

ние полимерных композиционных конструкций. Вып. 2. Рига: изд. ВВАИУ, 1972.

19. Papoulis A. A new method of inversion of the Laplace transform. Quart. Appl. Mathem., 1957, vol. 14, N 4.
21. Козловцев А. М., Музыченко В. П., Брагов А. М. Теоретико-экспериментальный способ определения вязкоупругих характеристик полимерных композитных материалов. — В кн.: Тезисы докладов V Всесоюз. конф. по композиционным материалам. Вып. 2. М.: Изд-во МГУ, 1981.

УДК 662.215.5+539.374.1

ДИНАМИКА ДЕФОРМИРОВАНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОРЫ В ПЛАСТИЧЕСКОМ МАТЕРИАЛЕ

А. В. Аттетков, В. В. Селиванов, В. С. Соловьев

(Москва)

Локальные области высокой температуры («горячие точки») оказывают определяющее влияние на процесс возбуждения химического разложения в гетерогенных взрывчатых веществах (ВВ) высокой плотности. Из общих закономерностей динамики деформирования пористых сред следует, что специфика их деформации определяется конкуренцией двух механизмов разрушения: созданием трещин (или полос скольжения) и деформацией (схлопыванием) пор [1]. Следовательно, образование очагов локальных разогревов при ударно-волновом инициировании гетерогенных ВВ может быть связано с процессом деформирования пор, сдвигового разрушения и относительного скольжения частиц ВВ.

Данная работа посвящена рассмотрению общих закономерностей деформирования поры в пластическом материале и разогрева ее поверхности в процессе схлопывания.

Определяющее уравнение уплотняющегося пористого материала предложено в [2]. Пористый материал представлен идеальным гомогенным континуумом с дополнительной кинематической переменной α , определяемой как отношение удельного объема пористого материала к удельному объему материала матрицы. Аналогичный подход используется для исследования деформирования гранулированных (зернистых) материалов [3]. Это позволяет рассматривать деформацию пористого вещества в рамках модели сплошной среды. Описанию поведения параметра α посвящены теоретические исследования [4, 5]. Задача сводится к рассмотрению процесса схлопывания полой сферы под действием приложенного к внешней поверхности давления, где соотношение между ее внутренним и внешним радиусами определяет пористость данного материала. Полученные результаты показали, что сжимаемость материала и значение модуля сдвига G , определяющего упругую и упругопластическую фазы процесса схлопывания поры, не оказывают существенного влияния. Изменение пористости происходит, когда все вещество переходит в состояние пластического течения. Таким образом, в области нагрузок, интенсивность которых на порядок выше предела текучести материала Y , с достаточной точностью можно принять жестко-пластическую модель среды.

Рассмотрим процесс деформирования поры в пластическом материале под действием давления p , равномерно распределенного по внешней поверхности. Пусть a_0 и a — соответственно начальное и текущее значения радиуса поры, b_0 и b — начальное и текущее значения радиуса сферы. Начальную пористость вещества m_0 будем характеризовать отношением удельного объема пор к объему сплошного материала. Тогда

$$(1) \quad m_0 = (a_0/b_0)^3.$$

Материал предполагаем гомогенным, изотропным и несжимаемым с плотностью ρ , удовлетворяющим условию текучести Мизеса — Генки или Треска — Сен-Венана с постоянным пределом текучести Y .

Используя предположение о несжимаемости материала ($\rho = \text{const}$), определим интеграл уравнения неразрывности

$$\partial \rho / \partial t + \partial(\rho v) / \partial r + 2\rho v / r = 0$$

в виде

$$(2) \quad v = a(\dot{a}/r)^2,$$

где r — эйлерова координата; v — скорость радиального движения; $\dot{a} = da/dt$ — скорость движения границы поры.

Подставляя последнее выражение и производные $\partial v/\partial t$ и $\partial v/\partial r$ в уравнение Эйлера для случая центральной симметрии

$$\rho(\partial v/\partial t + v\partial v/\partial r) = \partial\sigma_r/\partial r + (2/r)(\sigma_r - \sigma_\theta),$$

а также используя условие пластичности в условиях сжатия

$$(3) \quad \sigma_r - \sigma_\theta = Y_s$$

получим

$$(4) \quad \partial\sigma_r/\partial r = -2Y/r + \rho((a^2\ddot{a} + 2a\dot{a}^2)/r^2 - 2a^4\dot{a}^2/r^5).$$

Здесь σ_r и $\sigma_\theta = \sigma_\phi$ — главные напряжения; $\ddot{a} = d^2a/dt^2$ — ускорение границы поры.

