

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСТЕКАНИЯ ТОКА В ПЛАЗМЕ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Н. И. Бортничук (Москва)

Приводится метод, позволяющий при определенных допущениях найти распределение плотности постоянного тока, текущего между электродами в плазме, с учетом анизотропии проводимости для плоско-параллельных или радиально-симметричных электрического и магнитного полей.

Обозначения

- e_r, e_θ, e_z — единичные векторы в цилиндрической системе координат;
- E, E_r, E_z — вектор напряженности электрического поля и его составляющие,
- V — потенциал электрического поля,
- H, H_r, H_θ, H_z — вектор напряженности магнитного поля и его составляющие,
- j — вектор плотности тока,
- e — заряд электрона,
- m — масса электрона,
- c — скорость света,
- τ — время передачи импульса,
- σ_0 — нормальная проводимость плазмы,
- ω_e — циклотронная частота электрона,
- h — единичный вектор в направлении магнитного поля

Будем предполагать, что: а) электроды выполнены из идеально проводящего материала, а стенки камеры — из изолятора, б) собственным полем тока, протекающего в плазме, можно пренебречь.

Для постоянного тока в стационарной однородной плазме уравнение закона Ома имеет вид [1]

$$j + \omega_e \tau [jh] = \sigma_0 E \quad (\omega_e = eH/mc) \quad (1)$$

Отсюда тензор проводимости плазмы, находящейся в магнитном поле с напряженностью $H = \{H_r, H_\theta, H_z\}$, имеет вид

$$\begin{aligned} |\sigma| &= \sigma_0 \|\Omega_{\lambda, \mu}\| \quad (\lambda, \mu = 1, 2, 3) \quad (2) \\ \Omega_{11} &= \Omega_0 (1 + \omega_{er}^2 \tau^2), \quad \Omega_{12} = \Omega_0 (\omega_{er} \omega_{e\theta} \tau^2 - \omega_{ez} \tau) \\ \Omega_{13} &= \Omega_0 (\omega_{\theta r} \omega_{ez} \tau^2 + \omega_{e\theta} \tau), \quad \Omega_{21} = \Omega_0 (\omega_{er} \omega_{e\theta} \tau^2 + \omega_{ez} \tau) \\ \Omega_{22} &= \Omega_0 (1 + \omega_{e\theta}^2 \tau^2), \quad \Omega_{23} = \Omega_0 (\omega_{e\theta} \omega_{ez} \tau^2 - \omega_{er} \tau) \quad (3) \\ \Omega_{31} &= \Omega_0 (\omega_{er} \omega_{ez} \tau^2 - \omega_{e\theta} \tau), \quad \Omega_{32} = \Omega_0 (\omega_{e\theta} \omega_{ez} \tau^2 + \omega_{er} \tau) \\ \Omega_{33} &= \Omega_0 (1 + \omega_{ez}^2 \tau^2), \quad \Omega_0 = (1 + \omega_e^2 \tau^2)^{-1} \\ \omega_{er} &= \frac{eH_r}{mc}, \quad \omega_{e\theta} = \frac{eH_\theta}{mc}, \quad \omega_{ez} = \frac{eH_z}{mc} \end{aligned}$$

При электрическом поле напряженностью

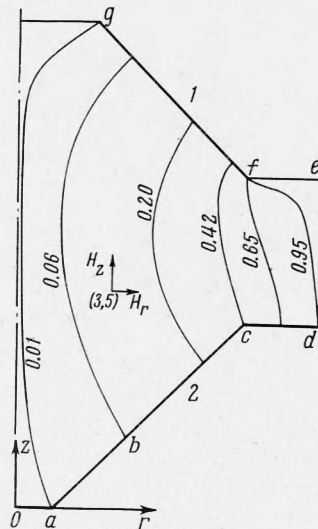
$$E = \{E_r, 0, E_z\} = -\text{grad } V = -e_r \frac{\partial V}{\partial r} - e_z \frac{\partial V}{\partial z} \quad (4)$$

плотность тока в плазме

$$j = \sigma_0 \{ \Omega_{11} E_r + \Omega_{13} E_z \} e_r + \sigma_0 \{ \Omega_{21} E_r + \Omega_{23} E_z \} e_\theta + \sigma_0 \{ \Omega_{31} E_r + \Omega_{33} E_z \} e_z \quad (5)$$

