

pulse? impulse?

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ КИНЕТИКИ ОТКОЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

УДК 539.593

А. В. Уткин

Институт химической физики РАН, 142432 Черноголовка

В настоящее время получено большое количество экспериментальных данных о характере откольного разрушения различных материалов при импульсном растяжении. Показано, в частности, что для многих металлов откольная прочность возрастает с увеличением скорости деформирования [1–3], что является отражением кинетического характера процесса разрушения. В связи с этим представляет интерес исследование различных путей получения информации о кинетике откольного разрушения непосредственно из анализа экспериментальных данных. Принципиальная возможность этого показана в работах [4, 5], где на простейших моделях изучено влияние начальной скорости разрушения на формирование откольного импульса, найдены критические условия образования минимума на профиле скорости свободной поверхности. *new,*

Цель данной работы — анализ волновых процессов в разрушаемой среде при отражении импульса сжатия от свободной поверхности и исследование возможности получения информации о скорости разрушения на основе экспериментальных данных.

Постановка и решение задачи. Рассмотрим в акустическом приближении эволюцию импульса сжатия произвольной формы после его отражения от свободной поверхности образца, разрушающегося при отрицательном давлении. Предположим, что разрушение начинается при достижении растягивающими напряжениями критического значения P_k и характеризуется величиной удельного объема пор v_{Π} . Полный удельный объем среды равен сумме v_{Π} и удельного объема сплошной компоненты v_c : $v = v_{\Pi} + v_c$. Система уравнений гидродинамики, замкнутая уравнениями кинетики и состояния, в переменных Лагранжа имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial h} - \ddot{u}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial h} = 0, \quad P = \rho^2 c^2 \left(\frac{1}{\rho} - v + v_{\Pi} \right), \quad \rho \frac{\partial v_{\Pi}}{\partial t} = F(t, h), \quad (1)$$

где t — время; h — лагранжева координата; u — массовая скорость; ρ и c — начальные плотность и скорость звука. В уравнении состояния давление определяется по удельному объему сплошной компоненты. Предполагается также, что скорость изменения удельного объема пор F может быть выражена как явная функция координат и времени.

На рис. 1 приведена картина течения в плоскости $t - h$. В области 1 отсутствует взаимодействие падающей волны с отраженной, и зависимость массовой скорости и давления от координат и времени определяется формой исходного импульса сжатия. Для простой волны

$$u(h, t) = f(h - ct), \quad P(h, t) = \rho c u(h, t). \quad (2)$$

В области 3 происходит взаимодействие падающего и отраженного от свободной поверхности ($h = 0$) импульсов, что приводит к возникновению растягивающих напряжений. Их абсолютное значение не превышает критической величины, поэтому среда не разрушается и решение, удовлетворяющее условию на свободной поверхности, имеет вид

$$u(h, t) = f(h - ct) + f(-h - ct), \quad P(h, t) = \rho c (f(h - ct) - f(-h - ct)). \quad (3)$$

loading pulse

При $h = h_k$, $t = \tau_k = -h_k/c$ давление достигает порога P_k , и в области 2 происходит разрушение материала. Течение здесь определяется в результате решения системы (1) с граничными условиями при $h = h_k$ и $h \rightarrow -\infty$ и начальными на C_- -характеристике, проходящей через начало координат.

Найдем решение в области 2. Для этого исключим из (1) v и v_n и проведем замену независимых переменных: $T = t + h/c$, $x = h$.

Полученная система двух уравнений в частных производных после применения к ней преобразования Лапласа по T перейдет в систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\hat{u}}{dx} + \frac{s}{c} \hat{u} + s \frac{\hat{P}}{\rho c^2} = \frac{1}{\rho c^2} J_+(0, x) + \hat{F}(s, x), \quad \frac{d\hat{P}}{dx} + \frac{s}{c} \hat{P} + \rho c \hat{u} = \frac{1}{c} J_+(0, x). \quad (4)$$

Здесь s — переменная Лапласа; \hat{u} и \hat{P} — образы Лапласа массовой скорости и давления; $\hat{F}(s, x)$ — образ Лапласа скорости разрушения. В правую часть (4) перенесены начальные значения u и P при $T \rightarrow +0$, входящие в виде комбинации, являющейся J_+ инвариантом Римана [6]. Поэтому нет необходимости определять отдельно u и P справа от скачка на C_- -характеристике: они будут найдены непосредственно из решения системы (4). Значение инварианта находится из условия непрерывности на скачке по его величине в области 1. Согласно (2), получим $J_+(0, x) = 2\rho c f(2x)$.

