

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ПРИ МНОГООСНОМ НЕПРОПОРЦИОНАЛЬНОМ НАГРУЖЕНИИ

И. А. Волков, Ю. Г. Коротких, И. С. Тарасов

Волжская государственная академия водного транспорта, 603000 Нижний Новгород
E-mail: schuran@yandex.ru

Развита математическая модель, описывающая процессы накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при многоосных путях непропорционального комбинированного термосилового нагружения. Для выполнения качественной и количественной оценки полученных определяющих соотношений проведено исследование влияния вида траектории деформирования на усталостную долговечность металлов. Показано, что предлагаемый вариант определяющих соотношений достаточно точно описывает основные эффекты упругопластического деформирования и накопление повреждений в конструкционных материалах при произвольных траекториях деформирования.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, пластичность, поврежденность, разрушение, сложное нагружение, малоцикловая усталость, долговечность, ресурс.

Введение. В течение длительного срока службы в материале конструктивных элементов оборудования и систем важных инженерных объектов, эксплуатируемых в условиях нестационарного термосилового нагружения, реализуются процессы накопления усталостных повреждений, приводящие к ухудшению начальных прочностных характеристик конструктивных материалов, образованию и развитию дефектов. На протяжении значительного периода работы эти процессы происходят скрытно. Кроме того, как правило, наиболее опасные зоны, определяющие ресурс элемента, являются недоступными для средств неразрушающего контроля. Для гарантированной безопасной эксплуатации инженерных объектов необходимо осуществлять контроль развития поврежденности в наиболее опасных зонах конструктивных элементов (выработанный ресурс), а также прогнозировать развитие этих процессов до предельных состояний (остаточный ресурс) [1].

В настоящее время является актуальным изучение совместно процессов деформирования и разрушения, что позволяет получить ответы на следующие вопросы: в какой области и в какой момент времени при заданной истории изменения нагрузки и температуры в теле впервые возникнут макроскопические трещины и каким образом эти трещины будут развиваться в дальнейшем? Поскольку процессы накопления повреждений существенно зависят от кинетики напряженно-деформированного состояния, точность расчетных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, насколько точно данные уравнения состояния описывают кинетику в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры процесса вязкопластического деформирования, как длина и вид траектории деформирования, вид напряженного состояния, история его изменения и др., оказывают существенное влияние на скорость накопления повреждений. Целью исследований в данной области является не столько уточнение различных формулировок, необходимых

для определения макроскопических деформаций по заданной истории нагружения, сколько изучение основных закономерностей процессов, определяющих и предшествующих ему.

1. Определяющие соотношения механики поврежденной среды и алгоритм их интегрирования. Модель поврежденной среды включает три составляющие: а) соотношения, определяющие упругопластическое поведение материала и зависящие от процесса разрушения; б) уравнения, описывающие кинетику накопления повреждений; в) критерии прочности поврежденного материала.

1.1. *Соотношения термопластичности.* Определяющие соотношения термопластичности базируются на следующих основных положениях:

— тензоры деформаций e_{ij} и скоростей деформаций \dot{e}_{ij} есть сумма упругих деформаций e_{ij}^e и упругих скоростей деформаций \dot{e}_{ij}^e (не зависящих от истории нагружения и определяющихся конечным состоянием процесса), а также пластических деформаций e_{ij}^p и пластических скоростей деформаций \dot{e}_{ij}^p (зависящих от истории нагружения);

— при различных температурах начальная поверхность текучести описывается поверхностью Мизеса, эволюция поверхности текучести описывается изменением ее радиуса C_p и перемещением ее центра ρ_{ij} ;

— справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения;

— изменение объема тела происходит по упругому закону;

— рассматриваются изотропные в начальном состоянии среды;

— учитывается только анизотропия, вызванная процессами пластического деформирования.

При формулировке определяющих соотношений тензоры напряжений σ_{ij} и деформаций e_{ij} и их приращения разложим на шаровые σ , $\Delta\sigma$, e , Δe и девиаторные σ'_{ij} , $\Delta\sigma'_{ij}$, e'_{ij} , $\Delta e'_{ij}$ составляющие:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \sigma'_{ij} + \sigma\delta_{ij}, & \Delta\sigma_{ij} &= \Delta\sigma'_{ij} + \Delta\sigma\delta_{ij}, & \sigma &= \sigma_{ii}/3, \\ e_{ij} &= e'_{ij} + e\delta_{ij}, & \Delta e_{ij} &= \Delta e'_{ij} + \Delta e\delta_{ij}, & e &= e_{ii}/3\end{aligned}$$

(δ_{ij} — тензор Кронекера).

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука

$$\begin{aligned}\sigma &= 3K[e - \alpha(T - T_0)], & \sigma'_{ij} &= 2G(e'_{ij})', \\ \Delta\sigma &= 3K[\Delta e - \Delta(\alpha T)] + \frac{\Delta K}{K}\sigma, & \Delta\sigma'_{ij} &= 2G\Delta(e'_{ij})' + \frac{\Delta G}{G}\sigma'_{ij},\end{aligned}\tag{1}$$

где T — температура; T_0 — начальная температура; $K(T)$ — модуль объемного сжатия; $G(T)$ — модуль сдвига; $\alpha(T)$ — коэффициент линейного температурного расширения материала.

