

Нетрудно увидеть, что (6.6) с точностью до обозначений совпадает с соответствующим выражением (3.2), взятым в пределе $\alpha \rightarrow 0$. Тем самым показано, что рассмотренные в работе предельные ($\alpha \rightarrow 0$) решения совпадают с решениями задачи об импульсивном движении тела в стратифицированной жидкости, взятыми в пределе $t \rightarrow \infty$.

В заключение сделаем несколько замечаний.

1. Построенные решения характеризуются параметрами ε и k . Если, следуя [6], просуммировать различные комбинации ε и k , то это позволит решить задачу для законов движения тела $\mathbf{u}_*(t)$, заданных в виде интегральных представлений

$$\mathbf{u}_*(t) = \mathbf{u}_0 \int_0^{k_0} \varepsilon(k) \exp(kNt) dk, \quad 0 < k_0 \leq \infty,$$

где $\varepsilon(k)$ — произвольная функция, обеспечивающая сходимость и малость интеграла. При этом формулы для силы сопротивления получаются интегрированием по k соотношений (3.2).

2. Полностью аналогично случаю экспоненциальных движений тела (1.5) можно рассмотреть колебательные движения $\mathbf{u}_*(t) = \varepsilon \mathbf{u}_0 \cos(\alpha t)$ с частотой α , большей частоты плавучести N .

3. Предложенный в работе подход применим также при движении тела в прямолинейных каналах, как горизонтальных, так и вертикальных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стратифицированные течения: Библиогр. указ. отеч. и иностр. лит-ры за 1972—1976 гг. — Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1978. — Вып. 2.
2. Аксенов А. В., Городцов В. А., Стурова И. В. Моделирование обтекания цилиндра стратифицированной идеальной несжимаемой жидкостью. — М., 1986. — (Препр./АН СССР, Ин-т проблем механики; № 282).
3. Krishna D. V. Unsteady stratified flow past a cylinder // Zastosow. mat. — 1968. — V. 9, N 4.
4. Warren F. W. G. Wave resistance to vertical motion in a stratified fluid // J. Fluid Mech. — 1960. — V. 7, N 2.
5. Bretherton F. P. The time-dependent motion due to a cylinder moving in an unbounded rotating or stratified fluid // J. Fluid Mech. — 1967. — V. 28, N 3.
6. Никольский А. А. Симметричные движения идеальной жидкости из состояния ее вращения как твердого тела // ДАН СССР. — 1961. — Т. 137, вып. 3.
7. Овсянников Л. В., Макаренко Н. И., Налимов В. И. и др. Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. — Новосибирск: Наука, 1985.
8. Владимиров В. А. О сходстве эффектов плотностной стратификации и вращения // ПМТФ. — 1985. — № 3.
9. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. — М.: Мир, 1969.
10. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. — М.: Физматгиз, 1963. — Ч. 1.
11. Yih C.-H. Fluid mechanics. — N. Y.: McGraw-Hill, 1969.
12. Drazin P. G. On the steady flow of fluid of variable density past an obstacle // Tellus. — 1961. — V. 13, N 2.
13. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1965.

г. Новосибирск

Поступила 3/VII 1989 г.,
в окончательном варианте — 15/XI 1989 г.

УДК 532.526

М. Б. Зельман, Б. В. Смородский

О ВЛИЯНИИ ПЕРЕГИБА В ПРОФИЛЕ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ НА РЕЗОНАНСНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Характер ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) в сдвиговых течениях существенно зависит от распределения завихренности среднего движения. Появление экстремумов в таких распределениях (точек перегиба в профиле скорости), согласно линейной теории устойчивости, ведет к уширению спектра и росту инкрементов не-

устойчивых пульсаций (см. [1, 2]). Время формирования нелинейного режима и характер его протекания меняются.

Появление перегибов может быть вызвано как внешними условиями обтекания, так и нелинейным самовоздействием «первичных» волн в потоке. Примеры влияния таких особенностей среднего течения на взаимодействие волновых возмущений рассматривались в свободных сдвиговых [3] и предотрывных пограничных [4] слоях. Однако вопрос об общих закономерностях эволюции взаимодействующих волн в этих условиях остается открытым.

Цель данной работы — выяснение особенностей влияния характеристик перегибных профилей на эффекты волновых резонансных взаимодействий в пограничных слоях. Полученные результаты используются для интерпретации механизма, препятствующего возникновению субгармонического S -типа перехода при повышении уровня начальных пульсаций.

