

ляется целесообразным, благодаря значительно меньшему времени счета и удовлетворительной оценке минимального коэффициента отражения ( $\gamma_{\min} = 0,096415685$ ).

Поступила 5 V 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Поляк Б. Т. Метод сопряженных градиентов в задачах на экстремум.— ЖВММФ, 1969, т. 9, № 4, с. 807—821.
2. Скоков В. А., Орлова Л. Е. Алгоритм минимизации функций многих переменных при наличии ограничений общего вида. Ротапринт ВЦ МГУ, 1971, вып. 24.
3. Лурье К. А., Мачевариани М. М. Минимизация толщины неоднородного слоя при заданном отражении монохроматической волны.— ПМТФ, 1969, № 1, с. 44—50.
4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., «Наука», 1973.
5. Мачевариани М. М., Миронова В. Д. Минимизация толщины неоднородного поглощающего слоя при заданном модуле коэффициента отражения монохроматической волны.— ПМТФ, 1973, № 1, с. 146—151.
6. Левитин Е. С., Поляк Б. Т. Методы минимизации при наличии ограничений.— ЖВММФ, 1966, т. 6, № 5, с. 787—823.
7. Гласко В. Б., Тихонов А. Н., Тихонравов А. В. О синтезе многослойных покрытий.— ЖВММФ, 1974, т. 14, № 1, с. 135—144.

УДК 534.28

### О ДИНАМИКЕ ТОНКИХ ПЛЕНОК В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*В. М. Сорокин, Г. В. Федорович*

(Москва)

Исследованы колебания тонких проводящих пленок, помещенных в магнитное поле. Выяснено влияние магнитного поля различной ориентации на эффективную упругость пленок и получены дисперсионные соотношения для продольных и поперечных волн.

Из теории упругости известно [1], что свойства волн деформаций в изотропной среде отличны от свойств волн в тонких пленках. Например, для нормальных к плоскости пленки волн деформаций появляется дисперсия, изменяется величина фазовой скорости продольной волны и т. д. Следует ожидать, что в проводящей пленке, внесенной в магнитное поле, возникнут другие моды деформаций, причем их свойства должны отличаться от свойств волн переноса магнитного поля за счет деформации в трехмерной упругой проводящей среде.

Эффекты, связанные с наличием внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}$ , должны проявляться при гораздо меньших полях, так как характерная скорость, связанная с наличием магнитного поля возрастает с уменьшением толщины пленки. В случае тонких проводящих пленок подбором параметров можно добиться превышения магнитоупругой скорости над скоростью звука, т. е. характер распространения деформаций в пленке будет определяться в основном магнитным полем.

Рассмотрим распространение деформаций в тонкой идеально проводящей пленке толщиной  $d$ , помещенной во внешнее однородное постоян-

ное магнитное поле  $\mathbf{H}$ . Чтобы получить уравнение для деформации  $\mathbf{u}$ , воспользуемся уравнениями равновесия тонкой упругой пленки из [1]. Введем декартову систему координат  $x, y, z$  так, что пленка будет расположена в плоскости  $(x, y)$ , а внешнее магнитное поле расположено в плоскости  $(x, z)$  под углом  $\alpha$  к оси  $x$ . Для смещения  $u_z$  имеем уравнение

$$(1) \quad [Ed^3/12(1 - \tau^2)] \Delta^2 u_z - P_z = 0.$$

Для смещений  $u_x$  и  $u_y$  имеем

$$(2) \quad Ed \left[ \frac{1}{1 - \tau^2} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{1}{2(1 + \tau)} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{1}{2(1 - \tau)} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} \right] + P_x = 0;$$

$$(3) \quad Ed \left[ \frac{1}{1 - \tau^2} \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{1}{2(1 + \tau)} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{1}{2(1 - \tau)} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} \right] + P_y = 0,$$

где  $E$  — модуль Юнга;  $\tau$  — коэффициент Пуассона;  $d$  — толщина пленки;  $\mathbf{P}$  — поверхностная плотность силы, вызывающей деформацию. Уравнения колебаний проводящей пленки в магнитном поле можно получить из (1)–(3), если вместо  $\mathbf{P}$  подставить

$$(4) \quad \mathbf{P} = -\rho d \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \frac{1}{c} [\mathbf{i} \times \mathbf{H}],$$

