УДК 532.517.4

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ

А. Г. Деменков*, Б. Б. Илюшин*,***, Г. Г. Черных**,***

* Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск
** Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск
*** Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск
E-mails: demenkov@itp.nsc.ru, ilyushin@itp.nsc.ru, chernykh@ict.nsc.ru

С использованием полуэмпирической модели турбулентности второго порядка, включающей дифференциальные уравнения переноса нормальных рейнольдсовых напряжений, выполнено численное моделирование течения в осесимметричных турбулентных струях. Показано, что результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: осесимметричная турбулентная струя, дифференциальные уравнения переноса рейнольдсовых напряжений, метод конечных разностей, численное моделирование.

Введение. Исследованию задачи о динамике круглой турбулентной струи, являющейся классической задачей экспериментальной, теоретической и вычислительной гидродинамики, посвящено большое количество работ (см. работы [1–14] и библиографию к ним). В [1, 8] экспериментально изучалось течение в круглых турбулентных струях на достаточно больших удалениях от источников. Эксперименты [1] проведены при числе Рейнольдса $\mathrm{Re} = U_{jet}D/\nu = 10^5$, определяемом по скорости истечения U_{jet} и диаметру сопла D при $x/D = 30 \div 100$; эксперименты [8] — при $\mathrm{Re} = 1{,}1 \cdot 10^4$, $x/D = 30 \div 160$. Исследования [1, 8] проводились по разным методикам, и изучаемые струи различались по ряду характерных параметров. Возможно, это послужило причиной различной интерпретации полученных данных. В [9] экспериментально изучена динамика течения в ближней области турбулентных струй газов разных плотностей (неавтомодельные режимы) в спутном потоке, полученные данные сопоставлены с результатами [1, 8]. Лабораторные измерения выполнены при $\mathrm{Re} = 2{,}1 \cdot 10^4$ для $x/D = 0 \div 30$. В [10] приведены результаты численного моделирования круглых турбулентных струй с использованием модели, включающей уравнения переноса для всех компонент тензора рейнольдсовых напряжений и скорости диссипации кинетической энергии турбулентности. Показано, что результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [9]. В [11] выполнен подробный анализ данных, полученных при экспериментальном и теоретическом (в том числе численном) изучении таких течений. В работе [14], посвященной численному исследованию турбулентной свободной круглой затопленной струи методом LES (методом крупных вихрей) моделируются условия экспериментов [12, 13], проводится сопоставление рассчитанных и измеренных характеристик турбулентности, а также анализируется влияние модельных констант и параметров численного алгоритма на точность расчетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 06-01-00724-а, 07-01-00363-а).

Несмотря на то что различные струйные турбулентные течения исследованы достаточно подробно, ряд вопросов остался неизученным. В частности, численные модели осесимметричных струйных течений недостаточно полны. В [10, 14] выполнено численное моделирование, результаты которого сопоставлены с экспериментальными данными в ближней области струи. В [11] приведен обзор результатов численного анализа течения в условиях экспериментов [1, 2] с помощью ряда полуэмпирических моделей турбулентности. Численное моделирование течения в дальней области с использованием наиболее полных (из известных авторам настоящей работы) экспериментальных данных [8] не проводилось. Отсутствует единая математическая модель, позволяющая рассчитывать как ближнюю ($x/D \leqslant 30$), так и дальнюю ($x/D \geqslant 30$) области струи. Устранению отмеченных пробелов посвящена данная работа.

1. Постановка задачи. Для описания течения используется следующая система осредненных уравнений (приближение пограничного слоя):

$$U\,\frac{\partial U}{\partial x} + V\,\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,r\langle u'v'\rangle; \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} = 0. \tag{2}$$

Здесь (x, r, φ) — цилиндрическая система координат с началом на срезе сопла; U, V, u', v', w' — соответствующие компоненты скорости осредненного и пульсационного движения; $\langle u'v'\rangle$ — касательное рейнольдсово напряжение; угловые скобки означают осреднение. В правой части уравнения (1) слагаемое с молекулярной вязкостью предполагается малым и поэтому опущено. Зависимость искомых функций от координаты φ отсутствует, так как рассматриваемые струи являются осесимметричными.