В качестве исходного для рассмотрения эволюции резонансных возмущений выбран поток с профилем $U_G(y)$ [5], моделирующий движение интенсивных вихрей в пограничном слое:

$$U_G(y) = U_{\pm} + \kappa(\text{th}(y - y_r)/\delta \mp 1), \quad y \geq y_r.$$

Здесь y_r определяет положение точки перегиба относительно стенки; κ и $\delta \ll 1$ характеризуют степень и ширину области перегиба; U_{\pm} отвечают решениям уравнения Блазиуса, $U_{\pm}(y) = U_B(y)$ — профилю Блазиуса при $\kappa = 0$. Выбор U_G обусловлен прежде всего простотой его связи с параметрами перегиба.

В рамках приближения слабонелинейной теории поле потока представим в виде [6] $\mathbf{U} = (U(y), 0, 0) + \varepsilon(u_1, u_2, u_3) + O(\text{Re}^{-1})$, где квазигармонические возмущения с $\varepsilon \ll 1$ можно записать как

$$u_j = \sum_k A_k \psi_{jk} e^{i\theta_k}, \quad j = 1, 2, 3,$$

$\psi_{jk}(y)$ и $\theta_k = \int \alpha_k dx + \beta_k z - \omega(\alpha_k, \beta_k) - i\gamma(\alpha_k, \beta_k)$ определяются из решения уравнения Орра — Зоммерфельда (ОЗ). В первом нелинейном приближении [6, 7] имеет место резонансное трехволновое взаимодействие, играющее ведущую роль в формировании S -режима ЛТШ в пограничном слое Блазиуса (U_B). При этом наиболее интенсивное взаимодействие осуществляется в симметричных триадах ($k = 1, 2, 3$), включающих плоскую ($\alpha_1, \beta_1 = 0, \omega_1$) и пару косых ($\alpha_{2,3} \approx \alpha_1/2, \beta_2 = -\beta_3, \omega_{2,3} = \omega_1/2$) волн Толлмина — Шлихтинга (ТШ) [6, 7]. Поведение амплитуд $B_k = A_k \exp(\gamma_k t)$ в такой триаде подчиняется системе

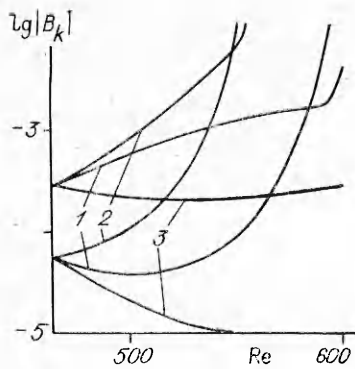
$$(1.1) \quad \begin{aligned} \left(v_1 \frac{\partial}{\partial x} - \gamma_1\right) B_1 &= S_1 B_2 B_3 h(-\Delta), \\ \left(v \frac{\partial}{\partial x} - \gamma\right) B &= S B_1 B_{2,3} h(\Delta), \quad B_{k0} = B_k(x_0). \end{aligned}$$

Здесь $\gamma = \gamma_{2,3}$; $v_1, v = v_{2,3}$, S и S_1 выражаются через собственные функции прямой и сопряженной задач ОЗ, а

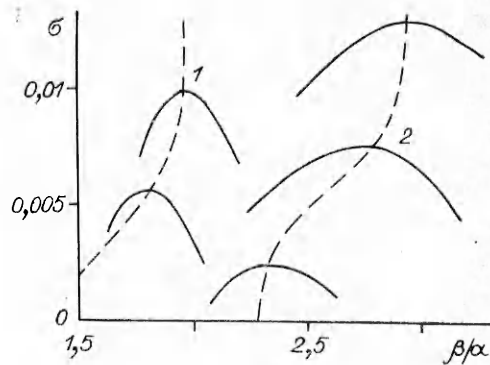
$$h(\Delta) = \frac{1}{X} \int_0^X dx \exp\left(i \int_0^x \Delta dx'\right), \quad \Delta = \alpha_1 - 2\alpha_{2,3}, \quad 1 \ll \alpha X \ll \varepsilon^{-1}$$

(X — интервал осреднения).

