

части струи уменьшается в 2—3 раза, что, по-видимому, оказывается достаточным для того, чтобы вдоль струи появилась возможность распространения сигналов и взаимодействия отдельных ее элементов между собой. Поэтому весь топливный факел в этом случае начинает представлять собой единую систему, вдоль которой устанавливается взаимосвязь элементов, и он приобретает свойство продольной упругости. При впрыске же в среду с противодавлением до 2 атм отдельные секции струи, рассеченные неоднородностями, практически не взаимодействуют между собой и каждый последующий участок струи не оказывает влияния на продвижение предыдущего. Поэтому динамика движения головной части струи не связана с поведением остальных, а следовательно, и с характером изменения давления в топливной системе, за исключением самой начальной стадии процесса.

При более высоких давлениях в среде (7—10 атм и более) передача информации вдоль струи становится надежной и на продвижение головной части струи начинают оперативно влиять тыловые. В этом смысле и использован термин «свойство продольной упругости». Следует заметить также, что при давлениях в среде выше 5—7 атм развитие крупномасштабных неоднородностей, разбивающих струю на секции, не наблюдается.

Поступила 14 I 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Баев В. К., Бажайкин А. И. и др. Начальная стадия развития топливного факела, выброшенного из форсунки под большим давлением.— ФГВ, 1979, № 1.
2. Баев В. К., Бажайкин А. И. и др. Рентгеноимпульсный метод изучения внутренней структуры топливного факела.— ПМТФ, 1980, № 1.
3. Трусов В. И., Иванов Л. Л. Некоторые предпосылки к формированию физической модели распыленной струи при впрыске топлива в дизеле.— В кн.: Двигатели внутреннего сгорания. Вып. 2. Ярославль, изд. Яросл. политехн. ин-та, 1975.
4. Трусов В. И., Иванов Л. Л. Расчетно-экспериментальное исследование некоторых параметров сред, образующихся при распылении топлива в дизелях.— В кн.: Топливная аппаратура дизелей. Вып. 3. Ярославль, изд. Яросл. политехн. ин-та, 1975.
5. Кузнецов В. В., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Жидкость с пузырьками газа как пример среды Кортвега—де Вриза—Бюргерса.— Письма в ЖЭТФ, 1976, т. 23, № 4.
6. De Krasinski J. S., Khosla A., Ramesh V. Dispersion of shock waves in liquid foams of high dryness fraction.— Arch. mech. stosow., 1978, t. 30, z. 4—5.
7. Pierce T. H. Blast wave propagation in a spray.— J. Fluid Mech., 1978, vol. 88, pt 4.

УДК 536.24

ЛОКАЛИЗОВАННАЯ ТЕПЛОВАЯ СТРУКТУРА В СРЕДЕ С ОБЪЕМНЫМ ПОГЛОЩЕНИЕМ ТЕПЛА

Л. К. Мартинсон

(Москва)

Исследования нелинейных процессов диффузионного типа [1—6] обнаружили ряд качественно новых особенностей характера протекания таких процессов по сравнению с линейными процессами.

В частности, в процессах теплопроводности нелинейность может обуславливать такое необычное свойство, как свойство инерции тепла. В широком смысле свойство тепловой инерции означает конечную скорость распространения тепловых возмущений, когда возмущения распространяются в нелинейной среде в виде тепловых волн с конечной скоростью перемещения фронта.

В качественно новой форме свойство тепловой инерции проявляется при наличии эффекта пространственной локализации тепловых возмущений. В этом случае фронт теплового возмущения, распространяющийся от источника с конечной скоростью, проникает в среду лишь на конечную глубину даже за бесконечный промежуток времени. Как было показано в [7—10], нелинейный эффект пространственной локализации тепловых возмущений может быть обусловлен влиянием объемного поглощения тепловой энергии, мощность которого зависит от температуры.

Одним из наиболее интересных режимов пространственной локализации тепловых возмущений является режим стабильной локализации [11]. Фронт тепловой волны в таком режиме локализации остается неподвижным, и размер области возмущения не изменяется со временем. В этом случае локализованный тепловой импульс самоизолируется от окружающего пространства и эволюционирует в неизменной по размеру области пространства. В качестве примера реализации такого режима протекания нелинейного процесса теплопроводности рассмотрим эволюцию теплового импульса в среде с постоянной плотностью ρ , теплоемкостью c и коэффициентом теплопроводности k при наличии в ней объемного поглощения тепловой энергии, мощность которого зависит от температуры степенным образом и явно от времени, уменьшаясь со временем по экспоненциальному закону с характерным временем релаксации τ . Такой процесс в одномерном случае описывается следующим квазилинейным уравнением параболического типа с нелинейным младшим членом:

$$(1) \quad \rho c \partial u / \partial t = k \partial^2 u / \partial x^2 - q_0 u^\nu \exp(-t/\tau).$$

Здесь $q_0 = \text{const} > 0$, а показатель степени $0 < \nu < 1$.

