вает переходный процесс. Положение этой точки определяет величину L. Оценку L можно получить явно из вида $A(x)$, $B(x)$ в области параметрического развития триады [10]:

$$\left|\frac{a(x_1)}{b(x_1)}\right| = \left|\frac{a(x_0)}{b(x_0)} \exp\left[\frac{b(x_0)\, v_1 S}{\gamma v} \exp \int\limits_{x_0}^{x_1} \gamma_1 \frac{dx}{v_1} - \int\limits_{x_0}^{x_1} \gamma_1 \frac{dx}{v_1}\right]\right| \simeq \frac{1}{10}.$$

Определение L имеет практическое значение для управления переходом в пограничном слое. Следует, однако, подчеркнуть, что рассматриваемые условия соответствуют идеальным управляющим вибраторам, не влияющим на уровень субгармонических колебаний. В реальных условиях это, по-видимому, не так. Лента возбуждает спектр низкочастотных возмущений. Последние, сами взаимодействуя, могут обусловить переход. Исходя из этого, можно рекомендовать располагать управляющие устройства в области Re, в которой субгармонические колебания остаются устойчивыми.

Полученные результаты позволяют описать механизм ЭУ в рамках простой модели и подтверждают представление о резонансно-волновой природе начальной стадии C-перехода.

В заключение авторы выражают благодарность В. Я. Левченко за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я.** Возникновение турбулентности в пограничном слое.— Новосибирск: Наука, 1982.
2. **Герценштейн С. Я., Штемлер Ю. М.** Нелинейное развитие возмущений в пограничных слоях и их устойчивость.— ДАН СССР, 1977, т. 234, № 6.
3. **Зельман М. Б., Масленникова И. И.** Об эффектах резонансных взаимодействий волновых возмущений в пограничном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 4.
4. **Зельман М. Б., Масленникова И. И.** О резонансном взаимодействии пространственных возмущений в пограничном слое.— ПМТФ, 1985, № 3.
5. **Herbert T.** Subharmonic three-dimensional disturbances in unstable plane shear flows. AIAA Paper N83—1759, 1983.
6. **Штерн В. Н.** О неустойчивости к трехмерным возмущениям.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, № 5.
7. **Thomas A. S. W.** The control of boundary-layer transition using a wave-superposition principle.— J. Fluid Mech., 1983, v. 137.
8. **Гилёв В. М., Козлов В. В.** Влияние периодического вдува-отсоса на процесс перехода в пограничном слое. Препринт № 1.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1985.
9. **Laurien E., Kleiser L.** Numerical simulation of active transition control by wave superposition. DFVLR AVA-221-84 A14, 1984.
10. **Володин А. Г., Зельман М. Б.** Трехволновое резонансное взаимодействие возмущений в пограничном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 5.

Поступила 28/X 1985 г.

УДК 532.526.013.4

О ВОСПРИИМЧИВОСТИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ К АКУСТИЧЕСКИМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

В. Н. Жигулев, А. В. Федоров

(*Москва*)

Известно, что в случае малых внешних возмущений ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое обусловлен развитием неустойчивых собственных колебаний — волн Толлмина — Шлихтинга (ТШ) [1, 2]. Местоположение зоны перехода и характер развития переходного процесса существенно зависят от восприимчивости пограничного слоя к внешним возмущениям, т. е. от механизмов возбуждения волн ТШ фоновыми возмущениями. К типичным механизмам генерации волн неустойчивости относится рассеяние акустических волн на пространственных неоднородностях течения, обусловленных неровностью обтекаемой поверхности или неоднородными граничными условиями (неравномерный нагрев стенки, локальный массообмен через проницаемую поверхность и т. п.).

В [3] экспериментально исследовалось возбуждение волн ТШ продольной акустической волной на малой локальной неровности плоской пластины. Асимптотический анализ этой задачи выполнен в [4] методом сращиваемых разложений для случая, когда неровность расположена в окрестности первой ветви нейтральной кривой. Генерация волн ТШ звуком на синусоидальной и распределенной волнистостях обтекаемой пластины рассмотрена в [5] при малых числах Маха набегающего потока.

В настоящей работе теоретически исследуется возбуждение волн ТШ акустической волной на локальной пространственной неоднородности течения в пограничном слое сжимаемого газа. Анализ проводится с помощью разложения решений по системе собственных функций линеаризованных уравнений Навье — Стокса [6, 7]. Генерация волн неустойчивости — следствие слабого нелинейного взаимодействия звука с неоднородностью течения. Расчеты по возбуждению волны ТШ на отдельной неровности в пограничном слое на плоской пластине хорошо согласуются с экспериментальными данными [3].