Для описания эффектов монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность текучести, уравнение которой имеет вид

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}.\tag{2}$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической “памяти”. Уравнение поверхности “памяти”, позволяющее в расчетах отделить монотонные процессы деформирования от циклических, имеет вид

$$F_\rho = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0,\tag{3}$$

где ρ_{\max} — максимальное за историю нагружения значение модуля ρ_{ij} .

Будем полагать, что эволюционное уравнение для радиуса поверхности текучести имеет следующую структуру [2]:

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_\rho) + a(Q_s - C_p)\Gamma(F_\rho)]\dot{\chi} + q_3\dot{T}; \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p\right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_\rho) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt; \quad (5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \psi_1 + (1 - A) q_1}{A \psi_1 + 1 - A}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \psi_2 + (1 - A) Q_1}{A \psi_2 + 1 - A}, \quad 0 \leq \psi_i \leq 1, \quad i = 1, 2,$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \dot{\epsilon}'_{ij} / (\dot{\epsilon}'_{ij} \dot{\epsilon}'_{ij})^{1/2}, \quad n_{ij}^s = S_{ij} / (S_{ij} S_{ij})^{1/2}, \quad (6)$$

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1, & F_\rho = 0 \wedge \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} > 0, \\ 0, & F_\rho < 0 \vee \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \leq 0, \end{cases} \quad \Gamma(F_\rho) = 1 - H(F_\rho).$$

Здесь q_1, q_2, q_3 — модули изотропного упрочнения; Q_1, Q_2 — модули циклического изотропного упрочнения; a — постоянная, определяющая скорость процесса установления петли гистерезиса циклического деформирования материала; Q_s — стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных ρ_{\max} и T ; C_p^0 — начальное значение радиуса поверхности текучести.

В уравнении (4) первый член описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ($H(F_\rho) = 1$ и $\Gamma(F_\rho) = 0$), второй — циклическое упрочнение материала ($H(F_\rho) = 0$ и $\Gamma(F_\rho) = 1$), а третий — изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры.

Модуль изотропного упрочнения q_χ учитывает изменение изотропного упрочнения материала в зависимости от направления деформирования в данной точке траектории — угла θ между вектором приращения девиатора деформаций, имеющим направляющие косинусы n_{ij}^e , и нормалью к поверхности текучести, определяемой направляющими косинусами n_{ij}^s . При пропорциональном нагружении $\theta = 0$, $A = 0$, $q_\chi = q_1$ (q_1 — модуль изотропного упрочнения материала при пропорциональном нагружении (одноосном растяжении образца)). При непропорциональном нагружении $\theta = \pi/2$, $A = 1$, $q_\chi = q_2$ (q_2 — модуль упрочнения при нагружении по касательной к поверхности текучести (“нейтральное” нагружение)).

В случае циклического изотропного упрочнения при циклическом пропорциональном нагружении (см. (4)) $\theta = 0$, $Q_s = Q_1$, а при циклическом непропорциональном нагружении $\theta = \pi/2$, $Q_s = Q_2$. Тарировочные (весовые) коэффициенты ψ_1, ψ_2 — параметры, позволяющие корректировать влияние модулей q_1, q_2, Q_1, Q_2 на изотропное упрочнение материала.

При стационарном циклическом деформировании материала с постоянными амплитудой деформаций и температурой T ($\rho_{\max} = \text{const}$, $Q_s = \text{const}$) радиус поверхности текучести C_p стремится к значению $Q_s = \text{const}$, а параметры петли гистерезиса стремятся к стационарному значению, определяемому значением Q_s , зависящим от текущих значений T и ρ_{\max} .

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А. А. Ильюшина, заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некотором ближайшем участке траектории (запаздывание векторных свойств). Уравнение эволюции внутренней переменной ρ_{ij} , описывающей анизотропию упрочнения пластиче-

ского деформирования, принимается в виде [2]

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{e}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi} - g_3 \rho_{ij} \dot{T}, \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (7)$$

где $g_1 > 0$, $g_2 > 0$, $g_3 > 0$ — модули анизотропного упрочнения.

Для описания эволюции поверхности “памяти” необходимо сформулировать эволюционное уравнение для ρ_{\max} :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_\rho)}{(\rho_{mn} \rho_{mn})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \dot{T}. \quad (8)$$

В (8) второй член описывает затухание памяти о предыдущем циклическом деформировании материала.

Соотношения (3), (6) позволяют автоматически отделить циклическое нагружение от монотонного с помощью операторов $H(F_\rho)$ и $\Gamma(F_\rho)$.

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций определяются из закона градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda S_{ij}. \quad (9)$$

Здесь λ — коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести в конце этапа нагружения через конец вектора девиатора напряжений.

Материальные параметры q_1 , q_3 , g_1 , g_2 , g_3 определяются по результатам испытаний цилиндрических трубчатых образцов по специальным циклическим программам на одноосное растяжение-сжатие [2].

Для определения Q_1 проводятся испытания образцов при блочном циклическом симметричном нагружении с заданной амплитудой деформаций в каждом блоке до стабилизации петли гистерезиса при каждом значении амплитуды деформаций. Параметр a в (4) определяется из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных закономерностей при стремлении C_p к установившемуся состоянию.

Для определения q_2 в (4) необходимо провести эксперимент на сложное нагружение: растяжение до некоторого значения $(e_{11}^p)^*$ с последующим кручением для построения траектории напряжений в пространстве $\sigma_{11} \sim \sigma_{12}$.