Напряжения в области $a \leq r \leq b$ удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$(5) \quad \text{при } r = a \quad \sigma_r = -p_g, \quad \text{при } r = b \quad \sigma_r = -p.$$

Закон изменения адиабатически сжимающегося в поре газа примем в виде

$$(6) \quad p_g = p_{g0}(a_0/a)^{3\gamma_s}$$

где p_{g0} — начальное давление газа в поре; γ — показатель политропы.

Интегрирование уравнения (4) с использованием граничных условий (5) и условия несжимаемости

$$(7) \quad b^3 - a^3 = b_0^3 - a_0^3$$

приводит к нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка относительно a :

$$(8) \quad \ddot{a} = A\dot{a}^2 + B_s$$

$$\text{где } A = \frac{1}{a_0 x} \left[\frac{(1+z)(1+z^2)}{2} - 2 \right]; \quad B = \frac{p}{a_0 \rho x (1-z)} \left[-\frac{2Y}{p} \ln z + \frac{p_{g0}}{p} x^{-3\gamma} - 1 \right];$$

$$z = \frac{a}{b} = \left[1 + x^{-3} \left(\frac{1}{m_0} - 1 \right) \right]^{-1/3}; \quad x = \frac{a}{a_0}.$$

В начальный момент времени при $a = a_0$ ($x = 1$) скорость движения границы поры $\dot{a}(0) = 0$, а ускорение $\ddot{a}(0) \leq 0$. В соответствии с этим получаем условие

$$p \geq p_T = -(2/3)Y \ln(m_0) + p_{g0},$$

где p_T — эффективный предел текучести пластического материала при всестороннем сжатии. Данное условие для случая $p_{g0} = 0$ следует также из решения упругопластической задачи [4, 5]. При $Y = 0$ уравнение (8) описывает процесс деформирования (схлопывания) поры в несжимаемой идеальной жидкости.

Следует отметить, что уравнение (8) справедливо лишь на стадии сжатия, так как при рассмотрении процесса расширения поры необходимо учитывать упругие свойства материала [5].

Задача о схлопывании поры в пластическом материале под действием постоянного давления может быть решена аналитически при использовании закона сохранения энергии, если за аргумент принять величину радиуса поры a . Аналогичный подход использовался в [6] при исследовании поведения жестко-пластической цилиндрической оболочки под действием внутреннего давления.

Закон сохранения энергии запишем в виде

$$\Phi_0 + E_0 = \Phi + E + W + E_\Phi,$$

или по отношению к начальной работе внешних сил Φ_0

$$(9) \quad \tilde{\Phi} + \tilde{E} - \tilde{E}_0 + \tilde{W} + \tilde{E}_\Phi = 1.$$

Здесь Φ — текущая работа внешних сил; E_0 и E — соответственно начальная и текущая энергия газа; W — кинетическая энергия материала сферы; E_Φ — работа пластической деформации. Кинетической энергией находящегося в поре газа пренебрегаем.

Подробнее остановимся на каждом из слагаемых в выражении (9).

1. Для идеального газа внутренняя энергия $E = p_g V / (\gamma - 1)$, где V — объем газа.

Используя (6) и учитывая, что $V = (4/3)\pi a^3$, получим

$$E - E_0 = [4\pi a_0^3 p_{g0} / 3 (\gamma - 1)] [(a_0/a)^{3(\gamma-1)} - 1].$$

Так как $\Phi_0 = (4/3)\pi a_0^3 p$, то

$$(10) \quad \tilde{E} - \tilde{E}_0 = (E - E_0) / \Phi_0 = (p_{g0} / p (\gamma - 1)) [(a_0/a)^{3(\gamma-1)} - 1].$$

2. Кинетическая энергия материала сферы определяется выражением

$$W = \int_m (v^2/2) dm, \text{ где } dm = 4\pi r^2 dr.$$

Используя уравнение (2), получим

$$(11) \quad W = 2\pi r a^3 a^2 (1 - a/b), \\ \tilde{W} = W / \Phi_0 = (3r a^2 / 2p) (1 - a/b) (a/a_0)^3.$$

3. Запишем выражение для работы пластических деформаций

$$(12) \quad E_\Phi = \int_U A_p dU; \quad A_p = \int_0^{\varepsilon_\tau} \sigma_\tau d\varepsilon_\tau,$$

где σ_τ и ε_τ — соответственно интенсивность напряжений и интенсивность деформаций; U — объем сферы.