Система уравнений (1), (2) не замкнута. Касательное турбулентное напряжение определяется из известного соотношения Роди [2, 5]

$$\langle u'v'\rangle = \lambda\langle v'^2\rangle\,\frac{\partial U}{\partial r}, \qquad \lambda = -\frac{1-C_2}{C_1 - 1 + P/\varepsilon}\,\frac{e}{\varepsilon}. \tag{3}$$

Нормальные рейнольдсовы напряжения ($2e = \langle u'^2\rangle + \langle v'^2\rangle + \langle w'^2\rangle$) и скорость диссипации ε находятся из уравнений переноса:

$$U\,\frac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial x} + V\frac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial r} = -2(1-\alpha)\langle u'v'\rangle\,\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{2}{3}\,\varepsilon - C_1\,\frac{\varepsilon}{e}\Big(\langle u'^2\rangle - \frac{2}{3}\,e\Big) + {} + \frac{2}{3}\,\alpha P + \frac{C_s}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\Big(\frac{re\langle v'^2\rangle}{\varepsilon}\,\frac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial r}\Big); \tag{4}$$

$$U\,\frac{\partial\langle v'^2\rangle}{\partial x} + V\,\frac{\partial\langle v'^2\rangle}{\partial r} = -\frac{2}{3}\,\varepsilon - C_1\,\frac{\varepsilon}{e}\Big(\langle v'^2\rangle - \frac{2}{3}e\Big) + \frac{2}{3}\,\alpha P + {} + \frac{C_s}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,\frac{re}{\varepsilon}\,\langle v'^2\rangle\,\frac{\partial\langle v'^2\rangle}{\partial r} - \frac{2C_s e}{r\varepsilon}\,\langle w'^2\rangle\,\frac{\langle v'^2\rangle - \langle w'^2\rangle}{r}; \tag{5}$$

$$U\,\frac{\partial\langle w'^2\rangle}{\partial x} + V\,\frac{\partial\langle w'^2\rangle}{\partial r} = -\frac{2}{3}\,\varepsilon - C_1\,\frac{\varepsilon}{e}\Big(\langle w'^2\rangle - \frac{2}{3}\,e\Big) + \frac{2}{3}\,\alpha P + {} + \frac{C_s}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,\frac{re}{\varepsilon}\,\langle v'^2\rangle\,\frac{\partial\langle w'^2\rangle}{\partial r} + \frac{2C_s e}{r\varepsilon}\,\langle w'^2\rangle\,\frac{\langle v'^2\rangle - \langle w'^2\rangle}{r}; \tag{6}$$

$$U\,\frac{\partial\varepsilon}{\partial x} + V\,\frac{\partial\varepsilon}{\partial r} = \frac{C_\varepsilon}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,\frac{re}{\varepsilon}\,\langle v'^2\rangle\,\frac{\partial\varepsilon}{\partial r} + \Big(C_{\varepsilon 1}\,\frac{P}{\varepsilon} - C_{\varepsilon 2}\Big)\frac{\varepsilon^2}{e}. \tag{7}$$

Выражение для величины порождения энергии турбулентности P в (3)–(7) имеет следующий вид:

$$P = -\langle u'v' \rangle \frac{\partial U}{\partial r}.$$

В данной работе математическая модель близка к модели, изложенной в работах [15, 16], в которых изучался закрученный турбулентный след за самодвижущимся телом, и является ее упрощением для случая незакрученного течения. Структура модели обусловлена анизотропией вырождения турбулентности в струе.

В уравнениях и соотношениях (3)–(7) величины C_s, C_ε, α, C_1, C_2, $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ — эмпирические постоянные. В настоящей работе используются их стандартные значения [5, 6]: $C_s = 0{,}22$, $C_\varepsilon = 0{,}17$, $\alpha = 0{,}6$, $C_1 = 2$, $C_2 = 0{,}6$, $C_{\varepsilon 1} = 1{,}45$, $C_{\varepsilon 2} = 1{,}92$.