Для определения Q_2 в (4) необходимо провести эксперимент на двухблочное циклическое деформирование с одной и той же заданной интенсивностью амплитуды деформаций в каждом блоке. Первый блок — симметричное циклическое нагружение (растяжение-сжатие) до установления петли гистерезиса, второй — последующее циклическое симметричное нагружение образца (кручением) до стабилизации петли гистерезиса.

1.2. *Эволюционные уравнения накопления повреждений.* При формулировке моделей процессов накопления повреждений с учетом усталостных механизмов используются следующие основные положения [2]:

- моделирование основных стадий процесса разрушения;
- введение для каждого механизма деформирования адекватного “внутреннего времени” процесса, в котором должна исчисляться физическая долговечность материала;
- учет нелинейного суммирования повреждений при изменении условий нагружения;
- эквивалентность процессов накопления повреждений для различных условий нагружения и различных напряженно-деформированных состояний;

— учет влияния вида траектории деформирования, параметров напряженно-деформированных состояний на скорость процессов накопления повреждений;

— учет реальной истории нагружения и влияния истории нагружения на скорость процессов накопления повреждений.

Эволюционное уравнение накопления повреждений при усталости материала имеет следующую структуру [2]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha_p + 1}{r_p + 1} f_p(\beta) Z_p^{\alpha_p} (1 - \omega_p)^{-r_p} \langle \dot{Z}_p \rangle + \frac{\alpha_e + 1}{r_e + 1} f_e(\beta) Z_e^{\alpha_e} (1 - \omega_e)^{-r_e} \langle \dot{Z}_e \rangle; \quad (10)$$

$$Z_p = \frac{W_p - W_a}{W_p^f - W_a}, \quad Z_e = \frac{W_e - W_b}{W_e^f}; \quad (11)$$

$$\langle \dot{Z} \rangle = \begin{cases} \dot{Z}, & \dot{Z} > 0, \\ 0, & \dot{Z} \leq 0, \end{cases} \quad \langle \dot{Z}_p \rangle = \frac{\langle \dot{W}_p \rangle}{W_p^f - W_a}, \quad \langle \dot{Z}_e \rangle = \frac{\dot{W}_e}{W_e^f}; \quad (12)$$

$$\dot{W}_p = \rho_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p, \quad \dot{W}_e = \sigma'_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^e. \quad (13)$$

Здесь $\alpha_p, \alpha_e, r_p, r_e$ — материальные параметры, зависящие от температуры T ; $f(\beta)$ — функция параметра объемности напряженного состояния $\beta = \sigma/\sigma_u$; $\sigma_u = (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2}$ —

интенсивность напряжений; $\dot{W}_p = \int_0^t \dot{W}_p dt$, $\dot{W}_e = \int_0^t \dot{W}_e dt$ — энергия, расходуемая на образование рассеянных усталостных повреждений при малоцикловой и многоцикловой усталости соответственно; W_a, W_b — значения W_p в конце фазы зарождения микродефектов при малоцикловой и многоцикловой усталости соответственно.

Интегрируя уравнение (11) вдоль пути деформирования, получаем

$$\omega = 1 - [1 - (y_p^{\alpha_p+1} + y_e^{\alpha_e+1})]^{1/(r+1)}, \quad y_p = A_p Z_p, \quad y_e = A_e Z_e, \quad r_p = r_e = r; \quad (14)$$

$$A_p = \left[\frac{\alpha_p + 1}{Z_p^{\alpha_p+1}} \int_0^{Z_p} f_p(\beta) Z_p^{\alpha_p} \langle dZ_p \rangle \right]^{1/(\alpha_p+1)}; \quad (15)$$

$$A_e = \left[\frac{\alpha_e + 1}{Z_e^{\alpha_e+1}} \int_0^{Z_e} f_e(\beta) Z_e^{\alpha_e} \langle dZ_e \rangle \right]^{1/(\alpha_e+1)}. \quad (16)$$

Уравнение (14) описывает единую кривую накопления повреждений для данного материала при усталости, получаемую при испытаниях лабораторных образцов в случае симметричного растяжения-сжатия. Величины y_p, y_e — обобщенные энергетические параметры, являющиеся “внутренним” временем данных процессов, в котором измеряется продолжительность работы материала в опасной зоне при усталости (при необходимости “внутреннее” время может быть пересчитано в привычное для инженеров количество характерных циклов изменения условий нагружения).

Экспериментальное определение материальных параметров эволюционных уравнений накопления повреждений проводится на второй стадии процесса, когда на физико-механические характеристики материала начинает оказывать влияние поврежденность, при одновременном расчете экспериментальных процессов деформирования с использованием определяющих соотношений механики поврежденной среды. Все отклонения результатов численного моделирования процессов деформирования без учета влияния поврежденности от экспериментальных данных, полученных на второй стадии процесса накопления

повреждений, приписываются влиянию ω (уменьшение модулей упругости, увеличение амплитуды деформаций при постоянной амплитуде напряжений, уменьшение амплитуды напряжений при постоянной амплитуде деформаций и т. д.) [2].

Границы W_a и W_b можно определить приближенно по результатам испытаний на усталость при заданной амплитуде напряжений или деформаций по моменту начала разупрочнения материала (увеличению амплитуды деформаций или уменьшению амплитуды напряжений соответственно) [2].