где  $\rho$  — объемная плотность пленки;  $c$  — скорость света;  $\mathbf{i}$  — поверхностная плотность тока в пленке, появляющаяся в результате смещений пленки во внешнем магнитном поле. Первый член в (4) представляет собой произведение ускорения  $d^2 \mathbf{u}/dt^2$  на массу  $\rho d$  единицы поверхности пленки, а второй член — поверхностную плотность силы, действующей на пленку со стороны внешнего магнитного поля  $\mathbf{H}$  при протекании поверхностного тока  $\mathbf{i}$ . Подставляя (4) в (1) — (3), получим

$$(5) \quad \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} - c_l^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} - c_t^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} - (c_l^2 - c_t^2) \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} - \frac{1}{\rho c d} [\mathbf{i} \times \mathbf{H}]_x = 0;$$

$$(6) \quad \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} - c_l^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} - c_t^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} - (c_l^2 - c_t^2) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} - \frac{1}{\rho c d} [\mathbf{i} \times \mathbf{H}]_y = 0;$$

$$(7) \quad \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} + c_{\pm}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta^2 u_z - \frac{1}{\rho c d} [\mathbf{i} \times \mathbf{H}]_z = 0,$$

где

$$c_l = \sqrt{E/\rho(1 - \tau^2)}; \quad c_t = \sqrt{E/2\rho(1 + \tau)}; \quad c_{\pm} = \sqrt{E/3\rho(1 - \tau^2)}.$$

Чтобы замкнуть систему (5)–(7), надо выразить ток  $\mathbf{i}$  через деформации  $\mathbf{u}$ . Для этого рассмотрим возмущение магнитного поля  $\mathbf{h}$  и электрическое поле  $\mathbf{E}$  во всем пространстве, создаваемое колеблющейся проводящей пленкой во внешнем магнитном поле\*. Поля определяются из уравнений Максвелла в областях  $z > 0$  и  $z < 0$

$$(8) \quad \text{rot } \mathbf{E} = - (1/c) \partial \mathbf{h} / \partial t; \quad \text{roth } = (1/c) \partial \mathbf{E} / \partial t; \quad \text{div } \mathbf{h} = 0.$$

\* Уравнения (1) — (3) линейны в случае, когда параметры пленки не зависят от смещения, т. е. когда выполняется условие  $u \ll \lambda$ . При этом условии соотношение (4) не нарушает линейности уравнений (1) — (3), если величины возмущений  $h$  и  $E$  удовлетворяют неравенствам  $h \ll \rho d \lambda \omega^2 / H$ ,  $E \ll \omega \lambda H / c$ .

В плоскости  $z = 0$  уравнения поля переходят в граничные условия [2]

$$(9) \quad \begin{aligned} h_y(+0) - h_y(-0) &= -(4\pi/c)i_x; \\ h_x(+0) - h_x(-0) &= (4\pi/c)i_y; \quad i_z = 0. \end{aligned}$$

Кроме того, электрическое поле в плоскости  $z = 0$  в случае идеально проводящей пленки выражается через деформации следующим образом:

$$(10) \quad \mathbf{E}_0(x, y, 0) = -(1/c)\partial[\mathbf{u}(x, y) \times \mathbf{H}]/\partial t.$$

При граничном условии (10) электрическое поле можно найти с помощью уравнений (8) и, следовательно, определить магнитное поле выше и ниже плоскости  $z = 0$ . Скачок магнитного поля в плоскости  $z = 0$  соотношением (9) связан с величинами  $\mathbf{i}$  и  $\mathbf{u}$ .