Общее решение в области разрушения, не растущее экспоненциально при $x \rightarrow -\infty$, запишем в форме

$$\begin{aligned} \hat{P}(s, x) = & -\frac{\rho c}{2} \int_{-\infty}^x \hat{F}(s, \xi) d\xi + \\ & + \left[\frac{1}{c} \int_{-\infty}^x J_+(0, \xi) \exp\left(\frac{2s}{c} \xi\right) d\xi + \frac{\rho c}{2} \int_{-\infty}^x \hat{F}(s, \xi) \exp\left(\frac{2s}{c} \xi\right) d\xi \right] \exp\left(-\frac{2s}{c} x\right) + a, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \rho c \hat{u}(s, x) = & \frac{\rho c}{2} \int_{-\infty}^x \hat{F}(s, \xi) d\xi + \\ & + \left[\frac{1}{c} \int_{-\infty}^x J_+(0, \xi) \exp\left(\frac{2s}{c} \xi\right) d\xi + \frac{\rho c}{2} \int_{-\infty}^x \hat{F}(s, \xi) \exp\left(\frac{2s}{c} \xi\right) d\xi \right] \exp\left(-\frac{2s}{c} x\right) - a. \end{aligned}$$

Константа a находится из условия непрерывности J_- -инварианта Римана при $x = x_k$. В областях 3^* , 4^* и т. д. (рис. 1) функциональная зависимость J_- от координат и времени различная, и инвариант в каждой последующей области определяется лишь после нахождения решения в предыдущей. Определим значение константы a в интервале $0 \leq T \leq 2\tau_k$. В области 3, согласно (3), имеем

$$J_- = -2\rho c f(-h - ct) = -2\rho c f(-cT). \quad (6)$$

Поскольку J_- -инвариант сохраняется вдоль C_- -характеристик, то соотношение (6) дает его значение в области 3^* . Применяя к (6) преобразование Лапласа и приравнявая полученное выражение к J_- -инварианту в области разрушения, следующему из (5) при $x = x_k$, получим

$$a = \frac{\rho c}{2} \int_{-\infty}^{x_k} \hat{F}(s, \xi) d\xi - \rho c \hat{f}(s). \quad (7)$$

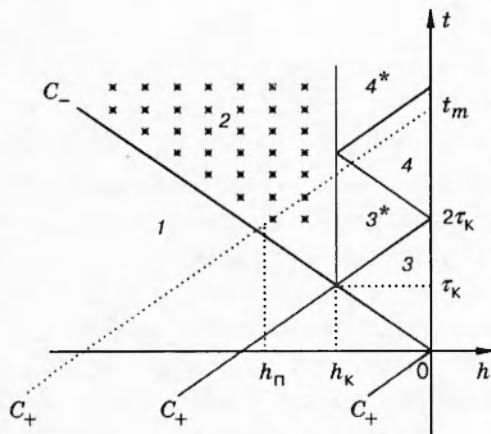


Рис. 1

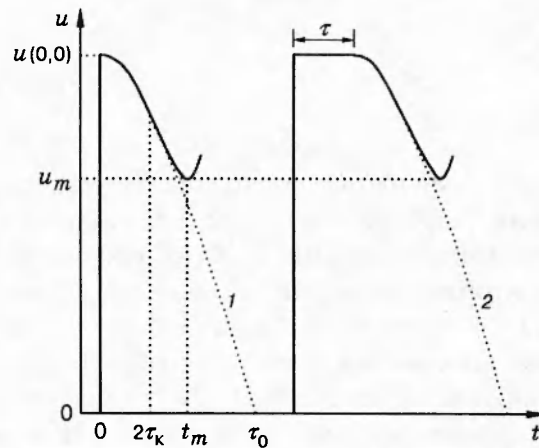


Рис. 2

Уравнения (5) и (7) дают решения в области разрушения при $0 \leq T \leq 2\tau_k$ в образах Лапласа. Некоторые результаты можно найти непосредственно из (5), не переходя к оригиналам. Например, используя известное свойство преобразования Лапласа [7] $\lim_{s \rightarrow \infty} (sG(s)) = G(0)$, получим давление справа от скачка вдоль C_- -характеристики в виде

$$P = \rho c(f(2h) - f(0)) + \frac{\rho c}{2} \int_h^{h_k} F(0, \xi) d\xi, \quad (8)$$

т. е. если начальная скорость разрушения равна нулю, то давление непосредственно за скачком изменяется так же, как и в отсутствие разрушения; в частности, при $h \leq h_k$ после достижения P_k оно продолжает уменьшаться. В противном случае (8) дает закон релаксации напряжения: давление после начала разрушения может как продолжать уменьшаться, так и начать возрастать, что определяется соотношением между скоростью разрушения и скоростью деформирования материала в разгрузочной части падающего импульса [5]. Если предположить, что F может быть выражена как функция давления, то (8) дает интегральное уравнение для определения P справа от скачка. Подробно эта ситуация рассмотрена в работе [4], где анализировалась динамика течения при линейной зависимости скорости разрушения от действующего давления.