Используя условие пластичности (3) и пренебрегая упругими деформациями, получим

$$(13) \quad E_\Phi = 4\pi Y \int_a^b \varepsilon_\tau r^2 dr.$$

Тангенциальная логарифмическая деформация определяется выражением

$$\varepsilon_\theta = \ln(1 - u/r) = (1/3) \ln(1 - (a^3 - a_0^3)/r^3),$$

где u — радиальное перемещение.

Учитывая, что в данном случае $\varepsilon_r = -2\varepsilon_\theta$, получим

$$(14) \quad \varepsilon_\tau = (2/3) \ln(1 - (a^3 - a_0^3)/r^3).$$

Подставляя ε_τ в уравнение (13) и интегрируя, получим

$$(15) \quad E_\Phi = -(8/3) \pi Y [a^3 \ln(b/a) + b_0^3 \ln(b/b_0) - a_0^3 \ln(b/a_0)], \\ \tilde{E}_\Phi = E_\Phi / \Phi_0 = -2YC/p,$$

где $C = (a/a_0)^3 \ln(b/a) + (b_0/a_0)^3 \ln(b/b_0) - \ln(b/a_0)$.

4. Работа внешних сил определяется выражением

$$\Phi = (4/3)\pi a^3 p$$

или

$$(16) \quad \tilde{\Phi} = \Phi / \Phi_0 = (a/a_0)^3.$$

Подставляя (10), (11), (15) и (16) в уравнение (9) и используя выражение (1), после преобразований получим

$$(17) \quad \dot{a} = - \left\{ p \frac{1 - x^5 + p_{g0} [x^{3(1-\gamma)} - 1] / [p(\gamma - 1)] + 2YC/p}{(3/2) \rho x^3 (1 - x)} \right\}^{1/2}$$

где $C = -x^3 \ln z + (1/m_0) \ln(xm_0^{1/3}/z) - \ln(x/z)$; x и z определяются в соответствии с (8). Начальными условиями являются $a = a_0$ ($x = 1$), $\dot{a} = 0$.

Уравнение (17) совместно с выражением (2) и условием несжимаемости (7) позволяет построить эпюру скоростей по толщине сферы в зависимости от положения границы поры.

Используя уравнения (8), (17), можно определить ускорение границы:

$$(18) \quad \ddot{a} = \frac{p}{z_0 \rho x (1-z)} \left\{ \frac{2}{3x^3} \left[\frac{(1+z)(1+z^2)}{2} - 2 \right] \left[1 - x^3 + \frac{p_{g0} [x^{3(1-\gamma)} - 1]}{p(\gamma-1)} + \frac{2YC}{p} \right] - \frac{2Y}{p} \ln z + \frac{p_{g0}}{p} x^{-3\gamma} - 1 \right\}.$$

Сравнение результатов расчетов по уравнениям (17), (18) с результатами численного решения дифференциального уравнения (8) показало соответствие с точностью численной аппроксимации.

Зависимости скорости движения границы поры от величины x представлены на фиг. 1. Расчеты проводились для начальных давлений газа в поре $p_{g0}/p = 0$ (кривая 4), $p_{g0}/p = 0,001$ (кривые 1, 2, 5) и $p_{g0}/p = 0,01$ (кривая 3) при значениях начальной пористости 0,01 (кривая 5) и 0,05 (кривые 1-4). Показатель политропы γ принимался равным 1,4. Область полностью пластического течения слоя ограничена значением $Y/p_{\tau} \approx 0,326$ при $m_0 = 0,01$ и $Y/p_{\tau} = 0,501$ при $m_0 = 0,05$. Условие $Y/p = 0$ (кривая 1) соответствует процессу схлопывания поры в несжимаемой идеальной жидкости. В расчетах использовались значения Y/p , равные 0,1 (кривые 2, 5) и 0,3 (кривые 3, 4).

Полученные результаты показывают, что начальное давление газа в поре (кривые 3, 4) не оказывает существенного влияния на процесс ее деформирования и при проведении расчетов с достаточной степенью точности можно принять $p_{g0} = 0$. Значение начальной пористости также слабо влияет на процесс деформирования пор в высокоплотных материалах (кривые 2, 5). Изменение величины m_0 в 5 раз приводит к расхождению в значениях скорости менее 10%.

