta \right|^{n-1},$$

$$\zeta_\theta^\parallel = 2\pi J(n) m a^{2-n} \left(\frac{L}{2} \right)^{n-1} \left| q \sin \theta \cos \theta - \dot{\theta} \right|^{n-1}$$

в соответствии с (1.4). Индексы \perp и \parallel здесь и в дальнейшем означают в простом сдвиговом течении и «в течении одноосного растяжения».

Компоненты угловой скорости частицы при этом определяются уравнениями

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \omega_{\varphi}^{\perp} &\equiv \dot{\varphi} = K \cos^2 \varphi, \\ \omega_{\theta}^{\perp} &\equiv \dot{\theta} = \frac{K}{4} \sin 2\varphi \sin 2\theta; \end{aligned}$$

$$(1.6) \quad \begin{aligned} \omega_{\varphi}^{\parallel} &\equiv \dot{\varphi} = 0, \\ \omega_{\theta}^{\parallel} &\equiv \dot{\theta} = \frac{q}{2} \sin 2\theta, \end{aligned}$$

которые совпадают с соответствующими уравнениями при ньютоновском растворителе.

Из уравнений (1.5), (1.6) следует, что линейная скорость жидкости в окрестности шарика перпендикулярна оси частицы. Поэтому относительная скорость растворителя u_0 , обтекающего концы частицы, направлена вдоль оси частицы. В течениях (1.3), (1.4) она определяется соотношениями

$$(1.7) \quad u_0^{\perp} = \frac{L}{2} K \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi;$$

$$(1.8) \quad u_0^{\parallel} = \frac{qL}{4} (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta).$$

Тогда скорость диссипации энергии при обтекании гантели (2 шарика) растворителем имеет вид

$$(1.9) \quad E_0 = 2 \langle \zeta_0 u_0^2 \rangle,$$

где осреднение осуществляется по всем угловым положениям осей частиц с помощью функции распределения $F(\varphi, \theta)$, определяемой, как и для суспензии в ньютоновском растворителе, из уравнения

$$\operatorname{div}(\omega F) = 0,$$

а коэффициент сопротивления ζ_0 в соответствии с (1.1), (1.7) и (1.8) определяется соотношениями

$$(1.10) \quad \zeta_0^{\perp} = 2\pi J(n) m a^{2-n} \left(\frac{L}{2}\right)^{n-1} |K \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi|^{n-1};$$

$$(1.11) \quad \zeta_0^{\parallel} = 2\pi J(n) m a^{2-n} \left(\frac{L}{2}\right)^{n-1} \left|\frac{q}{2} (2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\right|^{n-1}.$$

Скорость диссипации энергии в единице объема суспензии при этом определится

$$(1.12) \quad E = E_s + N E_0,$$

где E_s — скорость диссипации энергии в единице объема растворителя в отсутствие взвешенных частиц; N — число взвешенных частиц в единице объема суспензии.

Для течений (1.3), (1.4) из (1.3) с учетом (1.7) — (1.11) получается

$$(1.13) \quad \begin{aligned} E^{\perp} &= m |K|^{n+1} + 4\pi N J(n) m a^{2-n} \left(\frac{L}{2}\right)^{n+1} \times \\ &\times \left\langle \left|\frac{K}{2} \sin^2 \theta \sin 2\varphi\right|^{n+1} \left(\frac{K}{2} \sin^2 \theta \sin 2\varphi\right)^2 \right\rangle; \end{aligned}$$

$$(1.14) \quad E^{\parallel} = m [3q^2]^{\frac{n+1}{2}} + 4\pi NJ(n) ma^{2-n} \left(\frac{L}{2}\right)^{n+1} \times \\ \times \left\langle \left| \frac{q}{2} (\cos 2\theta + \cos^2 \theta) \right|^{n+1} \left(q \frac{\cos 2\theta + \cos^2 \theta}{2} \right)^2 \right\rangle.$$

Соотношения (1.13), (1.14) позволяют определить эффективную вязкость μ_a рассматриваемой среды в течениях (1.3), (1.4) по формулам

$$\mu_a^{\perp} = \frac{E^{\perp}}{K^{\perp}}, \quad \mu_a^{\parallel} = \frac{E^{\parallel}}{q^2}.$$