Закономерность изменения ω может быть установлена по закономерности уменьшения амплитуды напряжений при заданной амплитуде пластической деформации. Проинтегрировав определяющее уравнение (10) при одноосном растяжении-сжатии, можно получить соотношения, являющиеся базовыми для определения $\alpha_i = \alpha_i(T)$ и $r_i = r_i(T)$ ($i \equiv e, p$) [2].

Для определения параметров функции $f(\beta)$ необходимо провести эксперименты при различных значениях $\beta_i = \text{const}$. Вследствие отсутствия в настоящее время необходимых экспериментальных данных для определения этих параметров можно использовать предположение, согласно которому при чистом сдвиге $f(\beta) = 1$ при $\beta = 0$; $f(\beta) \rightarrow 0$ при $\beta \rightarrow -\infty$ и $f(\beta) \rightarrow +\infty$ при $\beta \rightarrow +\infty$. При одноосном растяжении-сжатии работа до момента образования макроскопической трещины примерно в 1,5–2 раза больше работы при чистом сдвиге [1, 2].

1.3. *Критерий прочности поврежденного материала.* В качестве критериев окончания фазы развития рассеянных микрповреждений (стадии образования макротрещины) принимается критерий потери устойчивости процессов накопления повреждений, когда производные $\partial\omega_e/\partial y_e$ или $\partial\omega_p/\partial y_p$ достигают критических значений:

$$\frac{\partial\omega_p}{\partial y_p} = \left(\frac{\partial\omega_p}{\partial y_p}\right)_f, \quad \frac{\partial\omega_e}{\partial y_e} = \left(\frac{\partial\omega_e}{\partial y_e}\right)_f. \quad (17)$$

После того как условия (17) выполнены, дальнейшее развитие процессов поврежденности зависит от различных случайных факторов, поэтому контролировать данные процессы невозможно. Численные исследования показали, что условия (17) соответствуют значению

$$\omega = \omega_f \simeq 0,8. \quad (18)$$

Основные характеристики процесса упругопластического деформирования материала (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами σ_{ij} , e_{ij} , e_{ij}^p , ρ_{ij} и скалярами χ , C_p , ω , T , можно определить двумя способами [3, 4].

Первый способ заключается в интегрировании определяющих соотношений по времени с использованием любого метода решения задачи Коши [3].

Второй способ при соответствующей формулировке определяющих соотношений и линеаризации алгоритма определения λ сводится к записи уравнений термопластичности в приращениях, которые зависят от выбранного шага Δt . Шаг по времени Δt может корректироваться на сложных участках траектории деформирования (например, излома траектории) или задаваться постоянным в течение всего времени расчета при условии устойчивости вычислений. Этот подход [4], наиболее удобный при решении краевых задач механики деформируемого твердого тела, используется в данной работе.

2. Сравнение численных результатов с экспериментальными данными. Для обоснования и проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходимо проведение экспериментов с максимально широким диапазоном кривизны траектории в одном опыте. Особый интерес представляют опыты по изучению процессов сложной разгрузки материала и закономерностей изменения их скалярных и векторных характеристик. Таким образом, постановка экспериментов по сложному активному нагружению и разгрузке материалов на плоских криволинейных, пространственных

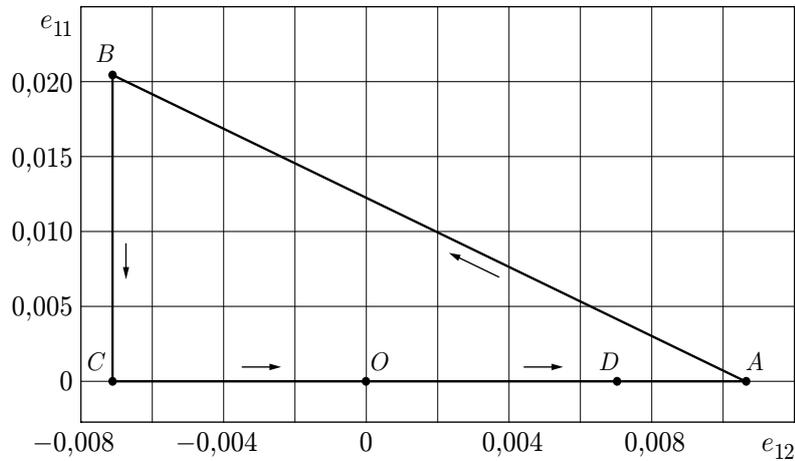


Рис. 1. Экспериментальная траектория сложного пластического деформирования (растяжение с кручением) [7]

многозвенных ломаных траекториях и численный анализ этих процессов являются весьма актуальными [5–7].

В [7] представлены результаты экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния цилиндрической оболочки при растяжении с кручением в пространстве деформаций (жесткое нагружение) по четырехзвенной ломаной траектории (рис. 1). (На рис. 1–4 стрелками показано направление движения вдоль траектории.) В экспериментах использовался стальной трубчатый образец, толщина стенки которого равна $h = 1$ мм, радиус срединной поверхности $R = 15,5$ мм, длина рабочей части $l = 110$ мм.