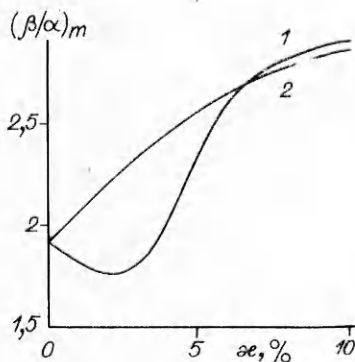
Согласно расчетам, картина эволюции триад при $\kappa > 0$ качественно воспроизводит особенности их движения в течении Блазиуса. Имеется участок параметрической накачки пространственных субгармонических волн $|B_{2,3}| < |B_1|$, за которым следует взрывной рост нелинейной стадии при $|B_{2,3}| \geq |B_1|$ (рис. 1). Появление и рост перегиба ($\kappa > 0$) могут способствовать интенсификации накачки субгармоник прежде всего за счет увеличения γ_1 и γ , которое, как показано в [2], возникает при значениях y_r , принадлежащих определенному ограниченному интервалу ($0,7 \leq y_r \leq 2,5$) внутри ($0 \leq y < 5$) пограничного слоя. Увеличение κ способствует также слабому росту $|S|$. В исследуемом диапазоне парамет-



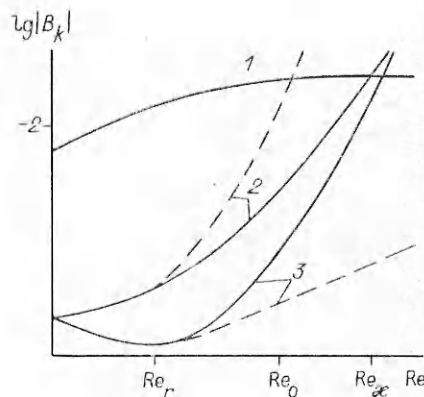
Р и с. 1



Р и с. 2



Р и с. 3



Р и с. 4

ров зависимость S от ω и Re оказалась слабой. На рис. 1 линиями 1—3 показаны значения $B_1(x)$ и $B_{2,3} = B(x)$ для $F_1 = 2F_2 = 115 \cdot 10^{-6}$, $\beta_2/\alpha_2 = 1$ при $\kappa = 0$ (недеформированный пограничный слой U_B); $y_r = 2$, $\kappa = 2\%$; $y_r = 1$, $\kappa = 2\%$.

Более существенно влияют на эффективность взаимодействия углы распространения $\xi = \arctg \beta/\alpha$. На рис. 2 сплошными линиями показаны зависимости инкрементов накачки $\sigma = \partial \ln |B|/\partial x$ от параметра $\tan \xi$ при $y_r = 2$, $\kappa = 0$; 10% (кривые 1, 2) для разных амплитуд накачки $|B_{10}|$, штриховые линии, отмечающие положение $\max_{\xi} \sigma(B_{10})$, с увеличением κ смещаются в область больших ξ и при $\kappa \geq 10\%$ выходят на асимптоту $\xi_m \approx 71^\circ$. Таким образом, наличие перегиба способствует более эффективному возбуждению трехмерности поля возмущения, поскольку при $\kappa = 0$ максимальным инкрементам отвечают $\xi_m \leq 60^\circ$. Универсальность этого утверждения нарушается при y_r , расположенном вблизи критического слоя волны $y_c \approx 1$. Зависимость $\xi_m(\kappa)$ оказывается немонотонной: при $0 \leq \kappa \leq 2\%$ наблюдается уменьшение ξ_m с ростом κ , т. е. конфигурация волновых векторов в триаде максимально взаимодействующих волн становится более «плоской» по сравнению с пограничным слоем U_B . При дальнейшем росте степени перегиба κ угол ξ_m выходит на асимптоту $\xi_m \approx 71^\circ$. На рис. 3 кривыми 1, 2 показаны значения $\tan \xi_m(\kappa)$ при $Re = 625$, $F_1 = 115 \cdot 10^{-6}$ и $y_r = 1$; 2.

Изученные особенности развития резонансных триад касаются специального типа течения U_G и нуждаются в выяснении степени их общности. С этой целью были рассмотрены течения с профилями, аппроксимирующими движение в предотрывной зоне пограничного слоя $U_S(y)$ [4], и наблюдаемые в переходной области при K -режиме ЛТП $U_K(y)$ [8]. При этом в качестве параметра κ (степени перегибности) выбиралась максимальная величина отклонения рассматриваемых профилей от распре-

деления $U_B(y)$. Свойства эволюции возмущений в потоке с U_G качественно воспроизводятся в течении U_K : остаются в силе утверждения об интенсификации накачки субгармоник в триадах и увеличении предельных углов ξ_m ($\xi_m \rightarrow 70^\circ$). В отличие от случая U_G и U_K в потоках с возвратными течениями (профиль U_S) $\xi_m \approx \text{const}$. Последнее согласуется с результатами [4]. Для переходной зоны пограничного слоя на гладкой пластине характерно отсутствие возвратных течений. Типичными являются эффекты, отмеченные для U_G .