2. Структурно-феноменологическая теория. Из предыдущего раздела следует, что напряженное состояние в разбавленной суспензии жестких гантелей в степенной жидкости должно быть функцией не только скоростей сдвига, но и ориентации взвешенных частиц. Поэтому тензор напряжений, характеризующий напряженное состояние в произвольно текущей разбавленной суспензии жестких гантелей в несжимаемой степенной жидкости (0.1), в отсутствие внешних силовых полей будем искать аналогично [8] в виде

$$(2.1) \quad t_{ij} = f_{ij}(d_{km}, n_l),$$

где n_l — единичный вектор, характеризующий ориентацию гантелевидной частицы в системе координат (x, y, z) ,

$$n_x = \cos \varphi \sin \theta, \quad n_y = \sin \varphi \sin \theta, \quad n_z = \cos \theta.$$

Для получения реологического уравнения состояния (2.1) допустим, что матрица $\{t_{ij}\}$ является изотропной функцией матриц $\{d_{ij}\}$ и $\{n_i n_j\}$, и используем результат Ривлина и Эриксона [9], определивших общий вид изотропной функции матрицы 3-го ранга от двух других матриц 3-го ранга.

При этом получим

$$(2.2) \quad t_{ij} = \alpha_0 \delta_{ij} + \alpha_2 n_i n_j + \alpha_3 d_{ik} d_{kj} + \alpha_4 (d_{ik} n_j n_k + d_{kj} n_k n_i) + \\ + \alpha_1 d_{ij} + \alpha_5 (n_i n_k d_{km} d_{mj} + n_m n_j d_{ik} d_{km}),$$

где $\alpha_i (i = 0, 1, \dots, 5)$ — функции инвариантов

$$(2.3) \quad I_2 = d_{km} d_{mk}, \quad I_3 = d_{mk} d_{kl} d_{lm}, \\ J_1 = d_{km} n_k n_m, \quad J_2 = d_{km} d_{mi} n_k n_i.$$

Поскольку уравнения (1.5), (1.6), определяющие угловые скорости ω^{\perp} и ω^{\parallel} , совпадают с соответствующими уравнениями для суспензий с ньютоновским растворителем, определяющее уравнение для вектора ориентации n_i будем искать аналогично [8] в виде

$$(2.4) \quad \dot{\hat{n}}_i = g_i(n_l, d_{km}),$$

где $\hat{n}_i = \dot{n}_i - \omega_{ij} n_j$, $\omega_{ij} = (1/2) (v_{i,j} - v_{j,i})$ — тензор вихря скорости. Пользуясь теоремой Гамильтона-Кэли, получаем

$$g_i = \beta_1 n_i + \beta_2 d_{ij} n_j + \beta_3 d_{ik} d_{kj} n_j,$$

где $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ — функции инвариантов (2.3). С учетом, что $n_i \dot{\hat{n}}_i = n_i \dot{n}_i = \dot{n}_i n_i = 0$,

(2.4) окончательно примет вид

$$(2.5) \quad \dot{n}_i - \omega_{ij} n_j = \beta_2 (d_{ij} n_j - d_{km} n_k n_m n_i) + \\ + \beta_3 (d_{ik} d_{kj} n_j - d_{km} d_{mp} n_k n_p n_i).$$

Параметры β_2 и β_3 определим, сравнивая $\omega^\perp \{\omega_\phi^\perp, \omega_\theta^\perp\}$ и $\omega^\parallel \{\omega_\phi^\parallel, \omega_\theta^\parallel\}$, определяемые из (2.5) для течений (1.3), (1.4), с их значениями из уравнений (1.5), (1.6).

При этом получим $\beta_2 \equiv 1$, $\beta_3 \equiv 0$.

Таким образом, уравнение, определяющее угловую скорость оси гантели в произвольном течении, имеет вид

$$(2.6) \quad \dot{n}_i = (\omega_{ij} + d_{ij})n_j - d_{km}n_k n_m n_i.$$

Уравнение (2.6) совпадает с соответствующим уравнением для разбавленной суспензии жестких гантелей в ньютоновском растворителе [2].