При $x = x_0$ в качестве начальных условий задавались согласованные с экспериментальными данными распределения U, $\langle u'^2 \rangle$, $\langle v'^2 \rangle$, $\langle w'^2 \rangle$, ε. Начальные значения ε определялись из известного соотношения Колмогорова $\varepsilon = \gamma e^{3/2}/r_{1/2}$, где величина $r_{1/2}$ находится из равенства $e(x_0, r_{1/2}) = e(x_0, 0)/2$; γ — эмпирическая постоянная. При $r \to \infty$ моделировался либо невозмущенный, либо спутный поток. В случае невозмущенного потока величины U, $\langle u'^2 \rangle$, $\langle v'^2 \rangle$, $\langle w'^2 \rangle$, ε полагались равными нулю. При моделировании спутного потока для указанных выше переменных ставилось условие Неймана. При $r = 0$ искомые величины удовлетворяли условиям

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial \langle u'^2 \rangle}{\partial r} = \frac{\partial \langle v'^2 \rangle}{\partial r} = \frac{\partial \langle w'^2 \rangle}{\partial r} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = V = 0.$$

Начальные и граничные условия для $\langle v'^2 \rangle$ и $\langle w'^2 \rangle$ таковы, что $\langle v'^2 \rangle \equiv \langle w'^2 \rangle$.

Переменные в задаче могут быть обезразмерены с использованием в качестве масштабов осевой скорости струи на срезе сопла U_{jet} и характерной длины D (диаметра сопла).

При численном решении осуществлялся переход к переменной ψ: $rU = \partial\psi/\partial r$, $-rV = \partial\psi/\partial x$, вводилась равномерная сетка и использовались неявные конечно-разностные схемы с итерациями по нелинейности. Алгоритм решения задачи обладает свойством консервативности по отношению к закону сохранения импульса; его детальное тестирование проведено в [16].

В расчетах при моделировании условий экспериментов [1, 8] и [9] граничные условия из бесконечности сносились на достаточно удаленную границу: $r/D = 100$ и $r/D = 10$ соответственно. Для начальных условий [1, 8] шаг разностной сетки по переменной x выбирался равным $h_x/D = 0{,}005$, по пространственной переменной — $h_r/D = 0{,}2$. Расчеты течения в ближней области струи [9] проводились при $h_x/D = 5 \cdot 10^{-5}$, $h_r/D = 0{,}02$. Уменьшение значений этих параметров в два раза приводило к отклонениям в сеточном аналоге нормы пространства непрерывных функций, не превышающим 1 %.

2. Результаты расчетов. Первая серия численных экспериментов выполнена для дальней области струи [1, 8]. Начальные условия в расчетах задавались при $x/D = 60$, так как для меньших расстояний экспериментальные профили нормальных рейнольдсовых напряжений и осредненной продольной компоненты скорости в [1, 8] не представлены. Рассчитанные и экспериментально измеренные осевые значения осредненной продольной компоненты скорости приведены на рис. 1 (на рис. 1, 2 приняты обозначения из работ [1, 8]). Видно, что результаты расчетов достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Поперечные распределения продольной компоненты скорости U, касательного рейнольдсова напряжения $\langle u'v' \rangle$ и интенсивностей турбулентных флуктуаций горизонтальной ($\sigma_u = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}$) и вертикальной ($\sigma_v = \sqrt{\langle v'^2 \rangle}$ компонент скорости представлены на рис. 2. Видно, что результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

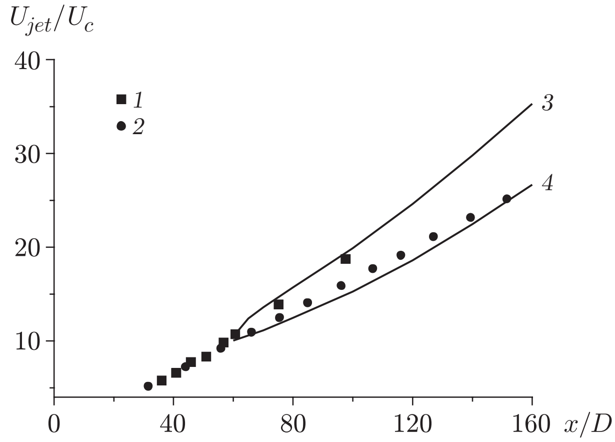

Рис. 1. Изменение осевых значений средней скорости U_c:
1, 3 — $\mathrm{Re} = 10^5$, $x/D = 30 \div 100$ (*1* — экспериментальные данные [1]; *3* — результаты расчета); *2, 4* — $\mathrm{Re} = 1{,}1 \cdot 10^4$, $x/D = 30 \div 160$ (*2* — экспериментальные данные [8]; *4* — результаты расчета)