Однако в отличие от течения Блазиуса эффективность параметрического резонанса низкочастотных (НЧ) колебаний не гарантирует их опережающее выделение в спектре (S -режим ЛТП), поскольку перегиб в профиле $U(y)$ одновременно резко интенсифицирует линейную неустойчивость в области высоких частот (ВЧ). Очевидно лишь, что параллельное протекание этих процессов способствует ускоренной турбулизации движения.

В проведенном выше рассмотрении изучалось взаимодействие «вторичных», т. е. эволюционирующих на уже сформированном перегибном профиле, возмущений. Дополнительные особенности могут возникнуть при перегибе профиля, вызванном самовоздействием интенсивной «первичной» волны ТШ ($\alpha_s, \omega_s + i\gamma_s$). Такое проявление может быть следствием формирования нелинейного критического слоя при $y_r \approx y_c$ и, согласно оценкам [9—11], сопровождается стабилизацией колебаний ($\gamma_s \rightarrow 0$) при сохранении формы профиля скорости и дисперсионной связи близкими к линейным. В этих условиях доминирующим механизмом взаимодействия может оказаться резонанс первичной волны с фоновыми пульсациями, сформированными в соответствии с искаженным средним профилем.

В рамках указанных представлений был проведен анализ эффективности параметрического взаимодействия пар вторичных возмущений НЧ (рассчитанных на профиле U_G с $y_r \approx y_c$ и $\kappa \geq 0$) в поле первичной волны с распределением ТШ. Отличие уравнений, описывающих такую систему, от (1.1) состоит в значениях коэффициентов (индекс s отвечает волне с $k = 1$). Вычисления S показали, что инкремент параметрической накачки $\sigma_p \sim |SB_{10}|$ в этих условиях близок к случаю движения в потоке с $\kappa = 0$ и заметно ниже, чем в триадах «вторичных» колебаний. С другой стороны, распределение $\max \sigma_p(\xi)$ практически совпадает со случаем последних. В результате возникает возможность для относительного замедления роста НЧ-пульсаций в поле «первичной» волны ТШ. Полный инкремент $\sigma = \gamma + \sigma_p$ падает за счет стабилизации линейной неустойчивости (уменьшения γ). При $\kappa \leq 2\%$ ($y_r \approx y_c$) это является прямым следствием перегиба [2], а при $\kappa > 2\%$ — результатом разворота ξ в область более косых волн — больших значений β . Таким образом, в процессе развития нелинейного критического слоя может сформироваться механизм, препятствующий за счет падения γ и γ интенсивному возбуждению НЧ-колебаний. Его эффективность может быть оценена из отношения $\tau_N = \gamma + \sigma_p$ и $\tau = |\gamma + SB_{10}|^{-1}$ — характерных времен нелинейного критического слоя и параметрического усиления в триаде. Выполнение неравенства $\tau_N/\tau \leq 1$ устанавливает верхнюю границу значения $|B_{10}|$ для возникновения S -перехода. Качественно процесс развития триады представлен на рис. 4 (кривыми 1—3 обозначены соответственно амплитуды двумерной первичной волны B_1 и трехмерных вторичных субгармонических волн $B_{2,3}$ с $\beta/\alpha \approx 2$ и 3, штриховыми линиями отмечено поведение субгармоник на недеформированном среднем потоке U_B). Если в некотором сечении Re_r пограничного слоя в результате развития нелинейного критического слоя формируется перегиб $\kappa > 0$, то скорость роста субгармоник с разными значениями β/α изменяется (сплошные линии 2, 3). Таким образом, координата Re_0 , где $|B_{2,3}(x)| = |B_1(x)|$, смещается вниз по потоку к Re_κ .