Если локальные неоднородности малы или удалены от точки потери устойчивости, так что конечные амплитуды генерируемых волн ТШ невелики, то может стать доминирующей распределенная генерация волн неустойчивости. В этом случае возбуждение вызвано рассеянием акустической волны на слабой неоднородности, обусловленной непараллельностью течения в пограничном слое [8—10]. В данной работе выполнено сравнение эффективностей генерации волн ТШ звуком на локальной неровности и на распределенной неоднородности течения.

1. Рассмотрим течение сжимаемого газа в двумерном пограничном слое. На расстоянии L от передней кромки обтекаемой пластины расположена неровность, вызывающая стационарное возмущение в пограничном слое. Внешняя акустическая волна с заданной амплитудой и частотой ω падает под углом ψ к пластине, рассеивается на неровности и возбуждает волну ТШ той же частоты. Необходимо определить характеристики генерируемой волны ТШ.

Введем систему координат, как показано на рис. 1. Выберем характерные масштабы длины по оси x — L, по оси y — $\delta = (\nu_\infty L/U_\infty)^{1/2}$, характерное время — δ/U_∞ (ν_∞, U_∞ — кинематическая вязкость и скорость в набегающем потоке). Ограничимся рассмотрением двумерных возмущений. Поле течения опишем вектор-функцией

$$\mathbf{\Psi}(x, y, t) = \left(u, \frac{\partial u}{\partial y}, v, p, \theta, \frac{\partial \theta}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial \theta}{\partial x}\right),$$

где u, v — x- и y-компоненты скорости, отнесенные к U_∞; p — давление в единицах $\rho_\infty U_\infty^2$(ρ — плотность); θ — температура, отнесенная к температуре набегающего потока T_∞.

Представим возмущенное поле течения в виде

$$\mathbf{\Psi}(x, y, t) = \mathbf{Q}(x, y) + h\mathbf{q}(x, y) + \mathrm{Re}\,[\mathbf{A}(x, y)e^{-i\omega t}]. \tag{1.1}$$

Здесь $\mathbf{Q}(x, y)$ описывает основное течение в пограничном слое на ровной поверхности и меняется по оси x на масштабе L; $\mathbf{A}(x, y)$ — амплитуда нестационарного возмущения, включающего внешнюю акустическую волну; $\mathbf{q}(x, y)$ соответствует стационарному возмущению от неровности, локализованной на масштабе εL; $\varepsilon = \mathrm{R}^{-1} = (\nu_\infty/U_\infty L)^{1/2} \ll 1$.

Форма неровности задается уравнением

$$y_w(s) = hf(s), \quad s = \varepsilon^{-1}(x - x_*), \quad f(s) = O(1)$$

($x_* = 1$ — координата центра неровности). Предполагается, что высота неровности h много меньше толщины вязкого подслоя. Тогда возмущение от неровности описывается линеаризованными уравнениями Навье — Стокса [4, 11].

Подставляя (1.1) в уравнения Навье — Стокса и удерживая члены порядка ε, h для нестационарного возмущения и члены порядка h для стационарного, получим

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(L_0 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y}\right) + L_1 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial y} = H_1 \mathbf{A} + \varepsilon H_2 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} + \varepsilon H_3 \mathbf{A} + hH_4(\mathbf{q})\,\mathbf{A}; \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(L_0 \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y}\right) + L_1 \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} = H_1 \mathbf{q} + \varepsilon H_2 \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x}. \tag{1.3}$$

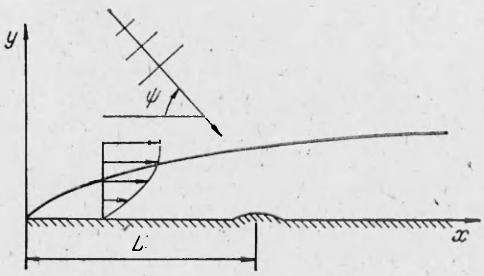

Рис. 1

Матрицы L_0, L_1, H_1, H_2 размерностью 9×9 зависят от основного течения, частоты и от x как от параметра. Их явный вид дан в [7]. В (1.3) элементы матриц вычисляются при $\omega = 0$. Оператор H_3 содержит члены, обусловленные непараллельностью основного течения. Оператор H_4 описывает нелинейное взаимодействие стационарного $\mathbf{q}$ и нестационарного $\mathbf{A}$ возмущений.