Из уравнения (2.6) следует, что, как и в ньютоновском растворителе, оси частиц в произвольном течении суспензии распределяются по угловым положениям неравномерно. Функция распределения осей частиц по угловым положениям определяется из уравнения

$$(2.7) \quad \frac{\partial}{\partial n_i} (F \dot{n}_i) = 0.$$

В качестве реологического уравнения состояния разбавленной суспензии жестких гантелей в степенной жидкости (0.1) примем соотношение (2.2), осредненное с помощью функции распределения $F(n_i)$, определяемой уравнениями (2.6), (2.7)

$$(2.8) \quad T_{ij} = \langle t_{ij} \rangle = -p\delta_{ij} + \langle \alpha_1 \rangle d_{ij} + \langle \alpha_2 n_i n_j \rangle + \langle \alpha_3 \rangle d_{ik} d_{kj} + \\ + \langle \alpha_4 n_j n_k \rangle d_{ik} + \langle \alpha_4 n_k n_i \rangle d_{kj} + \langle \alpha_5 n_i n_k \rangle d_{km} d_{mj} + \\ + \langle \alpha_5 n_m n_j \rangle d_{ik} d_{km}.$$

Для определения реологических параметров $\alpha_i (i=1, \dots, 5)$ сравним скорость диссипации энергии в единице объема суспензии в произвольном течении, получаемой с помощью (2.8),

$$(2.9) \quad E = T_{ij} d_{ij} = \langle \alpha_1 \rangle d_{ij} d_{ij} + \langle \alpha_2 n_i n_j \rangle d_{ij} + \langle \alpha_3 \rangle \times \\ \times d_{ik} d_{kj} d_{ij} + \langle \alpha_4 n_k n_j \rangle d_{ik} d_{ij} + \langle \alpha_4 n_k n_i \rangle d_{kj} d_{ij} + \\ + \langle \alpha_5 n_i n_k \rangle d_{km} d_{mj} d_{ij} + \langle \alpha_5 n_m n_j \rangle d_{ik} d_{km} d_{ij}$$

со скоростью диссипации энергии, получаемой с использованием структурного подхода.

Из уравнения (2.6) для произвольного течения так же, как из (1.5), (1.6) для течений (1.3), (1.4), следует, что относительная скорость растворителя, обтекающего концы гантелевидной частицы, направлена вдоль частицы и равна

$$(2.10) \quad u_0 = (L/2) d_{km} n_k n_m.$$

Скорость диссипации энергии при обтекании гантели растворителем при этом определяется по формуле (1.9), где осреднение осуществляется с помощью функции распределения, получаемой из уравнений (2.6), (2.7), а коэффициент сопротивления ζ_0 в соответствии с (1.1), (2.10) определяется соотношением

$$\zeta_0 = 2\pi J(n) m a^{2-n} (L/2)^{n-1} |d_{km} n_k n_m|^{n-1}.$$

Таким образом, скорость диссипации энергии в единице объема суспензии в произвольном течении в соответствии с (1.12) имеет вид

$$(2.11) \quad E = 2m |2d_{km} d_{mk}|^{(n-1)/2} d_{ij} d_{ji} + \\ + 4\pi N J(n) m a^{2-n} (L/2)^{n+1} \langle |d_{km} n_k n_m|^{n-1} (d_{km} n_k n_m)^2 \rangle.$$

Можно проверить, что для течений (1.3), (1.4) выражение (2.11) совпадает с (1.13), (1.14).

Сравнивая (2.9) с (2.11), получаем

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 2m|2I_2|^{(n-1)/2}, \\ \alpha_2 &= N\pi J(n)2^{1-n}ma^{2-n}L^{n+1}|J_1|^{n-1}J_1, \\ \alpha_3 &\equiv \alpha_4 \equiv \alpha_5 \equiv 0. \end{aligned}$$

Поэтому реологическое уравнение состояния разбавленной суспензии жестких гантелей в несжимаемой степенной жидкости имеет вид

$$(2.12) \quad T_{ij} = -p\delta_{ij} + 2m|2d_{km}d_{mk}|^{(n-1)/2}d_{ij} + N\pi J(n)2^{1-n}ma^{2-n}L^{n+1} \langle |d_{km}n_k n_m|^{n-1} d_{km}n_k n_m n_i n_j \rangle.$$

При $n = 1$ (ньютоновский растворитель) приходим к реологическому уравнению, полученному в [2],

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + 2md_{ij} + N3\pi maL^2 d_{km} \langle n_k n_m n_i n_j \rangle.$$

Зависимость $2^{1-n}J(n)$ от n с учетом (1.2) и данных [5] приведена в таблице.