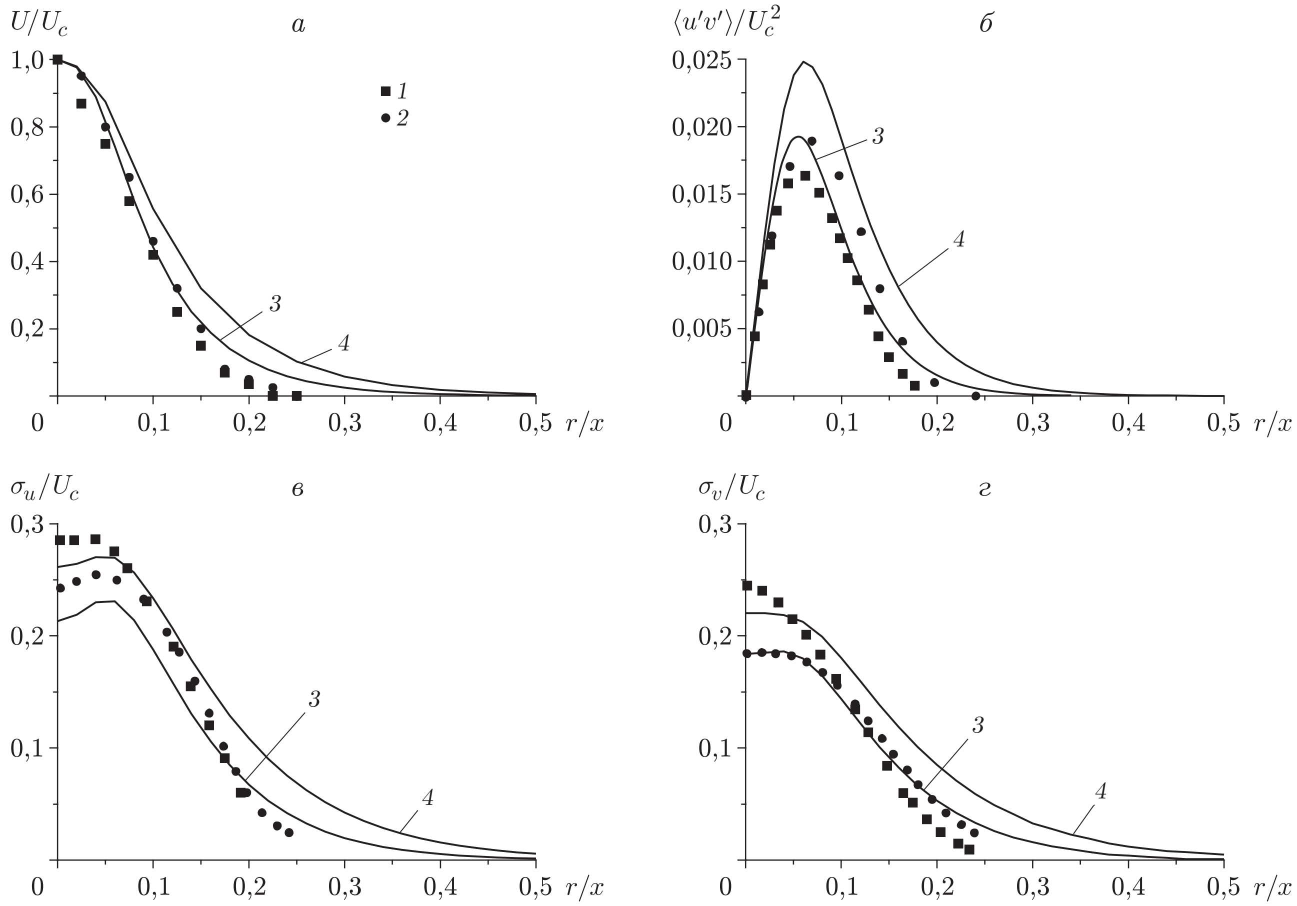

Рис. 2. Радиальные профили осредненной продольной компоненты скорости U (*а*), касательного рейнольдсова напряжения $\langle u'v' \rangle$ (*б*) и интенсивностей σ_u, σ_v турбулентных флуктуаций компонент скорости (*в*, *г*):
1, 3 — $x/D = 100$ (*1* — экспериментальные данные [1]; *3* — результаты расчета с начальными условиями из [1]); *2, 4* — $x/D = 160$ (*2* — экспериментальные данные [8]; *4* — результаты расчета с начальными условиями из [8])