Для теплоизолированной высокотемпературопроводной поверхности выполняются граничные условия

$$(1.4)\qquad \Psi_1(x, y_w, t) = \Psi_3(x, y_w, t) = 0,\ \Psi_5(x, y_w, t) = T_{wa},$$

где T_{wa} — температура теплоизолированной стенки. Раскладывая (1.4) в ряд в окрестности $y = 0$, имеем с точностью $O(h) + O(\varepsilon)$

$$(1.5)\qquad A_1(x, 0) = A_3(x, 0) = A_5(x, 0) = 0;$$

$$(1.6)\qquad q_1(x, 0) = -U_w' f(s),\quad q_3(x, 0) = q_5(x, 0) = 0,\quad U_w' = Q_2(x, 0).$$

При $y \to \infty$ предполагаются ограниченность нестационарного возмущения и затухание стационарного возмущения:

$$(1.7)\qquad |\mathbf{A}(x, y)| < \infty,\ y \to \infty;$$

$$(1.8)\qquad |\mathbf{q}(x, y)| \to 0,\ y \to \infty.$$

В сечении x_0, расположенном достаточно далеко вверх по потоку от локальной неровности, задано начальное условие

$$(1.9)\qquad \mathbf{A}(x_0, y) = \mathbf{A}_0(y)$$

($\mathbf{A}_0(y)$ — амплитуда звуковой волны).

Предполагается, что стационарное возмущение $\mathbf{q}(x, y)$ локализовано возле неровности и затухает вверх и вниз по потоку от нее. Таким образом, для описания нестационарного поля течения необходимо найти стационарное поле $\mathbf{q}$ из системы (1.3), (1.6), (1.8) и решить смешанную задачу (1.2), (1.5), (1.7), (1.9). Такая постановка соответствует главному приближению для слабого нелинейного взаимодействия возмущений.

2. Амплитуду нестационарного возмущения $\mathbf{A}$ разложим по биортогональной системе собственных функций $\{\mathbf{A}_\alpha, \mathbf{B}_\alpha\}$ локально-однородной задачи [7], которая получается из (1.2), если пренебречь третьим и вторым членами в правой части:

$$\mathbf{A}(x, y) = \sum_\alpha{}' c_\alpha(x)\,\mathbf{A}_\alpha(x, y)\exp\varphi_\alpha(x),\qquad \varphi_\alpha = i\int_{x_0}^{x}\varepsilon^{-1}\alpha\,dx$$

($\sum_\alpha{}'$ обозначает суммирование по дискретному и интегрирование по непрерывному спектрам). Здесь и далее собственные значения α обезразмерены по масштабу длины δ. Анализ спектра и свойств биортогональной системы проведен в [7]. Выполняются соотношения ортогональности

$$(2.1)\qquad \langle H_2\mathbf{A}_\alpha, \mathbf{B}_\beta\rangle = \Delta_{\alpha\beta},\quad \langle H_2\mathbf{A}, \mathbf{B}\rangle = \int_0^\infty \sum_{i,j=1}^{9} H_2^{ij} A_j \bar{B}_i\,dy,$$

где $\mathbf{B}_\alpha$ — сопряженная к $\mathbf{A}_\alpha$ функция; $\Delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера, когда хотя бы одно из собственных значений принадлежит дискретному спектру; $\Delta_{\alpha\beta} = \delta(\alpha - \beta)$ — дельта-функция, если α, β относятся к непрерывному спектру; черта сверху — комплексное сопряжение.