Жесткая гантель может служить моделью жесткой палочкообразной частицы цилиндрической формы длиной L и диаметром d . При этом радиус a шариков гантели определяется соотношением

$$(2.13) \quad a = W(d)/3\pi mL^2,$$

где W — коэффициент вращательного трения палочкообразной частицы длиной L в ньютоновской жидкости с вязкостью $\mu = m$, определяемый экспериментально; $3\pi mL^2$ — коэффициент вращательного трения гантели в ньютоновской жидкости с вязкостью $\mu = m$.

Поэтому уравнение (2.12), величина a в котором определяется (2.13), может служить реологическим уравнением состояния разбавленных суспензий жестких палочкообразных частиц в степенной жидкости. Число частиц в единице объема суспензии N при этом можно выразить через объемную концентрацию Φ взвешенных частиц

$$N = 4\Phi/L\pi d^2.$$

Для примера рассмотрим плоское течение Куэтта

$$(2.14) \quad v_x = 0, v_y = Kx; K = \text{const.}$$

Из (2.6) получим, что взвешенные частицы вращаются с угловой скоростью

$$(2.15) \quad \dot{\varphi} = K \cos^2 \varphi.$$

$\alpha(n)$	n	$2^{1-n} J(n)$	$\alpha(n)$	n	$2^{1-n} J(n)$
155,5555	0,2	15,7786	1,5 π	1,0	3
80,6823	0,3	12,4773	1,5335	1,25	1,3508
50,2122	0,4	10,5692	0,2683 $\cdot 10^{-1}$	2,0	0,5365 $\cdot 10^{-1}$
33,8003	0,5	9,1149	0,1362 $\cdot 10^{-2}$	2,5	0,4408 $\cdot 10^{-2}$
23,4209	0,6	7,7939	0,7066 $\cdot 10^{-5}$	3,33	0,4804 $\cdot 10^{-4}$
16,2591	0,7	6,5100	0,8388 $\cdot 10^{-7}$	4,0	1,0064 $\cdot 10^{-6}$
11,1211	0,8	5,2626	0,8293 $\cdot 10^{-10}$	5,0	0,2253 $\cdot 10^{-8}$
7,4541	0,9	4,1128			

Из (2.8) следует

$$(2.16) \quad \mu_a^\perp = T_{xy}/K = m |K|^{n-1} + 4\pi NJ(n) m a^{2-n} (L/2)^{n+1} \times \\ \times \langle |K \sin \varphi \cos \varphi|^{n-1} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \rangle.$$

Функция распределения для осреднения в (2.16) находится из уравнения

$$(2.17) \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} (\varphi F) = 0,$$

где φ определяется (2.15). Решение (2.17), удовлетворяющее условию нормировки

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\varphi) d\varphi = 1,$$

имеет вид

$$(2.18) \quad F(\varphi) = (1/2\pi) 1/\cos^2 \varphi.$$

Из (2.16) с учетом (2.18) следует, что в течении (2.14) рассматриваемая среда ведет себя, как степенная жидкость со степенью неньютоновского поведения растворителя и с эффективной консистенцией

$$m_a = m \left[1 + 2NJ(n) a^{2-n} \left(\frac{L}{2}\right)^{n+1} \int_0^{2\pi} |\sin \varphi \cos \varphi|^{n-1} \sin^2 \varphi d\varphi \right].$$

Пользуясь тем, что [10]

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+1} \varphi \cos^{n-1} \varphi d\varphi = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right) \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{2\Gamma(n+1)},$$

и учитывая (1.2), получим

$$m_a = m [1 + 4Na^{2-n} L^{n+1} (3/n^2)^{(n+1)/2} F(n) \Gamma^2(n/2) / \Gamma(n)].$$

Зависимость

$$[(m_a - m)/Nm] 1/a^{2-n} L^{n+1} = \alpha(n)$$

от n приведена в таблице. При $n = 1$ (ньютоновский растворитель)

$$[(m_a - m)/Nm] 1/aL^2 = (3/2)\pi,$$

что совпадает с результатами [2].