Особенность программы состояла в том, что после простого деформирования кручением до точки A (см. рис. 1) задавался излом траектории деформирования, после чего происходило сложное разгружение образца. (После излома траектории в точке A образец подвергался одновременному действию кручения и растяжения материала вдоль траектории от точки A до точки B . При этом образец разгружался кручением при одновременном увеличении деформации растяжения.) После второго излома траектории в точке B образец разгружался сжатием при постоянном значении деформации кручения вдоль траектории до точки C . После третьего излома траектории деформирования в точке C на угол 90° образец вновь закручивался при движении вдоль траектории до точки D . При численном моделировании экспериментальных данных с использованием предложенных в настоящей работе определяющих соотношений заданными являлись экспериментальные траектории деформаций (закон изменения компонент тензоров деформаций $e_{ij}(t)$), а траектории напряжений получались в результате интегрирования определяющих соотношений (1)–(9) по заданной траектории изменения e_{ij} . Полученные численные результаты сопоставлялись с экспериментальными данными. Расчеты проводились при следующих параметрах материала [7]: модуль сдвига $G = 76\,923$ МПа, модуль объемного сжатия $K = 166\,667$ МПа, начальный радиус поверхности текучести $C_p^0 = 370$ МПа, модули анизотропного упрочнения $g_1 = 8000$ МПа, $g_2 = 20$.

На рис. 2 представлена расчетная траектория напряжений, соответствующая реализованной в экспериментах траектории деформаций.

На рис. 3 представлены локальные диаграммы деформирования (зависимости $\sigma_{11} \sim e_{11}$ и $\sigma_{12} \sim e_{12}$), а на рис. 4 — диаграмма сложного деформирования (зависимость интенсивности тензора напряжений от интенсивности тензора деформаций $\sigma_u \sim e_u$). На рис. 2–4 видно, что результаты численных расчетов и экспериментальные данные [7] хорошо согла-

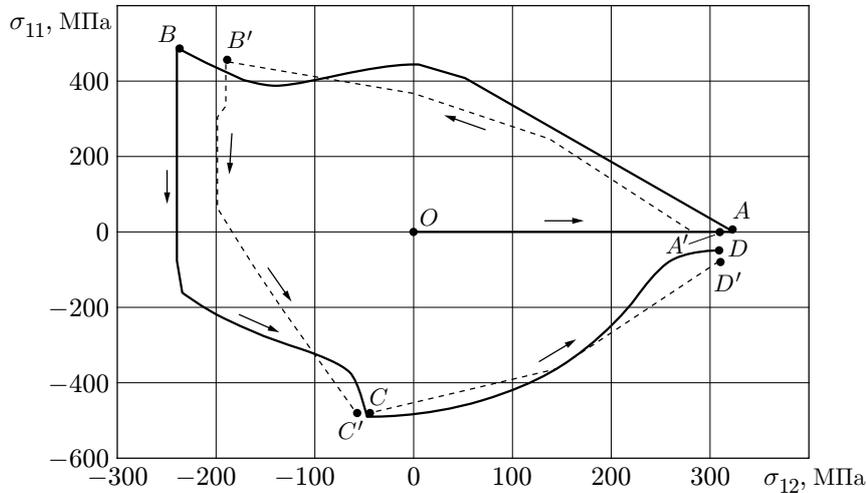


Рис. 2. Расчетная траектория напряжений, соответствующая реализованной в эксперименте траектории деформаций:
сплошная линия — результаты численных расчетов, штриховая — экспериментальные данные [7]

суются (точками A' , B' , C' и D' отмечены расчетные значения, соответствующие полученным в эксперименте). После каждого излома траектории деформирования в точках A , B и C на диаграмме деформирования (см. рис. 4) наблюдаются “обратные нырки” напряжений [7], при этом диаграмма деформирования выходит на кривую, близкую к траектории, соответствующей деформированию при простом растяжении (штрихпунктирная линия).

В [8] проведены экспериментальные исследования влияния траектории деформирования (одноосное растяжение-сжатие и знакопеременное кручение) на усталостную долговечность стали марки 08X18H10T. В экспериментах варьировались:

— амплитуда интенсивности пластической деформации

$$\Delta e_u^p = \sqrt{2/3} \sqrt{\Delta e_{ij}^p \Delta e_{ij}^p} = \sqrt{(\Delta e_{11}^p)^2 + (4/3)(\Delta e_{12}^p)^2};$$

— угол вида деформированного состояния

$$\psi = \arctg [(2/\sqrt{3}) \Delta e_{12}^p / \Delta e_{11}^p];$$

— угол сдвига фаз θ между амплитудами осевой деформации и деформации кручения ($\theta = 0$ соответствует пропорциональному нагружению, $\theta = 90^\circ$ — осевой и сдвиговой деформациям, которые меняются в противофазе).

Обработка результатов экспериментов позволила получить уравнение регрессии зависимости числа циклов N_f до образования усталостной трещины от амплитуды интенсивности пластической деформации Δe_u^p (в процентах), угла вида деформированного состояния ψ (в градусах) и угла сдвига фаз θ (в градусах):

$$\begin{aligned} \ln N_f = & 10,5 - 7,5 \Delta e_u^p + 1,71 \cdot 10^{-2} \psi - 6,367 \cdot 10^{-5} \psi^2 - 1,5839 \cdot 10^{-2} \theta + \\ & + 8,41 \cdot 10^{-5} \theta^2 + 2,66 \cdot 10^{-2} \Delta e_u^p \theta + 3,133 \cdot 10^{-5} \psi^2 \theta - 2,4 \cdot 10^{-3} \psi \theta + \\ & + 1,372 \cdot 10^{-5} \psi \theta^2 - 2,04 \cdot 10^{-7} \psi^2 \theta^2. \quad (19) \end{aligned}$$

Из анализа экспериментальных данных следует, что параметры ψ и θ оказывают значительное влияние на усталостную долговечность.