Ограничимся двухмодовым режимом, описывающим взаимодействие акустической волны с волновым числом α_A и волны ТШ с собственным значением α_{TS}:

$$(2.2)\qquad \mathbf{A} = c_A(x)\,\mathbf{A}_A(x, y)\,e^{\varphi_A(x)} + c_{TS}(x)\,\mathbf{A}_{TS}(x, y)\,e^{\varphi_{TS}(x)}.$$

Подставляя (2.2) в (1.2) и используя соотношение ортогональности (2.1), имеем

$$(2.3)\qquad \frac{dc_{TS}}{dx} = c_{TS}W_{TS,TS} + \varepsilon^{-1}hc_{TS}W_{h,TS,TS} + c_AW_{A,TS}e^{\varphi_A-\varphi_{TS}} + $$
$$+ \varepsilon^{-1}hc_AW_{h,A,TS}e^{\varphi_A-\varphi_{TS}},$$
$$\frac{dc_A}{dx} = c_AW_{A,A} + \varepsilon^{-1}hc_AW_{h,A,A} + c_{TS}W_{TS,A}e^{\varphi_{TS}-\varphi_A} + \varepsilon^{-1}hc_{TS}W_{h,TS,A}e^{\varphi_{TS}-\varphi_A},$$
$$c_{TS}(x_0) = 0,\ c_A(x_0) = c_{A0} = \langle H_2\mathbf{A}_0,\ \mathbf{B}_A\rangle.$$

Здесь $W_{\alpha\beta} = -\langle H_2\partial_x\mathbf{A}_\alpha,\ \mathbf{B}_\beta\rangle - \langle H_3\mathbf{A}_\alpha,\ \mathbf{B}_\beta\rangle$ — матричные элементы, описывающие межмодовое взаимодействие из-за непараллельности основного течения [8—10]; $W_{h,\alpha,\beta} = -\langle H_4(\mathbf{q})\mathbf{A}_\alpha,\ \mathbf{B}_\beta\rangle$ — матричные элементы, описывающие межмодовое взаимодействие, происходящее на локальной неоднородности течения.

После формального интегрирования уравнения для $c_{TS}(x)$ из (2.3) получаем

$$(2.4)\qquad c_{TS}(x) = \left[\int\limits_{x_0}^{x}\left(c_AW_{A,TS}e^{\varphi_A-\varphi_{TS}} + h\varepsilon^{-1}c_AW_{h,A,TS}e^{\varphi_A-\varphi_{TS}}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\exp\left(-\int\limits_{x_0}^{x}E\,dx\right)dx\right]\exp\left(\int\limits_{x_0}^{x}E\,dx\right),$$

где $E = W_{TS,TS} + \varepsilon^{-1}hW_{h,TS,TS}$ — искажение собственного значения волны ТШ, обусловленное непараллельностью основного течения и локальной неровностью.

Разложим форму неровности и стационарное возмущение в интегралы Фурье:

$$f(s) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\rho(\alpha_v)\,e^{i\alpha_v s}d\alpha_v,$$

$$\mathbf{q}(x, y) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\rho(\alpha_v)\,\mathbf{A}_v(x, y)\,e^{i\alpha_v s}d\alpha_v,\qquad s = \varepsilon^{-1}(x - x_*).$$

Фурье-компонента $\mathbf{A}_v$ является решением локально-однородной по x задачи

$$(2.5)\qquad \frac{d}{dy}\left(L_0\frac{d\mathbf{A}_v}{dy}\right) + L_1\frac{d\mathbf{A}_v}{dy} = H_1\mathbf{A}_v + i\alpha_vH_2\mathbf{A}_v,$$
$$A_{v1} = -U'_w,\quad A_{v3} = A_{v5} = 0,\quad y = 0,\quad |\mathbf{A}_v|\to 0,\quad y\to\infty.$$

Здесь элементы матрицы L_0, L_1, H_1, H_2 вычисляются при $\omega = 0$.

Так как оператор H_4 линейно зависит от $\mathbf{q}$, справедливо соотношение

$$(2.6)\qquad W_{h,A,TS} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\rho(\alpha_v)\,V_{v,A,TS}e^{i\alpha_v s}d\alpha_v,$$

где $V_{v,A,TS}(\alpha_v,\ \mathbf{A}_v)$ — матричный элемент, описывающий нелинейное взаимодействие между стационарным возмущением с волновым числом α_v и акустической волной. Пренебрегая в подынтегральном выражении