Представляет интерес непосредственное влияние первичной волны ТШ на развитие ВЧ-пульсаций, линейная неустойчивость которых при

перегибе $U(y)$ существенно интенсифицируется в широкой полосе спектра. Для анализа этого вопроса мы рассмотрели резонансное взаимодействие таких «вторичных» ВЧ-пульсаций при $y_r = y_c$, $\kappa > 0$ в поле волны ТШ (ω_s , α_s , $\beta_s = 0$). Возмущения ВЧ-спектра аппроксимировались дискретным набором гармоник с (α_k, β) , $\omega_k + i\gamma_k$, $\omega_{k\pm 1} = \omega_k \pm \omega_s$, принадлежащих окрестности $\omega_0(\kappa)$ с $\gamma_0 = \max \gamma_k$. Система амплитудных уравнений принимает вид

$$v_k \frac{dB_k}{dx} = \gamma_k B_k + S_k^- B_s B_{k-1} h(-\Delta_{k-1}) + S_k^+ B_s^* B_{k+1} h(\Delta_k),$$

$$\Delta_k = \alpha_{k+1} - \alpha_k - \alpha_s, \quad -N \leq k \leq N.$$

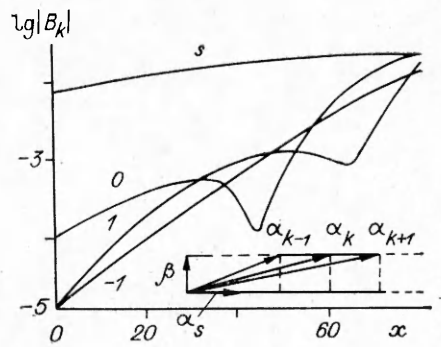
Из расчетов видно, что коэффициенты S_k^\pm нарастают с увеличением частоты ω_k и параметров β и κ .

На рис. 5 представлены графики зависимости амплитуд $B_k = B_k(x)$ при $\text{Re} = 1040$, $N = 5$, $y_r = 2$, $\kappa = 2\%$, $\beta = 0$, $\omega_s = 40 \cdot 10^{-6}$, $\omega_0 = 400 \cdot 10^{-6}$. Номер кривой соответствует k -гармонике. Эффект взаимодействия практически не сказывается на скорости усиления ВЧ-колебаний ($\sigma_k \approx \gamma_k$) и сводится к обмену энергией между ними. Последнее проявляется в быстром выравнивании амплитуд B_k возмущения на начальном этапе и их осцилляции в процессе развития.

Таким образом, возникновение перегиба в профиле средней скорости пограничного слоя, вызванное развитием интенсивной волны ТШ, создает условие для замедления роста НЧ-колебаний и выделения субгармоник. В то же время облегчается усиление трехмерных пульсаций ВЧ части спектра. Проведенное рассмотрение носит качественный характер. Тем не менее полученные в его рамках выводы, как представляется, позволяют выделить механизм, вызывающий разрушение S -режима и формирование «высокочастотных» типов ЛТП, наблюдаемое в пограничном слое при увеличении уровня индуцированной волны [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдштик М. А., Штери В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. — Новосибирск: Наука, 1977.
2. Зельман М. Б., Смородский Б. В. Развитие и взаимодействие возмущений в пограничных слоях с перегибным профилем скорости. — Новосибирск, 1989. — (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 2—89); Зельман М. Б., Смородский Б. В. О линейной эволюции возмущений в пограничных слоях с перегибным профилем скорости // ПМТФ. — 1991. — № 1.
3. Ho C., Huerre P. Perturbed free shear layers // Ann. Rev. Fluid Mech. — 1984. — V. 16. — P. 365.
4. Nayfeh A. P., Ragab S. A. Effect of a bulge on the secondary instability of boundary layers. — N. Y., 1976. — (Paper/AIAA; N 87—0045).
5. Gatsky T. V. Vortex motion in wall bounded viscous flow // Proc. Roy. Soc. Lond. — 1985. — A397. — P. 397.
6. Зельман М. Б. Развитие нелинейных возмущений в пограничном слое Блазиуса // Модели механики неоднородных систем. — Новосибирск, 1989.
7. Зельман М. Б., Масленникова И. И. Об эффектах резонансных взаимодействий волновых возмущений в пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1984. — № 4.
8. Козлов В. В., Левченко В. Я., Сарик В. С. (США). Образование трехмерных структур при переходе в пограничном слое. — Новосибирск, 1983. — (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 10—83).
9. Зельман М. Б. Развитие возмущений конечной интенсивности в плоскопараллельных потоках. — Новосибирск, 1981. — (Препр./АН СССР, Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 10—81).