Будем полагать, что все величины зависят от времени  $t$  и радиус-вектора  $\mathbf{r}$  в плоскости  $(x, y)$ , как  $\exp\{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}\}$ , тогда поле удовлетворяет уравнению

$$(11) \quad d^2\mathbf{E}/dz^2 - q^2\mathbf{E} = 0; \quad q^2 = k^2 - \omega^2/c^2; \quad \text{Re } q > 0.$$

Решение уравнения (11) с граничным условием (10) имеет вид

$$(12) \quad \begin{aligned} \mathbf{E}(k, \omega, z) &= \mathbf{E}_0(k, \omega) \exp(-qz), \quad z > 0; \\ \mathbf{E}(k, \omega, z) &= \mathbf{E}_0(k, \omega) \exp(qz), \quad z < 0. \end{aligned}$$

Выражение для касательных компонент  $\mathbf{h}$  получим из (8) с использованием (12)

$$(13) \quad \begin{aligned} h_x &= (c/i\omega)\{ik_y E_{0z} \exp(-qz) + qE_{0y} \exp(-qz)\}, \\ h_y &= (c/i\omega)\{-qE_{0x} \exp(-qz) - ik_x E_{0z} \exp(-qz)\}, \quad z > 0; \\ h_x &= (c/i\omega)\{ik_y E_{0z} \exp(qz) - qE_{0y} \exp(qz)\}, \\ h_y &= (c/i\omega)\{qE_{0x} \exp(qz) - ik_x E_{0z} \exp(qz)\}, \quad z < 0. \end{aligned}$$

Подставляя (13) в (9), используя (10), получим

$$(14) \quad \mathbf{i}(k, \omega) = (c/2\pi)k[\mathbf{u}(k, \omega) \times \mathbf{H}].$$

В (14) пренебрегаем эффектами, связанными с конечностью скорости света, т. е. полагаем  $q \approx k$ . Выражение (14) замыкает систему (5)–(7), которую можно записать в виде

$$(15) \quad \begin{aligned} \left\{ -\omega^2 + c_l^2 k_x^2 + c_l^2 k_y^2 + 2a^2 \frac{k}{d} \sin^2 \alpha \right\} u_x + (c_l^2 - c_t^2) k_x k_y u_y - \\ - 2a^2 \frac{k}{a} \sin \alpha \cdot \cos \alpha u_z = 0; \\ (c_l^2 - c_t^2) k_x k_y u_x + \left\{ -\omega^2 + c_l^2 k_y^2 + c_t^2 k_x^2 + 2a^2 \frac{k}{d} \right\} u_y = 0; \\ - 2a^2 \frac{k}{d} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot u_x + \left\{ -\omega^2 + c_{\perp}^2 \frac{k^4}{4} + 2a^2 \frac{k}{d} \cos^2 \alpha \right\} u_z = 0, \end{aligned}$$

где  $a^2 = H^2/4\pi\rho$ .

Рассмотрим случай  $\alpha = \pi/2$ . При этом, как следует из (15), на деформацию  $u_z$  магнитное поле не оказывает влияния, а для касательной деформации  $\mathbf{u}_k$  из (15) получим

$$(16) \quad -\omega^2 \mathbf{u}_k + c_t^2 k^2 \mathbf{u}_k + (c_l^2 - c_t^2) \mathbf{k} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_k) + \frac{2a^2}{d} k \cdot \mathbf{u}_k = 0.$$

Из (16) можно получить дисперсионные соотношения для продольных и поперечных волн. Для этого  $\mathbf{u}_k$  представим в виде

$$(17) \quad \mathbf{u}_k = \mathbf{u}_l + \mathbf{u}_t,$$

причем  $(\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_t) = 0$ , так как поперечные деформации не меняют объем и, следовательно,  $\text{div } \mathbf{u}_t = 0$ , а также  $[\mathbf{k} \times \mathbf{u}_l] = 0$ , так как  $\text{rot } \mathbf{u}_l = 0$ . Подставляя (17) в (16) и умножая скалярно на  $k$ , получим

$$\mathbf{k} \cdot \left\{ -\omega^2 \mathbf{u}_l + c_l^2 k^2 \mathbf{u}_l + \frac{2a^2}{d} k \cdot \mathbf{u}_l \right\} = 0.$$