(2.4) первым членом, ответственным за возбуждение волны ТШ из-за непараллельности основного течения, и подставляя (2.6) в (2.4), имеем

$$c_{\mathrm{TS}}(x)=\frac{h}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\rho(\alpha_v)\,I(\alpha_v)\,d\alpha_v\exp\left[\int_{x_0}^{x}E\,dx\right]; \tag{2.7}$$

$$I(\alpha_v)=\varepsilon^{-1}\int_{x_0}^{x}c_A V_{v,A,\mathrm{TS}}e^{\varphi_A-\varphi_{\mathrm{TS}}+\varphi_v}\exp\left[-\int_{x_0}^{x}E\,dx\right]dx, \tag{2.8}$$

$$\varphi_v=i\varepsilon^{-1}\int_{x_*}^{x}\alpha_v\,dx.$$

Пусть координата центра неровности x_* совпадает с точкой потери устойчивости $x_{\text{п.у}}$ для волны ТШ (ниже дано обобщение для неровности, смещенной из точки $x_{\text{п.у}}$). Тогда в точке x_* реализуется резонансный режим возбуждения при $\alpha_v\equiv\alpha_{v*}=\alpha_{\mathrm{TS}}-\alpha_A$. Большой параметр ε^{-1} в показателе экспоненты подынтегрального выражения в (2.8) позволяет определить асимптотику интеграла $I(\alpha_v)$ методом перевала. Вниз по потоку от неровности для $x-x_*\gg\varepsilon^{1/2}x_*$, $\varepsilon\to 0$

$$I(\alpha_{v*})=c_A(x_*)\,g\exp\left[i\int_{x_0}^{x_*}\varepsilon^{-1}(\alpha_A-\alpha_{\mathrm{TS}})\,dx-\int_{x_0}^{x_*}E\,dx\right], \tag{2.9}$$

$$g=\left(\frac{2\pi}{\varepsilon\left|\dfrac{d\alpha_{\mathrm{TS}}}{dx}\right|_*}\right)^{1/2}V_{v,A,\mathrm{TS}}(\alpha_{v*},\,x_*)\,e^{i\varphi}+O\left(\varepsilon^{1/2}\right).$$

Здесь звездочкой отмечены величины, вычисляемые в точке x_*; φ — действительная константа, определяемая выбором ветви корня.

При отклонении от резонанса $\Delta\alpha=\alpha_v-\alpha_{v*}$ седловая точка z_*, определяемая уравнением $\alpha_A-\alpha_{\mathrm{TS}}+\alpha_v=0$, будет комплексной:

$$z_*=x_*+\frac{\Delta\alpha}{\left(\dfrac{d\alpha_{\mathrm{TS}}}{dx}\right)_*}+O(\Delta\alpha^2).$$

Продолжим подынтегральные функции $c_A(x)$, $V_{v,A,\mathrm{TS}}(x)$ в малую окрестность комплексной плоскости z, захватывающую $\sqrt{\varepsilon}$-окрестность седловой точки, предполагая, что эти функции аналитичны. Проинтегрируем (2.8) по контуру, проходящему через седловую точку по линии наискорейшего спуска, и разложим результат интегрирования в ряд в окрестности центра неровности x_*. Тогда при $\varepsilon\to 0$, $x-x_*\gg\varepsilon^{1/2}x_*$ имеем

$$I(\alpha_v,\,x)=I(\alpha_{v*})\exp\left[\frac{i}{2\varepsilon}\frac{(\alpha_v-\alpha_{v*})^2}{\left(\dfrac{d\alpha_{\mathrm{TS}}}{dx}\right)_*}\right]. \tag{2.10}$$

Подставляя (2.10) в (2.7) и интегрируя по всем α_v, принадлежащим области резонансного взаимодействия $|\alpha_v-\alpha_{v*}|\sim\varepsilon^{1/2}\alpha_{v*}$, получаем асимптотическое выражение для амплитуды генерируемой волны ТШ

$$\Phi_{\mathrm{TS}}(x,\,y)=h a_A(x_*)\,\rho(\alpha_{v*})\,V_{v,A,\mathrm{TS}}(\alpha_{v*},\,x_*)\,\mathbf{A}_{\mathrm{TS}}(x,\,y)\,e^{F_{\mathrm{TS}}}, \tag{2.11}$$

$$a_A(x_*)=c_{A0}\exp\left[i\int_{x_0}^{x_*}\varepsilon^{-1}\alpha_A\,dx\right],\quad F_{\mathrm{TS}}=\int_{x_*}^{x}\left(i\varepsilon^{-1}\alpha_{\mathrm{TS}}+E\right)dx$$

($a_A(x_*)$ — амплитуда звуковой волны в точке резонанса). Если неровность смещена из точки потери устойчивости, α_{v*} будет комплексной. При вычислении интеграла в (2.7) необходимо продолжить подынтегральную функцию в область комплексных α_v, захватывающую $\sqrt{\varepsilon}$-окрестность седловой точки α_{v*}, и воспользоваться методом перевала. В главном приближении по ε вновь приходим к соотношению (2.11).