В стационарном режиме $\nabla j = 0$. Так как в аксиально-симметричном поле $\partial/\partial\theta = 0$, из (4) и (5) следует

$$\begin{aligned} \Omega_{11} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \Omega_{33} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \Omega_{13} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial z} \right) + \Omega_{31} \frac{\partial^2 V}{\partial r \partial z} + \\ + \left(\frac{\partial \Omega_{31}}{\partial z} + \frac{\partial \Omega_{11}}{\partial r} \right) \frac{\partial V}{\partial r} + \left(\frac{\partial \Omega_{13}}{\partial r} + \frac{\partial \Omega_{33}}{\partial z} \right) \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (6) \end{aligned}$$



Фиг. 1

В общем случае неоднородного поля это уравнение с переменными коэффициентами. В достаточно малом объеме пространства, где поле можно принять однородным $\partial H/\partial r = \partial H/\partial z = 0$ и уравнение (6) приобретает вид

$$\Omega_{11k} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \Omega_{33k} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \Omega_{13k} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial z} \right) + \Omega_{31k} \frac{\partial^2 V}{\partial r \partial z} = 0 \quad (7)$$

Здесь Ω_{11k} , Ω_{33k} , Ω_{13k} , Ω_{31k} — постоянные, полученные для среднего значения H в k -м элементе пространства. Заменой переменных

$$\eta = \frac{\sqrt{4\Omega_{11k}\Omega_{33k} - (\Omega_{31k} + \Omega_{13k})^2}}{2\Omega_{11k}} r, \quad \xi = z - \frac{\Omega_{31k} + \Omega_{13k}}{2\Omega_{11k}} r \quad (8)$$

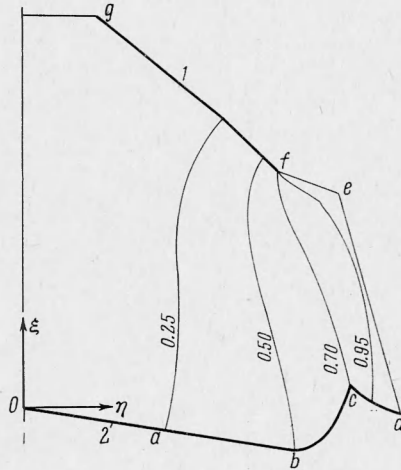
уравнение (7) приводится к каноническому виду [2]

$$\frac{4\Omega_{11k}\Omega_{33k} - (\Omega_{31k} + \Omega_{13k})^2}{4\Omega_{11k}} \left\{ \frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial V}{\partial \eta} \right\} + \frac{(\Omega_{31k} - \Omega_{13k}) \sqrt{4\Omega_{11k}\Omega_{33k} - (\Omega_{31k} + \Omega_{13k})^2}}{4\Omega_{11k}} \frac{\partial V}{\partial \xi} = C \quad (9)$$

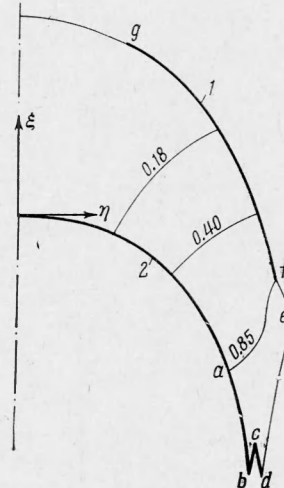
Таким образом, если составляющей магнитного поля H_θ можно пренебречь (т. е. можно пренебречь собственным полем тока в плазме), то $\Omega_{31} = \Omega_{13}$ и уравнение (9) переходит в уравнение Лапласа,

$$\Delta V = 0 \quad (10)$$

решение которого дает растекание тока в плазме и может быть получено на моделирующей установке [3].



Фиг. 2



Фиг. 3

Граничные условия в плоскости (η, ξ) остаются теми же, что и в плоскости (r, z) сама же граница изменяется. Точка $A(m, l)$ плоскости rz переходит в точку $A'(m', l')$ плоскости (η, ξ) . При этом

$$r\lambda' = \int_0^m \frac{\sqrt{\Omega_{11}\Omega_{33} - \Omega_{13}^2}}{\Omega_{11}} dr = \frac{m}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\sqrt{\Omega_{11k}\Omega_{33k} - \Omega_{13k}^2}}{\Omega_{11k}} \Delta r$$

$$l' = l - \int_0^m \frac{\Omega_{13}}{\Omega_{11}} dr = l - \frac{m}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\Omega_{13k}}{\Omega_{11k}} \Delta r \quad (11)$$

где n — число разбиений абсциссы точки $A(m, l)$ с одинаковым шагом Δr .