Р и с. 5

10. Реутов В. П. Нестационарный критический слой и нелинейная стадия развития неустойчивости в плоском течении Пуазейля // ПМТФ.— 1982.— № 4.
 11. Жигулев В. Н., Тумин А. М. Возникновение турбулентности.— М.: Наука, 1987.

г. Новосибирск

Поступила 27/XII 1989 г.

УДК 532.526 : 536.24

Е. Г. Заулицкий, В. М. Трофимов

ПРОДОЛЬНЫЕ ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ И ТЕПЛООБМЕН В ОБЛАСТИ ПРИСОЕДИНЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Появление продольных вихревых структур в пограничных слоях сверхзвукового потока наблюдалось в экспериментах ряда авторов [1—7], изучавших развитие области отрыва в плоских, осесимметричных, внутренних и внешних течениях как при ламинарном, так и при турбулентных режимах обтекания тел. Развитие структур, обычно называемых вихрями типа Тейлора — Гёртлера (Т — Г), в окрестности точки присоединения в течениях за уступами либо за точкой отрыва в углах сжатия приводит к строго упорядоченному перераспределению процессов переноса тепла и импульса, периодичному их изменению в поперечном к потоку направлении. В условиях интенсификации теплообмена в областях присоединения вследствие роста уровня турбулентных пульсаций [8] развитие вторичных течений способно привести к дополнительным тепловым нагрузкам в областях их пиковых значений.

С точки зрения развития собственных (внутренних) неустойчивостей системы, результатом которого является самоорганизация, появление вихрей типа Т — Г есть звено в цепи перархических изменений структуры пристенного течения. Существенно также и то, что результат потери устойчивости системы — возникновение стационарных вихрей — обладает способностью сохраняться в «памяти» течения далеко вниз по потоку от места воздействия непосредственной причины неустойчивости.

В данной работе проведены экспериментальные исследования трехмерных особенностей течения и теплообмена, обусловленных вихрями типа Т — Г, обнаружен второй пристенный слой продольных структур, механизм возникновения которых не связан с вихрями этого типа.

Условия проведения экспериментов. Измерения полей давления и теплообмена на моделях уступов проводились в аэродинамической трубе Т-333 ИТПМ СО АН СССР с рабочим полем струи диаметром 304 мм внутри камеры Эйфеля при числах Маха набегающего потока $M_1 = 2,0; 3,0; 4,0; 5,0$. Диапазон изменения единичных чисел Рейнольдса $Re_1 = (30 \div 100) \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, давления торможения $p^* = 180 \div 1600 \text{ кПа}$, температуры торможения $T^* = 260 \div 270 \text{ К}$.

Высота установленного на пластине шириной $b = 120 \text{ мм}$ уступа (рис. 1, а) составляла $h = 6,0; 6,4; 15,0 \text{ мм}$. Угол наклона грани уступа соответственно $\beta = 90; 25; 65^\circ$. Расстояние от передней кромки пластины до вершины угла расширения 177 мм. В 6 мм от передней кромки пластины наклеивался турбулизатор шириной 4 мм с высотой песочной шероховатости 0,2 мм. Характерная толщина пограничного слоя в невозмущенном течении перед областью взаимодействия $\delta_1 \approx 2,1 \text{ мм}$. Для исключения перетечек потока в поперечном основном направлении на боковых стенках модели установлены ограничительные пластины (щеки) высотой 30 мм.

Измерения локальных коэффициентов теплообмена проводились модифицированным электрокалориметрическим методом [9] в комплексе с ав-

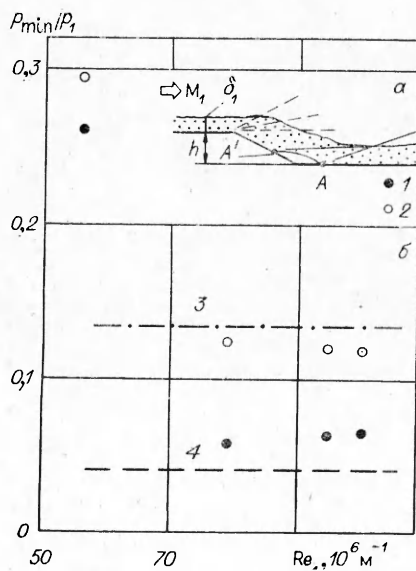


Рис. 1