Будем считать, что начальное распределение температуры, соответствующее тепловой структуре одиночного теплового импульса, описывается неотрицательной непрерывной функцией $u_0(x)$, обращающейся в нуль вне интервала $(-l, +l)$, где $l < +\infty$. В качестве характерной температуры U задачи выберем максимальное значение температуры тепловой структуры в начальный момент времени.

Вводя безразмерные величины

$$(2) \quad \begin{aligned} u' &= u/U, \quad x' = x/l, \quad t' = at/l^2, \\ T &= a\tau/l^2, \quad \Pi = q_0 l^2 / k U^{1-\nu} \quad (a = k/\rho c) \end{aligned}$$

и опуская штрихи у безразмерных величин, перепишем уравнение (1) в виде

$$(3) \quad \partial u / \partial t = \partial^2 u / \partial x^2 - \Pi u^\nu \exp(-t/T), \quad 0 < \nu < 1.$$

Пусть параметры теплового импульса в начальный момент времени таковы, что

$$T = \frac{1-\nu}{\pi^2}, \quad \text{а } \Pi = \frac{\pi^2(1+\nu)}{2(1-\nu)^2}.$$

Будем искать решение уравнения (3) в этом случае как решение с разделяющимися переменными

$$(4) \quad u(t, x) = \varphi(t)\psi(x),$$

причем зависимость $\varphi(t)$ выберем в виде

$$(5) \quad \varphi(t) = \left[\frac{\pi^2(1+\nu)}{2(1-\nu)^2} \right]^{\frac{1}{1-\nu}} \exp\left(-\frac{\pi^2 t}{(1-\nu)^2}\right).$$

Тогда, подставляя (4) с учетом (5) в уравнение (3), для координатной функции $\psi(x)$ получим нелинейное дифференциальное уравнение

$$(6) \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} - \psi^\nu + \frac{\pi^2}{(1-\nu)^2} \psi = 0.$$

Уравнение (6) может быть проинтегрировано, и его частное решение имеет вид периодической по x функции

$$\tilde{\psi}(x) = \left[\frac{2(1-\nu)^2}{\pi^2(1+\nu)} \cos^2 \frac{\pi x}{2} \right]^{\frac{1}{1-\nu}},$$

обращающейся в нуль в точках $x = x_n = \pm(2n+1)$, $n = 0, 1, \dots$. Заметим также, что в этих точках $\tilde{\psi}'(x_n) = \tilde{\psi}''(x_n) = 0$. Учитывая это, а также тот факт, что уравнение (6) имеет тривиальное нулевое решение, запишем обобщенное решение уравнения (6) $\psi(x) \in C^2(R^1)$, сшивая в точках $x = \pm 1$ два этих решения:

$$\psi(x) = \begin{cases} \tilde{\psi}(x), & x \in (-1, +1), \\ 0, & x \in R^1 \setminus (-1, +1). \end{cases}$$

Возвращаясь к размерным величинам с учетом (2), имеем окончательно, что если начальное распределение температуры в среде имеет вид

$$(7) \quad u_0(x) = \begin{cases} U \left[\cos^2 \frac{\pi x}{2l} \right]^{\frac{1}{1-\nu}}, & x \in (-l, +l), \\ 0, & x \in R^1 \setminus (-l, +l), \end{cases}$$

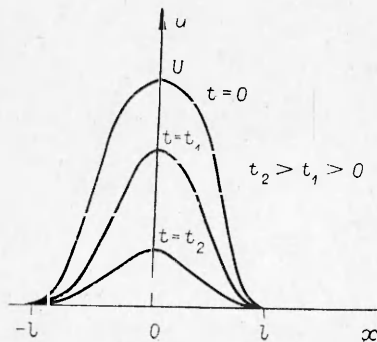
причем размер этой тепловой структуры l (полуширина теплового импульса в начальный момент времени) и ее амплитуда U связаны с параметрами процесса поглощения q_0 , τ и ν соотношениями

$$l = \pi \sqrt{\frac{a\tau}{1-\nu}}, \quad U = \left\{ \frac{2q_0\tau(1-\nu)}{\rho c(1+\nu)} \right\}^{\frac{1}{1-\nu}},$$