В случае однородного поля, направленного вдоль оси Z , $H = \{0, 0, H_z\}$ преобразование области сводится к сжатию вдоль оси Z с коэффициентом k_z [4]

$$1/k_z = \sqrt{1 + \omega_e^2 \tau^2} \quad (12)$$

Ниже приводится результат решения подобной задачи. В цилиндрической камере фиг. 1 расположены два электрода — катод 1 и анод 2. Камера находится в радиально-симметричном магнитном поле, нарастающем по направлению к аноду (соленоид на фиг. 1 не показан). Напряженность магнитного поля рассчитана с шагом 1 см на машине Минск-1. Давление в камере $p = 0,1$ тор, $T_e = 25000^\circ \text{K}$.

На фиг. 1 показано распределение линий тока при отсутствии магнитного поля. На фиг. 2 дано отображение камеры и растекание тока в плоскости (η, ξ) при напряженности поля $H = 40 \text{ э}$ в точке $r = 0, z = 0$ и $H_r = 4 \text{ э}$, $H_z = 18 \text{ э}$ в точке $r = 3, z = 5$. На фиг. 3 приведено изображение камеры и растекание тока для $H = 200 \text{ э}$, $H_r = 20 \text{ э}$, $H_z = 90 \text{ э}$ в тех же точках.

Поступила 14 V 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Франк-Каменецкий Д. А. Лекции по физике плазмы. Атомиздат, 1964 г.
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. Гостехиздат, 1953.
3. Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. Изд. иностран. лит., 1962.
4. Power W. E., Patrick R. M. Magnetic annular arc. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No 10. (Русск. перев. Вопросы ракетной техники, 1963, № 5.)

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СТАЦИОНАРНОМ ИНДУЦИРОВАННОМ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ РАЗРЯДЕ В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

В. А. Груздев, Р. Е. Ровинский, А. П. Соболев

(Москва)

Стационарный высокочастотный разряд, возбуждаемый в замкнутом объеме при отсутствии протока газа, имеет ряд характерных особенностей. Во-первых, в зависимости от давления рабочего газа проявляются различные механизмы формирования разряда. Так, при низких давлениях определяющим является механизм диффузии частиц к стенкам колбы, рассмотренный в работе [1]. При высоких давлениях действует механизм, связанный с теплопроводностью [2]. Во-вторых, в таком разряде передача энергии от внешнего поля к плазме происходит не во всем объеме, занимаемом разрядом, в силу чего геометрия разряда определяется не только способом введения энергии в разряд, но и характером ее распределения и вывода из разряда. В зависимости от этих факторов формируется либо кольцевой, либо цилиндрический разряд.

Высокочастотный разряд, в силу самих условий его образования, является неравновесным. Однако в случае плотной плазмы отклонение температур компонент от равновесной температуры, как правило, невелико. Будем рассматривать плотную плазму, определяющим механизмом в которой является теплопроводность. С достаточной степенью точности полагаем в такой плазме наличие локального термодинамического равновесия. Тогда все коэффициенты переноса будут функциями температуры и давления и наша задача сведется к решению уравнения баланса энергии совместно с системой уравнений Максвелла.

Во время подготовки данной работы к печати появилась статья [3], в которой рассматривается подобная система уравнений, описывающих высокочастотный индуцированный разряд высокого давления. В своей работе авторы решение поставленной краевой задачи заменяют численным решением задачи Коши, произвольно задавая дополнительные условия на оси разряда. Такой путь, на наш взгляд, имеет три существенных недостатка: во-первых, нет возможности качественного исследования зависимостей, связывающих параметры плазмы; во-вторых, произвол в выборе дополнительных условий затрудняет сравнение расчетных и экспериментальных результатов; в-третьих, нет возможности исследовать важный круг вопросов, связанных с контурированием разряда.

В настоящей статье приводится решение краевой задачи методом последовательных приближений. Первое приближение решения позволяет качественно исследовать явления, протекающие в индуцированном разряде. Соответствующие результаты, имеющие прикладное значение, будут изложены в другой статье. Второе приближение решения использовано для численных расчетов основных параметров разряда в аргоне и их сравнения с экспериментом. Теоретическая часть настоящей работы выполнена Соболевым А. П.