Найдем скорость свободной поверхности образца. Для этого воспользуемся тем обстоятельством, что J_+ -инвариант сохраняется вдоль C_+ -характеристик в неразрушенной части образца. Его значение на свободной поверхности равно $\rho c u(0, t)$, а при $h = h_k$ из полученного решения в области разрушения имеем

$$\frac{\hat{J}_+(s, x_k)}{\rho c} = \int_{-\infty}^{x_k} \left[\frac{2}{\rho c^2} J_+(0, \xi) + \hat{F}(s, \xi) \right] \exp\left(-\frac{2s}{c}(x_k - \xi)\right) d\xi.$$

Общее решение (5) содержит константу a , которая, как отмечалось, последовательно находится в областях 3^* , 4^* и т. д. В то же время эта константа не входит в выражение для J_+ -инварианта, а следовательно, скорость свободной поверхности не зависит от нее, и полученное ниже выражение справедливо при всех временах. Используя известные формулы обращения и свойства преобразования Лапласа [7, 8], для скорости свободной поверхности

находим

$$u(0, t) = 2f(-ct) + \Theta(t - 2\tau_k) \int_{-ct/2}^{-c\tau_k} F(t + 2\xi/c, \xi) d\xi, \quad (9)$$

где $\Theta(\xi)$ — функция Хевисайда. Изучим полученное решение с целью установления связи профиля скорости свободной поверхности с параметрами кинетики разрушения.

Анализ решения. 1. Из (9) следует, что в начальный момент времени профиль скорости повторяет форму исходного импульса сжатия. При $t = 2\tau_k$ на свободную поверхность выходит информация о начале разрушения материала, и далее скорость оказывается выше той, которая была бы при отсутствии разрушения. Причем в точке $2\tau_k$, как это видно из приведенной ниже формулы, ускорение остается непрерывным, если скорость разрушения в начальный момент времени равна нулю. В противном случае в этой точке будет наблюдаться излом. Если выполняются определенные соотношения между параметрами падающего импульса и кинетикой разрушения, то в момент времени t_m на профиле скорости формируется минимум u_m (рис. 2):

$$\frac{\dot{u}}{dt} = -2cf'(-ct_m) + \frac{c}{2} F(t_m - 2\tau_k, h_k) - \frac{c^2}{4} \int_0^{t_m - 2\tau_k} F_x\left(\xi, \frac{c}{2}(\xi - t_m)\right) d\xi = 0. \quad (10)$$

Здесь F_x — частная производная от F по x , рассматриваемая как функция (T, x) . Поскольку $f'(-ct_m)$ — скорость деформирования в падающей волне $\rho\dot{v} = \rho\partial v/\partial t$ при $h = h_k$ и $t = t_m - \tau_k$, а $F(t_m - 2\tau_k, h_k)$ — скорость разрушения $\rho\dot{v}_\Pi = \rho\partial v_\Pi/\partial t$ в той же точке, то соотношение (10) можно представить в виде

$$\rho \frac{\partial v_\Pi}{\partial t} - \frac{c}{2} \int_0^{t_m - 2\tau_k} F_x\left(\xi, \frac{c}{2}(\xi - t_m)\right) d\xi = 4\rho \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (11)$$

Отсюда, в частности, следует, что если скорость разрушения постоянна вдоль C_- — характеристики (т. е. $F_x = 0$), то минимум формируется, когда $\dot{v}_\Pi = 4\dot{v}$. Для простейших кинетик этот результат был получен в [4, 5]. В общем случае количественно данное условие не выполняется, но в качественном отношении оно остается неизменным: минимум на профиле скорости свободной поверхности формируется лишь при условии, что скорость разрушения достигает критической величины, пропорциональной скорости деформирования в разгрузочной части падающего импульса. Если, например, скорость разрушения увеличивается при движении вдоль C_- -характеристики в область отрицательных значений x (т. е. $F_x < 0$), то минимум будет наблюдаться при меньших скоростях разрушения. Подробнее этот случай рассмотрен ниже на примере конкретной модели.