то решение уравнения (1) с начальным распределением (7) имеет вид

$$(8) \quad u(t, x) = \begin{cases} U \exp \left[-\frac{t}{\tau(1-\nu)} \right] \left[\cos^2 \frac{\pi x}{2l} \right]^{\frac{1}{1-\nu}}, & x \in (-l, +l), \\ 0, & x \in R^1 \setminus (-l, +l). \end{cases}$$

Решение (8) описывает эволюцию локализованного теплового импульса (7) в среде с объемным поглощением тепловой энергии. Характер эволюции такого теплового импульса необычен тем, что объемное поглощение тепла подавляет механизм диффузии тепла и тепловой импульс эволюционирует на нулевом невозмущенном фоне без изменения ширины



области возмущения (области пространства, где $u > 0$). Другими словами, носитель решения (8) не изменяется со временем. Качественный характер эволюции такого теплового импульса изображен на фигуре.

Отметим, что в граничных точках носителя решения $x = \pm l$, т. е. в неподвижных фронтовых точках теплового импульса, в любой момент времени выполняются физические условия непрерывности теплового потока. Более того, решение (8) имеет все непрерывные всюду производ-

ные, предписываемые уравнением (1), т. е. является в этом смысле классическим решением уравнения (1). Правда, в точках $x = \pm l$ производные по x более высокого порядка могут терпеть разрыв.

Решение (8) с неподвижным тепловым фронтом не противоречит выводу классической теории теплопроводности о бесконечной скорости распространения тепловых возмущений. Этот вывод относится только к процессам, которые описываются линейным уравнением теплопроводности. Уравнение же (1) является квазилинейным уравнением и, как было показано в [12], допускает решения с конечной скоростью распространения тепловых возмущений (в нашем случае с нулевой скоростью).

Таким образом, найденное точное аналитическое решение квазилинейного уравнения теплопроводности показывает, что в среде с объемным поглощением тепла, удельная мощность которого зависит от температуры степенным образом, может наблюдаться эффект тепловой самоизоляции структуры, когда за счет внутренних механизмов процесса теплопроводности эволюция тепловой структуры протекает без изменения пространственных размеров области возмущения.

Поступила 5 III 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Наука, 1966.
2. Баренблатт Г. И. О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газа в пористой среде.— ПММ, 1952, т. 16, № 1.
3. Олейник О. А., Калашников А. С., Чжоу Юй-линь. Задача Коши и краевые задачи для уравнения типа нестационарной фильтрации.— Изв. АН СССР. Сер. матем., 1958, т. 22, № 5.
4. Самарский А. А., Соболев И. М. Примеры численного расчета температурных волн.— ЖВММФ, 1963, т. 3, № 4.
5. Самарский А. А., Змитренко П. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П. Эффект метастабильной локализации тепла в среде с нелинейной теплопроводностью.— ДАН СССР, 1975, т. 223, № 6.
6. Самарский А. А., Змитренко П. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П. Тепловые структуры и фундаментальная длина в среде с нелинейной теплопроводностью.— ДАН СССР, 1976, т. 227, № 2.
7. Мартинсон Л. К., Павлов К. Б. К вопросу о пространственной локализации тепловых возмущений в теории нелинейной теплопроводности.— ЖВММФ, 1972, т. 12, № 4.
8. Голайдо С. И., Мартинсон Л. К., Павлов К. Б. Нестационарные задачи нелинейной теплопроводности с объемным поглощением тепла.— ЖВММФ, 1973, т. 13, № 5.
9. Калашников А. С. О характере распространения возмущений в задачах нелинейной теплопроводности с поглощением.— ЖВММФ, 1974, т. 14, № 4.
10. Мартинсон Л. К. Распространение тепловой волны в нелинейной среде с поглощением.— ПМТФ, 1979, № 4.
11. Мартинсон Л. К. Распространение возмущений в нелинейных процессах переноса.— Труды МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1979, № 301.
12. Мартинсон Л. К. О конечной скорости распространения тепловых возмущений в средах с постоянным коэффициентом теплопроводности.— ЖВММФ, 1976, т. 16, № 5.