Так как векторное произведение  $\mathbf{k}$  на скобку равно нулю, следовательно, выражение в скобке равно нулю, отсюда получаем соотношение для продольных волн. Аналогичное соотношение получается и для поперечных волн, где вместо  $c_l$  находится  $c_t$ . Таким образом, уравнения для продольных и поперечных волн разделяются, дисперсионные соотношения имеют вид

$$(18) \quad \omega_{l,t} = \sqrt{c_{l,t}^2 k^2 + \frac{2a^2}{d} k}.$$

Из (18) видно, что, если  $a = 0$ , то  $c_l$  и  $c_t$  — фазовые скорости соответственно продольных и поперечных волн. Включение магнитного поля приводит к появлению дисперсии, и волны распространяются с групповыми скоростями  $\mathbf{U} = \partial \omega / \partial \mathbf{k}$ , которые можно получить, используя (18)

$$(19) \quad \mathbf{U}_{l,t} = \frac{c_{l,t}^2 k + a^2}{\sqrt{c_{l,t}^2 k^2 + 2a^2 k}} \cdot \frac{\mathbf{k}}{k}, \quad \kappa = kd.$$

Для сильных магнитных полей ( $a \gg c_{l,t} \sqrt{\kappa}$ ) из (19) получим  $U_H = a/\sqrt{2\kappa}$ , т. е. с уменьшением  $\kappa$  скорость возрастает. Этот рост скорости объясняется тем, что с уменьшением  $\kappa$  уменьшается толщина пленки и, следовательно, масса единицы площади, что при неизменности поверхностной плотности силы приводит к увеличению скорости движения единицы площади поверхности.

Рассмотрим случай  $\alpha = 0$ . Система (15) при  $\alpha = 0$  имеет вид

$$(20) \quad \begin{aligned} & \{-\omega^2 + c_l^2 k_x^2 + c_t^2 k_y^2\} u_x + (c_l^2 - c_t^2) k_x k_y u_y = 0; \\ & (c_l^2 - c_t^2) k_x k_y u_x + \left\{ -\omega^2 + c_l^2 k_y^2 + c_t^2 k_x^2 + 2a^2 \frac{k}{d} \right\} u_y = 0; \\ & \left\{ -\omega^2 + c_\perp^2 \frac{k^4}{4} + 2a^2 \frac{k}{d} \right\} u_z = 0. \end{aligned}$$

Из (20), видно, что волна  $u_z$  распространяется независимо от  $\mathbf{u}_k$  и ее дисперсионное соотношение имеет вид

$$\omega = \sqrt{c_\perp^2 / 4 \cdot k^4 + 2a^2 / d \cdot k}.$$

Групповая скорость дается выражением

$$(21) \quad U_{\perp} = \frac{c_{\perp}^2 \kappa^3 + 2a^2}{\sqrt{c_{\perp}^2 \kappa^4 + 8a^2 \kappa}} \cdot \frac{\mathbf{k}}{k}.$$

Для сильных магнитных полей из (21) получаем

$$U_{\perp} = (a/\sqrt{2\kappa}) \cdot \mathbf{k}/k = U_H.$$

Величина  $U_{\perp}$ , согласно (21), как функция  $\kappa$  имеет минимум в точке  $\kappa_0 = 0,8(a/c_{\perp})^{2/3}$ , причем  $|U(\kappa_0)| = 0,92a^{2/3}c_{\perp}^{1/3}$ . При  $\kappa \gg \kappa_0$   $U \approx c_{\perp}\kappa$ . Следует помнить, что все уравнения справедливы для  $\kappa \ll 1$ , так как принято, что  $d \ll \lambda$ .

Для  $U_k$  из (20) имеем дисперсионное соотношение

$$\omega^4 - \omega^2 \left[ (c_l^2 + c_t^2) k^2 + \frac{2a^2}{d} k \right] + \left[ c_l^2 c_t^2 k^4 + (c_l^2 k_x^2 + c_t^2 k_y^2) \frac{2a^2}{d} k \right] = 0,$$

откуда

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left[ (c_l^2 + c_t^2) k^2 + \frac{2a^2}{d} k \right] \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left[ (c_l^2 + c_t^2) k^2 + \frac{2a^2}{d} k \right]^2 - \left[ c_l^2 c_t^2 k^4 + (c_l^2 k_x^2 + c_t^2 k_y^2) \frac{2a^2}{d} k \right]}.$$

Для сильных магнитных полей  $a \gg c_l \sqrt{\kappa}$  частота зависит от  $k$  следующим образом:

$$\omega_1 = a \sqrt{\frac{2k}{d}} - (c_l^2 k_x^2 + c_t^2 k_y^2) \frac{1}{2a} \sqrt{\frac{d}{2k}}, \quad \omega_2 = \sqrt{c_l^2 k_x^2 + c_t^2 k_y^2}.$$