2. Откольная прочность σ^* определяется из профиля скорости свободной поверхности по разнице между максимальным и минимальным значениями скорости:

$$\sigma^* = (1/2)\rho c(u(0, 0) - u_m). \quad (12)$$

Очевидно, что в общем случае эта величина зависит как от формы импульса нагрузки, так и от кинетики разрушения. Причем из (11) следует, что наибольшее влияние на σ^* оказывает соотношение между скоростью разрушения и скоростью деформирования в разгрузочной части импульса. Именно это обстоятельство и позволяет рассчитывать на возможность получения кинетической информации непосредственно из экспериментальных данных.

В значительно меньшей степени откольная прочность чувствительна к форме импульса нагрузки в фазе сжатия. Для доказательства этого рассмотрим два различных профиля

скорости, совпадающих в разгрузочной части импульса, но различающихся по длительности «полки» τ с постоянными параметрами за фронтом ударной волны (рис. 2). Во втором случае, очевидно, разрушение начинается позднее и в более глубоких слоях образца: $\tau_k^{(2)} = \tau_k^{(1)} + \tau/2$, $h_k^{(2)} = h_k^{(1)} - c\tau/2$. Используя соотношение (10), с учетом того, что $F^{(2)}(T, \xi - c\tau/2) = F^{(1)}(T, \xi)$, нетрудно убедиться, что моменты времени $t_m^{(1)}$ и $t_m^{(2)}$, соответствующие достижению минимума на профиле скорости свободной поверхности, связаны соотношением $t_m^{(2)} = t_m^{(1)} + \tau$, т. е. минимальные значения скоростей, а значит, и откольная прочность останутся неизменными.

Полученные до сих пор выводы являются достаточно общими и не зависят от конкретной кинетики разрушения. Далее рассмотрено несколько простых кинетических соотношений, позволяющих тем не менее описать основные экспериментальные закономерности.

3. Пусть падающий импульс имеет форму трапеции:

$$u(h, t) = f(h - ct) = u_0 + k(h - ct + c\tau)\Theta(h - ct + c\tau). \quad (13)$$

Здесь u_0 — максимальное значение массовой скорости; k — константа, характеризующая длительность импульса $2h_0$ ($h_0 = -c\tau_0 = -u_0/(2k)$); τ — время, в течение которого скорость постоянна и равна u_0 . Порог разрушения достигается в точке $\tau_k = -h_k/c = -P_k/(2\rho c^2 k) + \tau/2$.

Рассмотрим кинетику разрушения, при которой скорость роста пор является степенной функцией текущего объема пор v_Π и максимальных растягивающих напряжений P_{\min} , которые достигаются в данной частице:

$$\rho \frac{\partial v_\Pi}{\partial t} = \frac{1}{\tau_\mu} \left(-\frac{F_{\min}}{\rho c^2} \right)^n (\rho v_\Pi)^\alpha \quad (14)$$

(τ_μ, n, α — константы модели). Поскольку начальная скорость разрушения равна нулю, то, как отмечалось выше, максимальные растягивающие напряжения, возникающие справа от скачка вдоль C_- -характеристики (см. рис. 1), будут такие же, как если бы материал не разрушался: $P_{\min} = \rho c k (2h + c\tau)$. С учетом этого обстоятельства после интегрирования соотношения (14) функция F в правой части последнего уравнения системы (1) приводится к виду

$$F(T, x) = \frac{1}{\tau_\mu} \left[-k \left(\frac{2x}{c} + \tau \right) \right]^{n/(1-\alpha)} \left[(1-\alpha) \frac{T}{\tau_\mu} \right]^{\alpha/(1-\alpha)}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (9), находим закон изменения скорости свободной поверхности:

$$\frac{u(0, t)}{2u_0} = 1 - \frac{t - \tau}{2\tau_0 - \tau} + \frac{c(1-\alpha)^{\alpha/(1-\alpha)} [k(1-\tau)]^{(n+1)/(1-\alpha)}}{4u_0(k\tau_\mu)^{1/(1-\alpha)}} I_{n,\alpha}(t), \quad (16)$$

где $I_{n,\alpha}(t) = \int_0^{1-(2\tau_k-\tau)/(t-\tau)} \xi^{\alpha/(1-\alpha)} (1-\xi)^{n/(1-\alpha)} d\xi$.