Таким образом, возбуждение волн ТШ локализовано на участке $|x - x_*| \sim \varepsilon^{1/2} x_*$ и происходит в узком диапазоне волновых чисел формы неровности $|\alpha_v - \alpha_{v*}| \sim \varepsilon^{1/2}\alpha_{v*}$. При удалении волнового числа α_v от резонансного значения амплитуда генерируемой волны ТШ экспоненциально уменьшается.

3. Из (2.11) следует, что амплитуда максимальных по y пульсаций продольной компоненты массового расхода в возбуждаемой волне ТШ

$$q_m(x) = h\rho(\alpha_{v*})\,|a_A(x_*)|\,P_{A,\mathrm{TS}}(\alpha_{v*}, x_*)\,\frac{q_{\mathrm{TS}}(x)}{q_{\mathrm{TS}}(x_*)}\exp(\operatorname{Im} F_{\mathrm{TS}}); \tag{3.1}$$

$$P_{A,\mathrm{TS}} = \left|\frac{V_{v,A,\mathrm{TS}}(\alpha_{v*}, x_*)}{\langle H_2\mathbf{A}_{\mathrm{TS}}, \mathbf{B}_{\mathrm{TS}}\rangle_*}\right| q_{\mathrm{TS}}(x_*), \tag{3.2}$$

где q_{TS} — модуль x-компоненты массового расхода, рассчитанный по вектору $\mathbf{A}_{\mathrm{TS}}$ в точке максимума по y; $P_{A,\mathrm{TS}}$ — коэффициент связи акустической волны и волны ТШ, который характеризует эффективность механизма возбуждения. Введение множителя $\langle H_2\mathbf{A}_{\mathrm{TS}}, \mathbf{B}_{\mathrm{TS}}\rangle^{-1}$ обеспечивает инвариантность (3.2) относительно выбора нормировки собственных функций $\mathbf{A}_{\mathrm{TS}}$, $\mathbf{B}_{\mathrm{TS}}$. Если нормировка акустической моды $\mathbf{A}_A$ фиксирована, коэффициент связи не зависит от формы неровности и интенсивности звуковой волны. Его значение равно амплитуде волны ТШ, возбуждаемой акустической волной единичной амплитуды ($a_A(x_*) = 1$) на неровности с высотой $h = 1$ и с резонансной гармоникой $\rho(\alpha_{v*}) = 1$.

Выполнены численные расчеты коэффициентов связи $P_{A,\mathrm{TS}}$ для пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой газом с показателем адиабаты 1,41, числом Прандтля 0,72, температурой торможения 310 К. Число Маха в набегающем потоке варьировалось в диапазоне 0,2—0,8, вязкость рассчитывалась по формуле Сазерленда. Собственные функции и матричные элементы вычислялись в приближении Дана — Линя [12]. Акустическая мода задавалась условиями: угол падения $\psi = 20°$, амплитуда пульсаций продольной компоненты скорости в падающей волне $u_A = 1$ при $x = x_*$. Результаты расчетов даны в таблице. Там же приведены числа Рейнольдса R, собственные значения волны ТШ α_{TS} и резонансные волновые числа α_{v*}. Из таблицы следует, что при дозвуковых скоростях потока эффективность возбуждения слабо зависит от частотного параметра $F = \omega\nu_\infty/U_\infty^2$.

Для проверки теории проведено сравнение с экспериментальными данными [3]. Эксперимент выполнен в пограничном слое на плоской пластине при скорости набегающего потока $U_\infty = 23{,}4$ м/с. Неровность располагалась на расстоянии $L = 0{,}565$ м от передней кромки, имела прямоугольную форму с продольным размером $l = 12$ мм (примерно четверть длины волны ТШ). Ее высота варьировалась в диапазоне $h^* = 5$—35 мкм. Пограничный слой облучался плоской продольной акустической

M	R	$\alpha_{\mathrm{TS}}\cdot 10^2$	$\alpha_{v*}\cdot 10^2$	$P_{A,\mathrm{TS}}\cdot 10^2$	R	$\alpha_{\mathrm{TS}}\cdot 10^2$	$\alpha_{v*}\cdot 10^2$	$P_{A,\mathrm{TS}}\cdot 10^2$
	$F=20\cdot 10^{-6}$				$F=60\cdot 10^{-6}$			
0,2	1020	7,27	6,95	6,50	550	10,04	9,52	6,37
0,4	1010	7,02	6,47	4,90	540	9,64	8,76	4,90
0,6	960	6,44	5,74	3,42	520	8,97	7,84	3,54
0,8	900	5,73	4,96	2,14	490	8,06	6,88	2,33