Групповая скорость, соответствующая частоте  $\omega_1$ ,

$$U_{1x} = \left\{ \frac{a}{\sqrt{2kd}} - \frac{c_l^2}{a} \sqrt{\frac{kd}{2}} + \frac{c_l^2 k_x^2 + c_t^2 k_y^2}{4ak^2} \sqrt{\frac{kd}{2}} \right\} \frac{k_x}{k};$$

$$U_{1y} = \left\{ \frac{a}{\sqrt{2kd}} - \frac{c_t^2}{a} \sqrt{\frac{kd}{2}} + \frac{c_l^2 k_x^2 + c_t^2 k_y^2}{4ak^2} \sqrt{\frac{kd}{2}} \right\} \frac{k_y}{k}.$$

Зависимость групповой скорости, направленной вдоль волнового вектора  $\mathbf{k}$  от угла  $\varphi = \text{arctg } k_y/k_x$ , имеет вид

$$U_1/U_H = \left( \mathbf{U}_1 \cdot \frac{\mathbf{k}}{k} \right) / U_H = 1 - \frac{3}{4} \frac{c_l^2 \cos^2 \varphi + c_t^2 \sin^2 \varphi}{a^2} \kappa, \quad c_l > c_t.$$

Найдем зависимость от угла  $\varphi$  поперечной групповой скорости  $U_t$  из условия  $U_t^2 = U^2 - U_1^2$ . Подставляя значения  $U$  и  $U_1$  для  $U_t$ , получим

$$U_t = \frac{c_l^2 - c_t^2}{a} \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \sqrt{\frac{\kappa}{2}}.$$

Таким образом, групповая скорость совпадает с направлением распространения волны только при распространении вдоль магнитного поля

и поперек него. При других углах  $\varphi$  направление  $U_1$  не совпадает с направлением  $\mathbf{k}$ .

Следует отметить, что в рассматриваемом случае возникает еще одна мода волн, удовлетворяющая дисперсионному соотношению  $\omega_2 = \sqrt{c_l^2 k_x^2 + c_t^2 k_y^2}$  и не зависящая от магнитного поля, но возникающая только в сильных магнитных полях (в том смысле, в котором это понималось выше). Компоненты групповой скорости

$$U_{2x} = \frac{c_l^2 \cos \varphi}{\sqrt{c_l^2 \cos^2 \varphi + c_t^2 \sin^2 \varphi}}; \quad U_{2y} = \frac{c_t^2 \sin \varphi}{\sqrt{c_l^2 \cos^2 \varphi + c_t^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Продольная групповая скорость  $U_{2l}$  и поперечная  $U_{2t}$

$$U_{2l} = \sqrt{c_l^2 \cos^2 \varphi + c_t^2 \sin^2 \varphi}; \quad U_{2t} = \frac{c_l^2 - c_t^2}{\sqrt{c_l^2 \cos^2 \varphi - c_t^2 \sin^2 \varphi}} \sin \varphi \cdot \cos \varphi.$$

Для плоской волны вдоль  $x$  из (20) имеем

$$\left(-\omega^2 + c_l^2 k_x^2\right) u_x = 0; \quad \left(-\omega^2 + c_t^2 k_x^2 + 2a^2 \frac{k_x}{d}\right) u_y = 0.$$

Таким образом, продольная волна, распространяющаяся вдоль магнитного поля, имеет фазовую скорость  $c_l$ , и магнитное поле на нее не оказывает влияния. В поперечной волне, распространяющейся вдоль  $\mathbf{H}$ , магнитное поле приводит к дисперсии, причем групповая скорость  $U_t = (c_t^2 k_x^2 + a^2) / \sqrt{c_t^2 k_x^2 + 2a^2 k_x}$ . Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси  $y$  перпендикулярно  $\mathbf{H}$ , из (20) получаем

$$\left(-\omega^2 + c_t^2 k_y^2 + 2a^2 \frac{k_y}{d}\right) u_y = 0; \quad \left(-\omega^2 + c_l^2 k_y^2\right) u_x = 0.$$

В этом случае продольная волна  $u_y$  имеет дисперсию, аналогичную дисперсии поперечной волны в предыдущем случае, если заменить  $c_t$  на  $c_l$ , а поперечная волна  $u_x$  распространяется с фазовой скоростью  $c_l$ .