При отрицательном значении верхнего предела интеграл равен нулю. Время t_m , при котором на профиле скорости формируется минимум, определяется из уравнения

$$\begin{aligned} & \frac{4(k\tau_\mu)^{1/(1-\alpha)}}{(1-\alpha)^{\alpha/(1-\alpha)} [k(2\tau_k - \tau)]^{(n+\alpha)/(1-\alpha)}} = \\ & = \frac{n+1}{1-\alpha} \left(\frac{t_m - \tau}{2\tau_k - \tau} \right)^{(n+\alpha)/(1-\alpha)} I_{n,\alpha}(t_m) + \frac{2\tau_k - \tau}{t_m - \tau} \left(\frac{t_m - \tau}{2\tau_k - \tau} - 1 \right)^{\alpha/(1-\alpha)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Поскольку разность $2\tau_k - \tau = -P_k/(k\rho c^2)$ не зависит от τ , то из (17) следует, что и $t_m - \tau$

также не зависит от τ , а следовательно, как и отмечалось выше, u_m и σ^* имеют одно и то же значение как для трапецеидального импульса, так и для треугольного. Поэтому в дальнейшем без ограничения общности считаем, что $\tau = 0$.

Соотношения (12), (16) и (17) дают зависимость откольной прочности от условий нагружения и параметров кинетики разрушения. Эту зависимость можно, однако, значительно упростить, если учесть, что откольная прочность в несколько раз превышает прочность на разрыв, измеренную в статических условиях [1], т. е. $t_m/(2\tau_k) \geq 2$. Кроме того, как будет показано ниже, кинетическая константа $n \geq 4$ для большинства металлов, т. е. можно считать, что $(t_m/(2\tau_k))^n \gg 1$. В данном приближении (приближение больших скоростей деформирования) получим

$$kt_m \approx \frac{n+1}{n+\alpha} a_{n,\alpha} (k\tau_\mu)^{1/(n+\alpha)} \left(a_{n,\alpha} = \frac{n+\alpha}{n+1} \left[\frac{4(1-\alpha)^{(1-2\alpha)/(1-\alpha)}}{(n+1)I_{n,\alpha}} \right]^{(1-\alpha)/(n+\alpha)} \right), \quad (18)$$

где интеграл $I_{n,\alpha}$ вычисляется при верхнем пределе интегрирования, равном единице, и сводится к гамма-функциям [8]. При этом откольная прочность — степенная функция скорости деформирования $\rho\dot{v} = k$ в разгрузочной части импульса:

$$\frac{\sigma^*}{\rho c^2} \approx a_{n,\alpha} (\tau_\mu \rho \dot{v})^{1/(n+\alpha)}, \quad (19)$$

$a_{n,\alpha}$ — слабая функция параметров (порядка единицы). Например, $a_{4,1/2} \cong 1,45$, $a_{5,1/2} \cong 1,38$, $a_{4,2/3} \cong 1,65$, $a_{5,2/3} \cong 1,56$. Отметим, что, хотя откольная прочность в общем случае зависит от порога начала разрушения и $\sigma^* \rightarrow -P_k$ при $\dot{v} \rightarrow 0$, в рассматриваемом предельном случае эта зависимость исчезает.

При $\alpha = (m+1)/(m+2)$ ($m = 0, 1, \dots$) интеграл в (16) вычисляется аналитически и имеет наиболее простой вид для $\alpha = 1/2$. В этом случае для откольной прочности находим

$$y = \frac{2n+1}{2n+2} \frac{1}{z} \left[(1+z)^{(2n+2)/(2n+1)} - 1 \right], \quad (20)$$

где

$$y = \frac{\sigma^*}{-P_k}; \quad z = \frac{8(2n+1)(\tau_\mu \rho \dot{v})^2}{(-P_k/\rho c^2)^{2n+1}}.$$

На рис. 3 приведены зависимости $y(z)$ при $\alpha = 1/2$ и различных n , построенные по точной формуле (20) (сплошные кривые) и по приближенной (19) (пунктирные). Видно, что приближение больших скоростей деформации выполняется раньше, чем это предполагалось при выводе формулы (19). При $n = 4$ расхождение не превышает 6%, начиная от $\sigma^*/(-P_k) = 1,3$, а с увеличением n до 12 эта же точность достигается уже при $\sigma^*/(-P_k) = 1,1$. Даже когда $n = 3$, формула (19) является хорошим приближением, если $\sigma^*/(-P_k) \geq 1,4$.