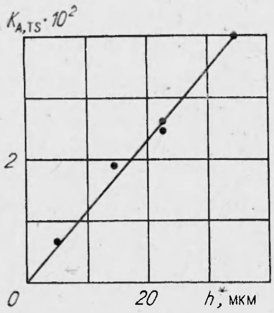

Рис. 2

волной с частотой 138 Гц, распространяющейся вверх по потоку, $\psi = 180°$. Условиям эксперимента отвечают расчетные параметры: M = 0,066, R = 901, $F = 25{,}4\cdot 10^{-6}$, $\alpha_A = -1{,}62\cdot 10^{-3}$, $\alpha_{TS} = 7{,}93\cdot 10^{-2}$. Вычислялся коэффициент порождения $K_{A,TS}$, равный отношению амплитуды пульсаций продольной скорости в волне ТШ, измеренной в точке максимума по y, к соответствующей амплитуде звуковой волны в той же точке. На рис. 2 приведено сравнение теоретического расчета (сплошная линия) с экспериментом (точки). Расхождение не превышает 11% и лежит в пределах точности измерений.

Следует отметить, что соотношение для амплитуды возбуждаемой волны ТШ (2.10) зависит только от локальных по x характеристик течения и справедливо для пограничных слоев на телах с характерным масштабом $\sim L$ при безотрывном обтекании. Данное соотношение позволяет рассчитывать возбуждение волны ТШ звуком на неоднородностях, обусловленных локальным нагревом стенки или локальным отсосом газа через проницаемую поверхность. В этом случае необходимо поменять граничные условия в (2.5) при расчете резонансной фурье-гармоники стационарного возмущения.

Если локальная неровность обтекаемой поверхности исчезающе мала, в соотношении (2.4) доминирует матричный элемент $W_{A,TS}$, описывающий генерацию волн ТШ звуком на распределенной неоднородности, обусловленной непараллельностью течения в пограничном слое. Данный тип возбуждения рассмотрен в [8—10]. Для сравнения эффективностей генерации волны ТШ на локальной неровности и на непараллельности основного течения проведены расчеты в пограничном слое на плоской пластине при M = 0,6. Внешняя акустическая волна имела параметры: $F = 20\cdot 10^{-6}$, $\psi = 20°$. Расчет распределенной генерации выполнялся по алгоритму, изложенному в [9]. Локальное возбуждение вычислялось для неровности, расположенной в точке потери устойчивости (R = 960) и имеющей форму с резонансной фурье-гармоникой $\rho(\alpha_{v*}) = 1$. Расчеты показали, что возбуждение на распределенной неоднородности, обусловленной медленным нарастанием пограничного слоя вниз по потоку, эквивалентно возбуждению на локальной неровности, имеющей характерную размерную высоту $h^* \simeq 10^{-3}\delta$. Так, для пограничного слоя с $\delta = 0{,}6$ мм, что соответствует условиям эксперимента [3], эквивалентная неровность в точке потери устойчивости $h^* \simeq 0{,}6$ мкм. Как и следовало ожидать, распределенная генерация волны ТШ значительно слабее генерации на локальной неоднородности течения. Это объясняется тем, что масштаб неоднородности течения на ровной поверхности L значительно превосходит масштаб межмодового обмена $l \sim \varepsilon L/|\alpha_A - \alpha_{TS}|$. Подынтегральная функция в (2.4) быстро осциллирует, и интеграл имеет экспоненциально малые значения.

Авторы выражают благодарность А. М. Тумину за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я.** Возникновение турбулентности в пограничном слое.— Новосибирск: Наука, 1982.
2. **Жигулев В. Н.** Проблема определения критических чисел Рейнольдса перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный.— В кн.: Механика неоднородных сред. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1981.
3. **Айзин Л. Б., Поляков Н. Ф.** Генерация волны Толлмина — Шлихтинга звуком на отдельной неровности поверхности, обтекаемой потоком. Препринт № 17.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1979.
4. **Рубан А. И.** О генерации волн Толлмина — Шлихтинга звуком.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1984, № 5.