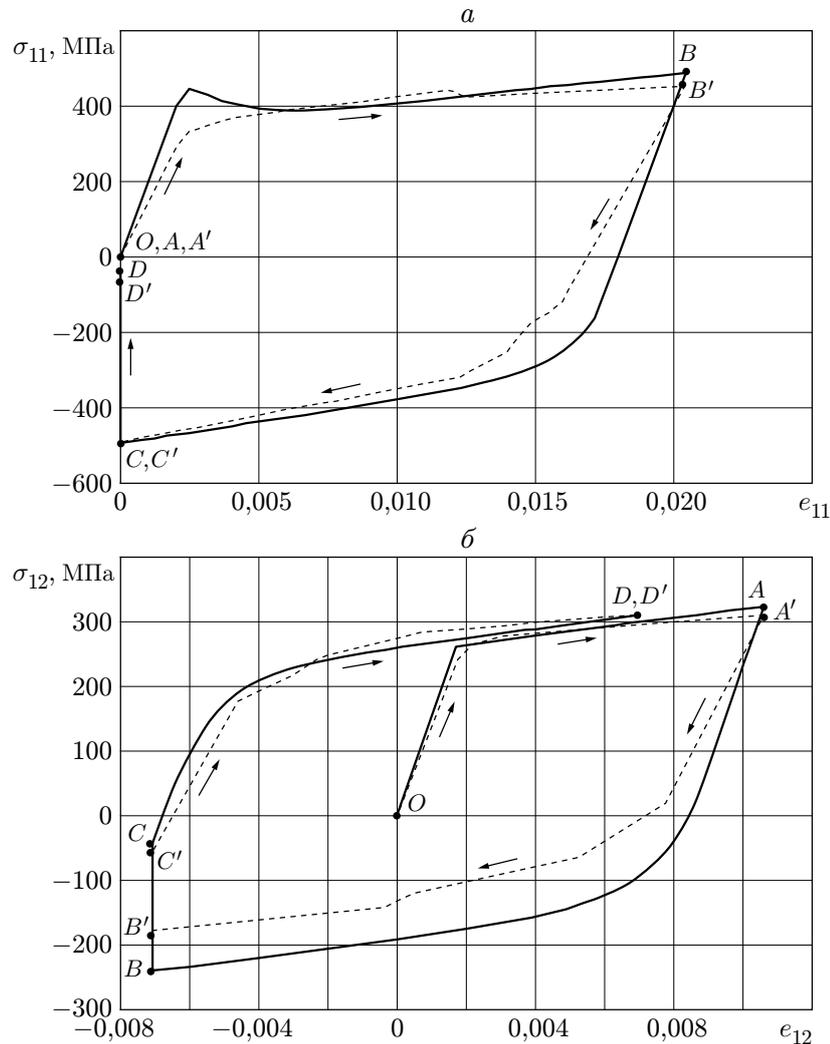


Рис. 3. Зависимости $\sigma_{11} \sim e_{11}$ (а) и $\sigma_{12} \sim e_{12}$ (б):
сплошные линии — результаты численных расчетов, штриховые — экспериментальные
данные [7]

Теоретические оценки усталостной долговечности по экспериментальным данным при одноосном растяжении-сжатии или знакопеременном кручении с использованием уравнений типа уравнений Коффина — Мэнсона и критерия эквивалентности амплитуды интенсивности деформации Δe_u^p могут оказаться ошибочными. В случае непропорционального нагружения при одной и той же амплитуде интенсивности пластических деформаций долговечность может быть в 4–6 раз меньше долговечности при пропорциональном нагружении (одноосном растяжении-сжатии или знакопеременном кручении).

На рис. 5 показаны экспериментальные кривые усталости, полученные согласно уравнению регрессии (19). При одноосном растяжении-сжатии (линия 1) усталостная долговечность описывается уравнением

$$\ln N_f = 10,5 - 7,5\Delta e_u^p$$

(первые два члена уравнения (19)). Штриховые кривые — разброс экспериментальных данных относительно усредненной усталостной кривой для стали марки 08X18H10T. Видно, что при амплитуде интенсивности пластических деформаций $\Delta e_u^p > 0,004$ зависи-