Известно [1, 2], что экспериментальные данные действительно хорошо аппроксимируются соотношением (19), которое обычно представляют в виде $\sigma^* = A(\rho\dot{v})^b$. Зная константы A и b и задавая значения α , можно найти два остальных параметра кинетики разрушения. В таблице приведены рассчитанные таким образом параметры кинетики разрушения при двух значениях α . Видно, что увеличение α от 1/2 до 2/3 приводит к уменьшению τ_μ примерно в 2 раза.

Рассмотрим теперь, какие скорости разрушения реализуются в образце при формировании минимума на профиле скорости свободной поверхности. С этой целью исследуем изменение $\rho\dot{v}_n$ вдоль C_+ -характеристики, проходящей через точку t_m ($t = t_m + h/c$)

Материал	$A, \text{ГПа} \cdot \text{с}^b$	b	Литература	α	n	$\tau_\mu, \text{с}$
Нержавеющая сталь X18H10T	0,648	0,11	[9]	1/2	8,59	$1,81 \cdot 10^{-23}$
				2/3	8,42	$0,79 \cdot 10^{-23}$
Медь М2	0,220	0,16	[1]	1/2	5,75	$5,16 \cdot 10^{-19}$
				2/3	5,58	$2,43 \cdot 10^{-19}$
Алюминий АМг6М	0,093	0,20	[1]	1/2	4,50	$5,92 \cdot 10^{-16}$
				2/3	4,33	$2,91 \cdot 10^{-16}$
Молибден монокристаллический	0,144	0,30	[3]	1/2	2,83	$2,70 \cdot 10^{-12}$
				2/3	2,67	$1,44 \cdot 10^{-12}$

(см. рис. 1). Из (15) следует, что $\rho\dot{v}_n$ при

$$h_n = -\frac{n}{n + \alpha} \frac{ct_m}{2} \tag{21}$$

достигает максимального значения

$$\frac{(\rho\dot{v}_n)_m}{k} = \left(\frac{n}{n + \alpha}\right)^{n/(1-\alpha)} \left(\frac{\alpha(1 - \alpha)}{n + \alpha}\right)^{\alpha/(1-\alpha)} \frac{(kt_m)^{(n+\alpha)/(1-\alpha)}}{(k\tau_\mu)^{1/(1-\alpha)}}. \tag{22}$$

В приближении (18) получим

$$\frac{(\rho\dot{v}_n)_m}{4k} \approx \left(\frac{n}{n + \alpha}\right)^{n/(1-\alpha)} \left(\frac{\alpha}{n + \alpha}\right)^{\alpha/(1-\alpha)} \frac{1 - \alpha}{(n + 1)I_{n,\alpha}}. \tag{23}$$

Используя (23), легко убедиться, что при $n \geq 4$ максимальная скорость разрушения лишь незначительно уменьшается с ростом n , оставаясь практически постоянной и равной своему предельному значению при $n \rightarrow \infty$:

$$\frac{(\rho\dot{v}_n)_m}{4k} \approx \frac{z^z}{e^z \Gamma(1 + z)}, \quad z = \frac{\alpha}{1 - \alpha}. \tag{24}$$

Поскольку константа k равна $\rho\dot{v}$, то вновь приходим к доказанному выше утверждению: минимум на профиле скорости свободной поверхности формируется, когда максимальная скорость разрушения достигает критического значения, пропорционального скорости деформирования в разгрузочной части импульса: $(\dot{v}_n)_m = \gamma\dot{v}$. Так как скорость разрушения возрастает при движении вдоль C_- -характеристики вглубь образца, то $\gamma < 4$ и уменьшается примерно от 2 до 1 при увеличении α от 1/3 до 2/3.

Отметим некоторые особенности разрушения, связанные с кинетикой (14). Во-первых, откольная прочность, определяемая по минимуму скорости на профиле свободной поверхности, меньше (по абсолютной величине) максимальных растягивающих напряжений, реализующихся в образце в точке $(t_m/2, -ct_m/2)$ (см. рис. 1), на величину $\Delta\sigma/\sigma^* = (1 - \alpha)/(n + \alpha)$, которая может быть порядка 10%. Этот факт является еще одним аргументом в пользу того, что откольная прочность характеризует не столько прочностные свойства материалов в условиях ударно-волнового нагружения, сколько их сопротивление разрушению в заданных условиях.