Поступила 17 IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Bird R. B., Warner H. R. Kinetic theory and rheology of dumbell suspensions with Brownian motion.— In: «Advances in Polym. Sci.» Vol. 8, 1971, p. 1—90.
2. Таран Е. Ю. Реологическое уравнение состояния разбавленных суспензий жестких гайтелей с шариками на концах.— ПМ, 1975.
3. Tomita Yu. On the fundamental formula of non-newtonian flow.— «Bull. JSME», 1959, vol. 2, N 7.
4. Slattery J. C., Bird R. B. Non-newtonian flow past a sphere.— «Chem. Engng. Sci.», 1961, vol. 16, N 3/4.

5. Wallick G. C., Savins J. G., Arterburn D. R. Tomita solution for the motion of a sphere in a power-law fluid.— «Phys. Fluids», 1962, vol. 5, N 3.
6. Wasserman M. L., Slattery J. C. Upper and lower bounds on the drag coefficient of a sphere in a power-model fluid.— «AIChE J.», 1965, vol. 10, N 3.
7. Biardi G., Antolini G., Lesco F., Dente M. Applicazione numerica di un metodo o variazionale alla risoluzione di problema di moto puramente viscoso per fluidi nonnewtoniani.— «Atti Accad. naz. Lincei Rend. Cl. sci. fis., mat. e natur.», 1969, (1970), vol. 47, N 3/4.
8. Ericksen J. L. Transversely isotropic fluids.— «Kolloid Z.», 1960, Bd 173, H. 2.
9. Rivlin R. S., Ericksen J. L. Stress-deformation relations for isotropic material.— «J. Ration. Mech. Anal.», 1955, vol. 4, N 3.
10. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. М., «Наука», 1968, с. 55.

УДК 536.25

ТЕПЛОБМЕН ПРИ ТЕЧЕНИИ СТРУКТУРНО-ВЯЗКИХ СРЕД В ТРУБАХ И КАНАЛАХ

Т. Негматов, П. В. Цой

(Душанбе)

В различных отраслях современной техники широко используются так называемые структурно-вязкие среды, которые по своим физическим свойствам существенно отличаются от обычных ньютоновских жидкостей. К структурно-вязким средам относятся высокополимерные, коллоидные, сыпучие грубодисперсные и другие системы, для которых уже несправедлива гипотеза Ньютона о линейной зависимости между скоростью деформации и напряжением. Нелинейная зависимость между напряжением и градиентом скорости течения — наиболее характерная особенность неньютоновских жидкостей [1], причем эта зависимость чаще выражается формулой Оствальда

$$(1) \quad \tau = k(dw/dr)^m.$$

Для ламинарного гидродинамически стабилизированного течения аномальных жидкостей со степенным реологическим законом (1) поле скоростей в круглой трубе и плоскопараллельном канале запишется формулой

$$(2) \quad w(\xi)/\langle w \rangle = \{[(2 + \Gamma)m + 1]/(m + 1)\} [1 - \xi^{(m+1)/m}],$$

где $\Gamma = 0$, $\xi = (y/h)\text{sign } y$, $-h \leq y \leq h$ для щелевого канала; $\Gamma = 1$, $0 \leq \xi = r/R \leq 1$ для круглой трубы; $\langle w \rangle = w_{\text{ср}}$ — средняя скорость по сечению потока жидкости.

Предположим, что внешняя поверхность трубы (канала) омывается средой с температурой $T_c = \varphi(X)$ и теплообмен с внешней средой происходит по закону Ньютона. Полуограниченная труба имеет предвключенный участок гидродинамической стабилизации, и жидкость с температурой T_0 входит в активную зону трубы с развитой стабилизированной скоростью (2). Тогда для термически тонкой трубы (канала) определение температурного поля в потоке неньютоновской жидкости при общеиз-