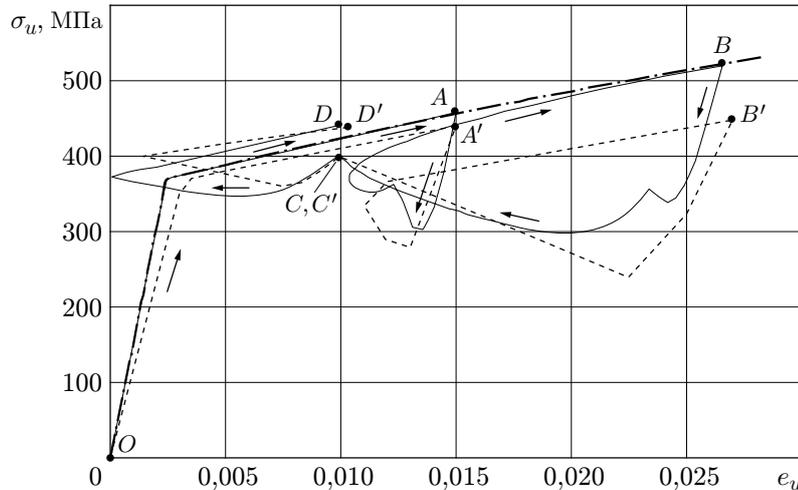


Рис. 4. Зависимость $\sigma_u \sim e_u$ при сложном деформировании материала: сплошная линия — результаты численных расчетов, штриховая — экспериментальные данные [7], штрихпунктирная — траектория деформирования при одноосном растяжении

мость (19) не описывает экспериментальные данные. Линия 2 на рис. 5 соответствует знакопеременному кручению:

$$\ln N_f = 11,523 - 7,5\Delta e_u^p$$

($\psi = 90^\circ$, $\theta = 0$ в уравнении (19)). Линия 3 соответствует усталостной долговечности при одновременном действии одноосного растяжения-сжатия с амплитудой Δe_{11}^p и знакопеременного кручения с амплитудой $\Delta e_{12}^p = (2/\sqrt{3})\Delta e_{11}^p$ и сдвигом фаз Δe_{11}^p , Δe_{12}^p на 90° (что соответствует траектории в виде квадрата).

С помощью уравнений (1)–(18) проведены расчеты процессов упругопластического деформирования и усталостной долговечности тонкостенных трубчатых образцов, выполненных из стали марки 08X18H10T, при различных законах изменения осевой деформации e_{11} и деформации кручения e_{12} и температуре $T = 20^\circ\text{C}$. Результаты расчетов сравнивались с известными экспериментальными данными. В расчетах использовались следующие физико-механические характеристики и параметры модели: $K = 172\,920$ МПа, $G = 78\,700$ МПа, $E = 205\,000$ МПа, $\alpha = 0,000\,016\,6$ град $^{-1}$, $C_p^0 = 184,5$ МПа, $g_1 = 23\,236$ МПа, $g_2 = 358,6$. Остальные параметры уравнений приведены в табл. 1–3.

На рис. 5 точками показаны результаты расчетов усталостной долговечности при одной и той же амплитуде Δe_u^p для трех рассматриваемых траекторий деформирования. Для определения предельной работы $W_f^p = 3685$ МДж/м 3 использовалась точка A на усталостной кривой 2.

Заключение. Развита математическая модель механики поврежденной среды, описывающая процессы сложного пластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и сплавах) при многоосном непропорциональном нагружении. Разработанная модель позволяет учесть:

- монотонное и циклическое упрочнение, а также эффекты циклической памяти материала при пропорциональном и непропорциональном деформировании включая переходные циклические процессы и стабилизированное циклическое поведение материала;
- локальную анизотропию пластического деформирования при изломе траектории деформаций.

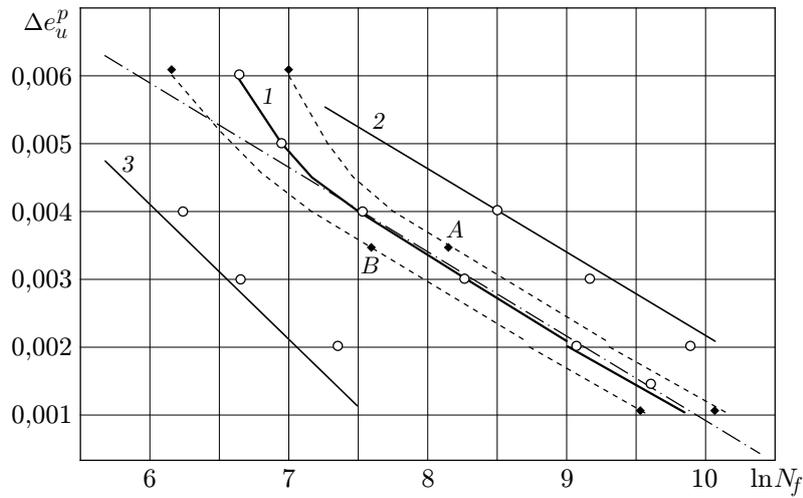


Рис. 5. Кривые усталости для стали марки 08X18H10T:

сплошные линии — экспериментальные данные [8], точки — соответствующие расчетные данные, штриховые линии — разброс экспериментальных данных относительно осредненной усталостной кривой; 1 — $\ln N_f = 10,5 - 7,5 \Delta \epsilon_u^p$ (одноосное растяжение-сжатие), 2 — $\ln N_f = 11,523 - 7,5 \Delta \epsilon_u^p$ (знакопеременное кручение ($\psi = 90^\circ$, $\theta = 0$)), 3 — одновременное действие одноосного растяжения-сжатия и знакопеременного кручения

Таблица 1

Модуль монотонного упрочнения q_χ при $T = 20^\circ \text{C}$

| χ_i | q_χ , МПа | χ_i | q_χ , МПа |
|----------|----------------|----------|----------------|
| 0 | -17000 | 0,015 | 1159 |
| 0,003 | -4000 | 0,018 | 1117 |
| 0,006 | 1300 | 0,021 | 1107 |
| 0,009 | 1300 | 0,400 | 0 |
| 0,012 | 1185 | | |