Во-вторых, исследованная модель пригодна лишь для описания начальной фазы разрушения, когда напряжения являются растягивающими и процесс схлопывания пор не имеет места. С ростом пористости напряжения в области разрушения релаксируют и после образования минимума на профиле скорости свободной поверхности могут стать положительными. Начиная с этого момента необходимо описывать схлопывание пор, что можно

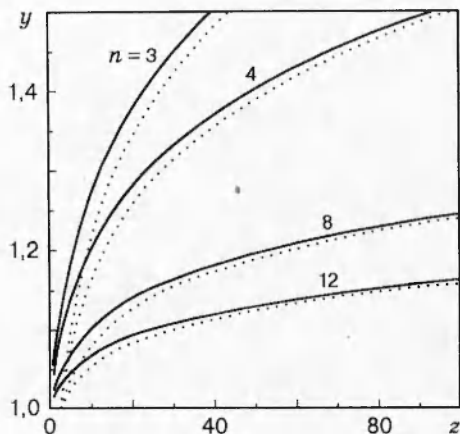


Рис. 3

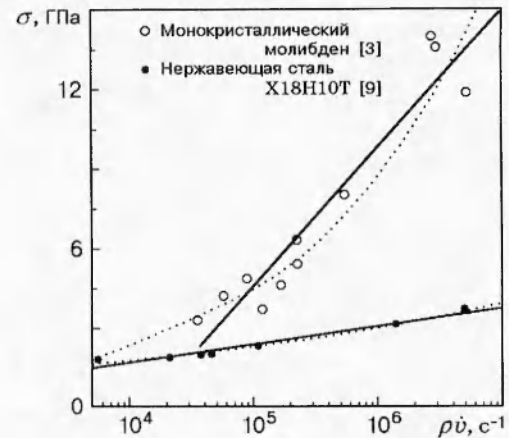


Рис. 4

сделать с помощью кинетического уравнения (14) после его модификации, например после замены множителя $(-P_{\min})^n$ на $-P(-P_{\min})^{n-1}$ (P — текущее давление). Как показано в [9], такая кинетика пригодна для численного моделирования разрушения реальных материалов в условиях откола, причем удовлетворительно описываются не только начало разрушения, но и последующие осцилляции скорости на профиле свободной поверхности, обусловленные циркуляцией волн в откольной пластине. Найти аналитическое решение задачи в такой постановке не удастся. Однако поскольку на начальной стадии разрушения исходная и модифицированная кинетики практически совпадают, то все полученные выше результаты, в частности зависимость откольной прочности от скорости деформирования (19), остаются без изменений. Это позволяет использовать метод определения кинетических констант из экспериментальных зависимостей $\sigma^*(\dot{v})$ для описания реальных сред, если применяемые модели сводятся к (14) на начальной стадии разрушения.

Необходимо отметить, что соответствие полученных на основе приведенной модели результатов экспериментальным не следует рассматривать как доказательство обоснованности данной формы кинетического уравнения. Более того, экспериментальные результаты в пределах погрешности могут быть аппроксимированы не только степенной зависимостью вида (19).

На рис. 4 приведены экспериментальные результаты для монокристаллического молибдена [3] и нержавеющей стали [10] в координатах $\sigma^* - \lg(\rho\dot{v})$, которые аппроксимируются зависимостью

$$\sigma^* = A + B \lg(\rho\dot{v}). \quad (25)$$

Константы A и B равны соответственно $-24,52$ и $5,65$ ГПа для молибдена и $-0,94$ и $0,67$ ГПа для стали. Пунктирными линиями приведена аппроксимация степенной функцией. Видно, что в пределах погрешности обе зависимости описывают экспериментальные данные с одинаковой точностью. Покажем, что зависимость (25) может быть получена теоретически при соответствующем выборе кинетического уравнения.

4. Как и прежде, считаем, что скорость роста пор зависит от максимальных растягивающих напряжений и текущей пористости и имеет вид

$$\rho \frac{\partial v_{\text{п}}}{\partial t} = \frac{1}{\tau_{\mu}} \exp\left(-\beta \frac{P_{\min}}{\rho c^2}\right) (\rho v_{\text{п}})^{\alpha}, \quad (26)$$

где τ_{μ} , α , β — константы. Определяя функцию $F(T, x)$ и подставляя ее в (9), получим