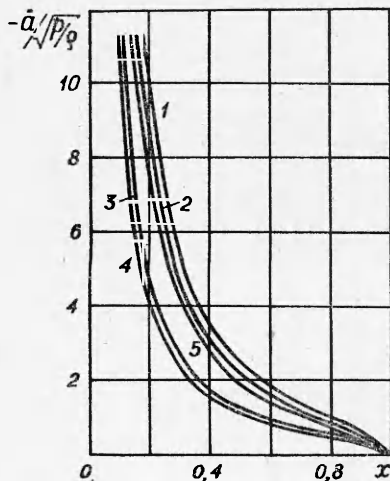
Для определения изменения температуры поверхности поры в процессе ее деформирования запишем выражение для удельной внутренней энергии материала в виде

$$E_{\tau} = A_p / \rho,$$

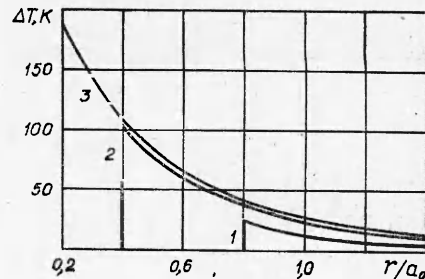
где A_p определяется в соответствии с (12). Используя условие пластичности (3) и соотношение для интенсивности деформаций (14), получим

$$(19) \quad E_{\tau} = (2Y/3\rho) \ln(1 - (a^3 - a_0^3)/r^3).$$

Последнее уравнение не учитывает упругие деформации, т. е. предполагается,



Фиг. 1



Фиг. 2

что процесс схлопывания поры происходит на стадии пластического течения материала.

Используя уравнение (19), можно определить изменение температуры по толщине слоя в зависимости от положения границы поры:

$$(20) \quad \Delta T = E_T/c_p = (2Y/3\rho c_p) \ln [1 - (r/a_0)^{-3}(x^3 - 1)],$$

где c_p — теплоемкость при постоянном давлении; r — эйлерова координата, определяемая из условия несжимаемости

$$r/a_0 = [(r_0/a_0)^3 + x^3 - 1]^{1/3}.$$

В частности, изменение температуры на границе поры при $r = a$ равно

$$(21) \quad \Delta T = - (2Y/\rho c_p) \ln x.$$

Уравнения (20), (21) определяют максимальный разогрев поверхности поры при ее схлопывании вследствие пластических деформаций материала.

Оценим величину максимального разогрева, используя экспериментальные данные по динамическому нагружению ТНТ [7], в соответствии с которыми динамический предел текучести $Y = 0,12$ ГПа при начальной пористости ВВ $m_0 = 0,05$. Плотность материала ρ принималась равной $1,66 \cdot 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость $c_p = 1,26 \cdot 10^3$ Дж/кг·град. Кривые распределения температуры по толщине слоя на различных стадиях процесса деформирования поры приведены на фиг. 2. Цифры 1—3 соответствуют значениям x , равным соответственно 0,8; 0,4; 0,2. Полученные результаты свидетельствуют о том, что разогрев материала вследствие его пластической деформации носит локальный характер и для поверхностных слоев поры не превышает 200 К. При этом характерная толщина прогреваемого шарового слоя составляет величину (0,70—0,85) a_0 . Здесь не учитывается повышение температуры поверхности поры за счет адиабатического разогрева сжимающегося в поре газа, что, однако, вполне допустимо для пор размером до нескольких десятков микрометров вследствие существенного различия коэффициентов тепловой активности газовой фазы и твердого вещества [8].

Анализ ограничен частным случаем схлопывания поры в пластически деформирующемся материале. Полученные результаты качественно правильно отражают функциональные тенденции распределения температуры по толщине слоя. Количественные результаты соответствуют феноменологии процесса, за исключением шарового слоя в окрестности поры, где существенную роль играют эффекты вязкого течения.

Поступила 23 XII 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н. Динамическая прочность и скорость разрушения.— В кн.: Удар, взрыв и разрушение. М.: Мир, 1981.
2. Herrmann W. Constitutive equation for the dynamic compaction of ductile porous materials.— J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, N 6.
3. Coodman M. A., Cowin S. C. A continuum theory for granular materials.— Arch. Rational Mech. Anal., 1972, vol. 44, N 4.
4. Carroll M. M., Holt A. C. Static and dynamic pore-collapse relations for ductile porous materials.— J. Appl. Phys., 1972, vol. 43, N 4.
5. Bhatt J. J., Carroll M. M., Schatz J. F. A spherical model calculation for volumetric response of porous rocks.— Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech., 1975, vol. 42, N 2.
6. Одинцов В. А., Селиванов В. В. Поведение жестко-пластической цилиндрической оболочки под действием внутреннего давления.— ПМТФ, 1975, № 3.
7. Wasley R. J., Walker F. E. Dynamic compressive behavior of a strain-rate sensitive, polycrystalline, organic solid.— J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, N 6.
8. Дубовик А. В., Боболев В. К. Чувствительность жидких взрывчатых систем к удару. М.: Наука, 1978.