Таблица 2

Модуль циклического упрочнения $Q_s(\rho_{\max})$ при $T = 20^\circ \text{C}$

| ρ_{\max} | Q_s , МПа | ρ_{\max} | Q_s , МПа |
|---------------|-------------|---------------|-------------|
| 0 | 184 | 50 | 174 |
| 20 | 173 | 60 | 183 |
| 30 | 171 | 80 | 217 |
| 40 | 169 | 100 | 270 |

Таблица 3

Работа разрушения $W_a(\rho_{\max})$ при $T = 20^\circ \text{C}$, $W_f^p = 3685 \text{ МДж/м}^3$

| ρ_{\max} , МПа | W_a , МДж/м ³ | ρ_{\max} , МПа | W_a , МДж/м ³ |
|---------------------|----------------------------|---------------------|----------------------------|
| 0 | 1270 | 69 | 945 |
| 15 | 1270 | 72 | 492 |
| 30 | 1270 | 74 | 202 |
| 41 | 1270 | 76 | 66 |
| 51 | 1230 | 78 | 0 |
| 65 | 1046 | | |

Анализ результатов сопоставления расчетных и экспериментальных данных (точки и сплошные линии на рис. 5 соответственно) по усталостной долговечности металлов позволяет сделать следующие выводы:

— при известных параметрах определяющих соотношений по одной экспериментальной точке (точке A или B на кривых 2 и 1) кривая малоциклового усталости для одноосного растяжения-сжатия или кручения восстанавливается расчетным путем с высокой точностью как для больших ($\Delta e_u^p = 0,006$), так и для малых ($\Delta e_u^p = 0,001$) амплитуд интенсивностей пластических деформаций;

— с использованием уравнений механики поврежденной среды с высокой точностью можно рассчитывать малоцикловую усталостную долговечность конструкционных сталей при непропорциональном нагружении с произвольными законами изменения осевой e_{11} и сдвиговой e_{12} деформаций;

— интенсивность полной или пластической деформации и длина траектории пластического деформирования χ не являются критериями эквивалентности процессов малоциклового усталости и их использование в случае непропорциональных нагружений приводит к значительному завышению расчетной долговечности по сравнению с фактической;

— критерием эквивалентности процессов усталости является энергетический параметр y (y_e, y_p) уравнения (14), который является “внутренним временем” процесса накопления усталостных повреждений при различных путях нагружения. В случае регулярных процессов, для которых можно выделить регулярные циклы, параметр y выражается через относительное число циклов нагружения: $y = N/N_f$, а уравнение (14) принимает вид

$$\omega = 1 - [1 - (N/N_f)^{\alpha+1}]^{1/(k+1)}.$$

При $\alpha = r = 0$ из уравнения (14) следует известное правило линейного суммирования повреждений

$$\omega = \sum \frac{N}{N_f}, \quad \omega_f = 1.$$

Таким образом, уравнения (1)–(18) описывают процессы неупругого деформирования и накопления усталостных повреждений до момента образования макротрещины в элементарном объеме материала при сложном пластическом деформировании. В дальнейшем разрушение происходит в основном вследствие роста образовавшихся макротрещин.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Методология**, методы и средства эксплуатационного мониторинга транспортных ЯЭУ / Под ред. Ф. М. Митенкова, Г. Ф. Городова, Ю. Г. Коротких и др. М.: Машиностроение, 2006.
2. **Казаков Д. А.** Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций / Д. А. Казаков, С. А. Капустин, Ю. Г. Коротких. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 1999.
3. **Маковкин Г. А.** Сравнительный анализ параметров непропорциональности сложного упруго-пластического деформирования // Вестн. Нижегород. ун-та. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 1999. Вып. 1. С. 30–36.
4. **Коротких Ю. Г., Волков И. А., Гордлеева И. Ю.** Моделирование процессов упруго-пластического деформирования сталей при сложном нагружении // Устойчивость, пластичность, ползучесть при сложном нагружении. Тверь: Твер. гос. техн. ун-т, 2000. № 2. С. 60–65.
5. **Зубчанинов В. Г.** Экспериментальная пластичность. Кн. 1. Процессы сложного деформирования / В. Г. Зубчанинов, Н. Л. Охлопков, В. В. Гаранников. Тверь: Твер. гос. техн. ун-т, 2003.

6. **Зубчанинов В. Г.** Экспериментальная пластичность. Кн. 2. Процессы сложного нагружения / В. Г. Зубчанинов, Н. Л. Охлопков, В. В. Гаранников. Тверь: Твер. гос. техн. ун-т, 2004.
7. **Зубчанинов В. Г., Гультеев В. И., Зубчанинов Д. В.** Экспериментальное исследование процессов сложного нагружения материалов на многозвенных траекториях // Современные проблемы термовязкопластичности: Тр. 2-й шк.-семинара. М.: Моск. гос. техн. ун-т "МАМИ", 2007. С. 19–24.
8. **Можаровский Н. С., Шукаев С. И.** Долговечность конструкционных материалов при непропорциональных путях малоциклового нагружения // Пробл. прочности. 1988. № 10. С. 47–53.

*Поступила в редакцию 7/XI 2007 г.,
в окончательном варианте — 26/VIII 2008 г.*