5. **Завольский Н. А., Реутов В. П., Рыбушкина Г. В.** Возбуждение волн Толлмина — Шлихтинга при рассеянии акустических и вихревых возмущений в пограничном слое на волнистой поверхности.— ПМТФ, 1983, № 3.
6. **Жигулев В. Н., Сидоренко Н. В., Тумин А. М.** О генерации волн неустойчивости в пограничном слое внешней турбулентностью.— ПМТФ, 1980, № 6.
7. **Тумин А. М., Федоров А. В.** Пространственное развитие возмущения в пограничном слое сжимаемого газа.— ПМТФ, 1983, № 4.
8. **Жигулев В. Н.** О возбуждении и развитии неустойчивостей в трехмерных стационарных пограничных слоях.— ПМТФ, 1983, № 4.
9. **Федоров А. В.** Возбуждение волн неустойчивости в пограничном слое сжимаемого газа под действием акустического поля.— ЧММСС, 1982, т. 13, № 3.
10. **Fedorov A. V.** Excitation of the Tollmien — Schlichting waves by the acoustic disturbances in the compressible boundary layer.— In: Proc. IUTAM Symp. Berlin: Springer, 1985.
11. **Боголепов В. В., Нейланд В. Я.** Обтекание малых неровностей на поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком вязкого газа.— Тр. ЦАГИ, 1971, вып. 1363.
12. **Гапонов С. А., Маслов А. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках.— Новосибирск: Наука, 1980.

Поступила 26/XI 1985 г.

УДК 532.527

ДИНАМИКА ЛАМИНАРНЫХ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В. С. Беляев, А. М. Савинков, Ю. Д. Чашечкин

(*Москва*)

Изучение изолированных вихрей и взаимодействующих между собой вихревых образований различных масштабов (основных структурных элементов развитой турбулентности) — традиционная задача гидродинамики. В последние годы наблюдается значительный прогресс в объяснении природы устойчивости вихрей, обусловленной стабилизирующим влиянием центробежных сил, подавляющих перенос в радиальном направлении [1]. Экспериментально установлено, что внутри турбулентных кольцевых вихрей существует ламинарное ядро [2]. Обзор теоретических и экспериментальных работ по движению вихрей в однородной жидкости приведен в [3]. Динамика изолированного вихря в значительной степени определяется вовлечением окружающей жидкости в циркуляционное течение и потерей завихренности в спутный след.

Более сложен вопрос об устойчивости и эволюции вихря в стратифицированной среде, где наряду с центробежными действуют силы плавучести, подавляющие движение в вертикальном направлении. В большинстве экспериментальных работ изучается вертикальное движение вихревых колец в неоднородной жидкости [4], моделирующих движение термиков в стратифицированной атмосфере [5, 6], вихревых жгутов за крылом самолета [7, 8], структурных элементов свободных турбулентных течений [9]. Визуализация ламинарного вихревого кольца, движущегося вдоль поверхности раздела смешивающихся жидкостей, проведена в [10]. Взаимодействие наклонно движущегося вихревого кольца со скачком плотности экспериментально изучалось в [11]. Из анализа феноменологических и численных моделей следует, что вихревое кольцо, движущееся вдоль поверхности раздела, должно наклоняться и ложиться горизонтально [12]. Цель данной работы — экспериментальное исследование динамики и структуры ламинарных кольцевых вихрей в жидкости с линейным распределением плотности.

1. Эксперименты проведены в прямоугольном бассейне размером $140\times40\times46$ см, боковые стенки которого изготовлены из оптического стекла. Бассейн послойно заполнялся водным раствором поваренной соли переменной концентрации. Толщина слоя 4 см. Через 2 сут после заполнения молекулярная диффузия сглаживала ступенчатый профиль плотности. Контроль однородности градиента проводился по теневой картине (методом вертикальная или горизонтальная щель — нож Фуко) с помощью плотностной метки [13], а также по распределению удельной электропроводности, измеренной микроконтактным преобразователем [14]. Картина течения визуализировалась теневым прибором ИАБ-451 и регистрировалась кинокамерой 1КСР или автоматической фотокамерой РФК-5 с частотой съемки от 4 до 10 кадр/с и выдержкой 1/250 с. Геометрические характеристики вихрей измерялись по теневым кинограммам стереокомпаратором STECOMETER (ГДР) с погрешностью (с учетом