Если поле  $H$  велико и углы  $\alpha$  близки к  $\pi/4$ , то из (15) получим

$$\begin{aligned} -2a^2(k/d) \sin \alpha \cdot \cos \alpha u_x + (-\omega^2 + 2a^2(k/d) \cos^2 \alpha) u_z &= 0; \\ (-\omega^2 + 2a^2(k/d) \sin^2 \alpha) u_x - 2a^2(k/d) \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot u_z &= 0; \\ (-\omega^2 + 2a^2 k/d) u_y &= 0. \end{aligned}$$

Волна  $u_y$  распространяется независимо с групповой скоростью  $a/\sqrt{2\kappa} \cdot \mathbf{k}/k$ . Дисперсионное соотношение для волн  $u_x, u_z$

$$\omega^2 = 2a^2 k/d$$

приводит к групповой скорости  $a/\sqrt{2\kappa} \cdot \mathbf{k}/k$ . Таким образом, все три деформации распространяются вдоль вектора  $\mathbf{k}$  с одинаковой скоростью  $U_H$  независимо от угла наклона  $\alpha$ .

Приведем численные оценки. Альфвеновская скорость сравнима со скоростью звука в упругой среде при  $H^* \sim \sqrt{E}$  (для стали  $E = 2 \times 10^6$  кг/см<sup>2</sup>, тогда  $H^* \approx 10^6$  Э). Для тонкой пленки  $H^* \sim \sqrt{Ed/\lambda}$ , где 12\*

$\lambda$  — длина волны, т. е. при  $d \ll \lambda$  влияние магнитного поля на деформацию будет сказываться при гораздо меньших  $H$ . Кроме того, можно напылить проводящий слой на пленку из материалов с малым модулем Юнга (например, резина, полиэтилен и т. д.), для которых рассматриваемые эффекты появляются при магнитных полях порядка нескольких эрстед.

Поступила 11 VI 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М., «Наука», 1965.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959.

УДК 534.22

### РАССЕЯНИЕ И ДИСПЕРСИЯ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В ПОЛИКРИСТАЛЛАХ ОРТОРОМБИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ

А. А. Усов, А. Г. Фокин, Т. Д. Шермергор

(Москва)

Методом перенормировки уравнений движения вычислены коэффициенты рассеяния и скорости распространения продольных и поперечных ультразвуковых волн в поликристаллах орторомбической и более высокой симметрии. Полученные формулы сравниваются с известными асимптотическими выражениями для длинных и коротких волн. Численный расчет, выполненный для алюминия, показывает, что при  $qa \sim 1$  ( $q$  — волновое число,  $a$  — масштаб корреляций) показатель степени, определяющий частотную зависимость коэффициента рассеяния для поперечных волн, монотонно убывает от 4 до 2, а для продольных волн эта зависимость немонотонная — показатель степени убывает от 4 до 1, после чего возрастает до 2. В рэлеевской области ( $q_1 a < 1$ ) коэффициент рассеяния продольных волн возрастает со степенью меньше 4.

Рассеянию ультразвука на зернах неоднородности поликристаллов посвящено значительное количество работ, обзор которых дан в [1]. Сложность расчета приводит к тому, что обычно ограничиваются рассмотрением лишь длинноволновой и коротковолновой асимптотик, а область, для которой длина волны порядка средних размеров зерен, остается неисследованной. Цель данной работы — рассчитать скорость распространения ультразвуковых волн и коэффициента их рассеяния во всей области длин волн.

1. Будем считать, что симметрия поликристалла не ниже орторомбической, и проведем расчет в корреляционном приближении, предложенном в [2]. Методика расчета изложена в [2, 3], где показано, что для нахождения скорости и коэффициента рассеяния необходимо вычислить интеграл

$$(1.1) \quad I_{pqrs} = \int G_{pr}(\mathbf{r}, \omega) [\varphi(\mathbf{r}) \cos \mathbf{qr}]_{,qs} dV,$$

где  $G_{pr}$  — тензор Грина волнового уравнения для среды с осредненными свойствами;  $\varphi(\mathbf{r})$  — координатная зависимость бинарной корреляционной