зависимость скорости свободной поверхности от времени:

$$\frac{u(0, t)}{2u_0} = 1 - \frac{t}{2\tau_0} + \frac{c(1 - \alpha)^{\alpha/(1-\alpha)} \exp[\beta(1 - \alpha)kt]}{4u_0(k\tau_\mu)^{1/(1-\alpha)}} J_{\beta, \alpha}(t) \quad (27)$$

$$\left(J_{\beta, \alpha}(t) = \int_0^{k(t-2\tau_k)} \xi^{\alpha/(1-\alpha)} \exp[-\beta(1 - \alpha)] d\xi \right).$$

Дифференцируя скорость по времени и приравнявая ее к нулю, найдем время формирования минимума, а затем минимальное значение скорости и откольную прочность. При $\exp[-\beta(1 - \alpha)k(t_m - 2\tau_k)] \ll 1$, что соответствует приближению больших скоростей деформации, имеем

$$\frac{\sigma^*}{\rho c^2} \approx \frac{1}{\beta(1 - \alpha)} \ln \left[\frac{4\beta^{\alpha/(1-\alpha)}}{e\Gamma(1/(1 - \alpha))} \right] + \frac{1}{\beta(1 - \alpha)^2} \ln(\tau_\mu \rho \dot{v}) \quad (28)$$

($\Gamma(x)$ — гамма-функция). Полученное выражение совпадает с зависимостью (25), и при заданном значении α можно определить τ_μ и β на основе экспериментальных данных. Например, если $\alpha = 1/2$, то $\tau_\mu = 6,6 \cdot 10^{-4}$ с, $\beta = 2278$ и $\tau_\mu = 1,8 \cdot 10^{-6}$ с, $\beta = 439$ соответственно для стали и молибдена.

В заключение отметим, что качественный характер зависимости откольной прочности от скорости деформирования, как (19), так и (28), можно получить и непосредственно из формы кинетических уравнений (14), (26), если учесть критическое условие формирования откольного импульса ($\dot{v}_n = \gamma \dot{v}$, γ — константа) и считать, что $\sigma^* \sim -P_{\min}$. Однако получаемая при этом функциональная зависимость может оказаться несколько искаженной, поскольку при такой оценке остается неопределенной пористость v_n . Например, вместо зависимости (19) находим $\sigma^* \sim (\dot{v})^{1/n}$, т. е. показатель степени не зависит от α . Если учесть, что максимум пористости достигается при $h = (-ct_m/2)n/(n + 1)$ и пропорционален σ^* (что легко получить из соотношения (14), используя формулы (18), (19)), то характер зависимости будет правильным. Но, очевидно, не имея аналитического решения, предсказать заранее, что $(v_n)_m \sim \sigma^*$, невозможно.

Таким образом, в рамках акустики исследовано влияние кинетики разрушения на формирование откольного импульса. Показано, что при произвольной кинетике разрушения минимум на профиле скорости свободной поверхности образуется лишь тогда, когда скорость разрушения достигает критической величины, пропорциональной скорости деформирования материала в разгрузочной части импульса. Предложен алгоритм, позволяющий определить кинетические константы по экспериментальной зависимости откольной прочности от скорости деформирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научно-технического центра (код проекта 124).

Spalling pulse

ЛИТЕРАТУРА

1. Бушман А. В., Канель Г. И., Ни А. Л., Фортов В. Е. Теплофизика и динамика интенсивных импульсных воздействий. Черноголовка: ИХФ АН СССР, 1988.
2. Канель Г. И., Фортов В. Е. Механические свойства конденсированных сред при интенсивных импульсных воздействиях // Успехи механики. 1987. Т. 10, № 3. С. 3–82.
3. Kanel G. I., Razorenov S. V., Utkin A. V., et al. Spall strength of molybdenum single crystals // J. Appl. Phys. 1993. V. 74, N 12. P. 7162–7165.
4. Уткин А. В. Влияние скорости разрушения на динамику взаимодействия импульса ударной нагрузки с поверхностью тела // ПМТФ. 1992. № 6. С. 82–89.

5. **Уткин А. В.** Влияние начальной скорости разрушения на формирование откольного импульса // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 4. С. 140–146.
6. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1973.
7. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
8. **Справочник по специальным функциям** / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979.
9. **Utkin A. V., Kanel G. I.** Estimation of the spall fracture kinetics from the free-surface velocity profiles // APS Topical Conference on Shock Compression of Condensed Matter. Seattle, USA, 1995.
10. **Baumung K., Bluhm H. J., Hoppe P., et al.** Hypervelocity launching and impact experiments on the Karlsruhe light ion facility KALIF // Int. J. Impact Engng. 1995. V. 17. P. 37–46.

Поступила в редакцию 9/IV 1996 г.