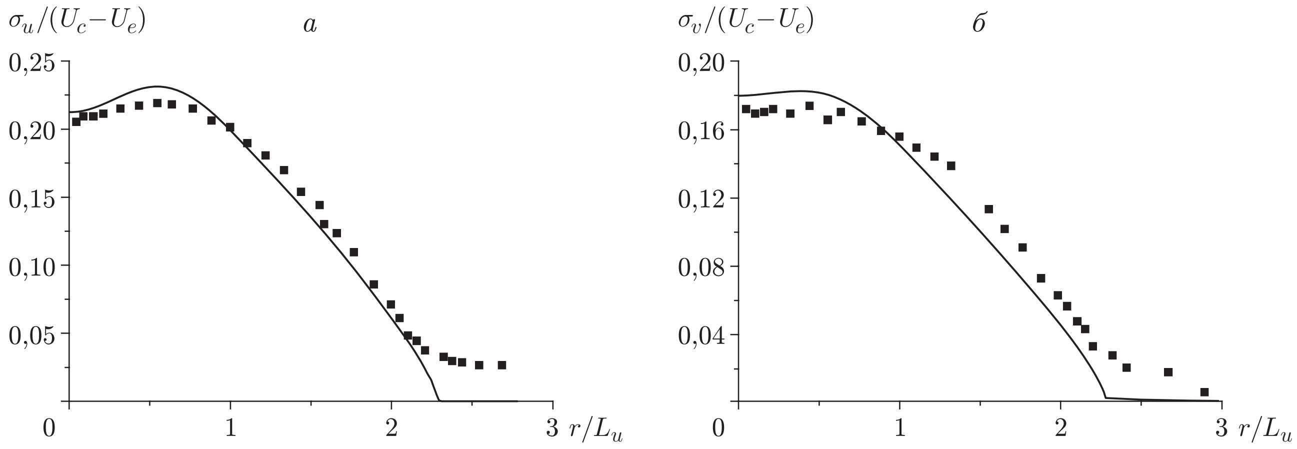

Рис. 3. Радиальные профили σ_u (*а*) и σ_v (*б*) при $x/D = 20$:
точки — экспериментальные данные [9]; линии — результаты расчета

С целью изучения поведения характеристик турбулентной струи на больших расстояниях от среза сопла выполнен численный эксперимент, в котором анализировалось изменение рассчитанных характерных масштабов турбулентности $\sqrt{e_0}/U_c$, U_0/U_c, L_U/D, L_e/D в зависимости от расстояния. Масштабы длины определялись из соотношений

$$L_U\colon \quad U(x, L_U) = \frac{1}{2}\,U(x,0) = \frac{1}{2}\,U_0, \qquad L_e\colon \quad e(x, L_e) = \frac{1}{2}\,e(x,0) = e_0.$$

Установлено, что при $x/D \geqslant 500$ законы вырождения близки к известным классическим законам вырождения $U_c \sim x^{-1}$, $\sqrt{e_0} \sim x^{-1}$, $L_U \sim x^1$, $L_e \sim x^1$. При этом наблюдалось аффинное подобие поперечных распределений соответствующих функций, которые для начальных условий [1, 8] практически совпали. Анализировалось также поведение отношения порождения энергии турбулентности к скорости ее диссипации P/ε. Оказалось, что максимальное значение этой величины заключено в интервале $P/\varepsilon \in (0{,}80, 0{,}95)$ и с увеличением расстояния практически не уменьшается (для сравнения отметим, что в закрученном турбулентном следе за самодвижущимся телом [16] максимум $P/\varepsilon \approx 0{,}3$ при $x/D = 20$ и с увеличением расстояния от тела уменьшается).

Следующая серия численных экспериментов выполнена на основе экспериментальных данных работы [9], в которой изучалось течение в ближней области турбулентной струи. При проведении расчетов начальные условия ставились при $x/D = 14$. Попытка задать начальные условия на меньших расстояниях от среза сопла приводила к значительным погрешностям, обусловленным, по-видимому, применением в данной работе приближения пограничного слоя.

На рис. 3 представлены рассчитанные и измеренные поперечные распределения интенсивностей пульсаций скорости σ_u и σ_v при $x/D = 20$ (U_e — скорость спутного потока). Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Кроме того, имеет место удовлетворительное согласие с экспериментальными данными [9] по вырождению осевых значений интенсивностей σ_u, σ_v, средней скорости U, полуширины струи L_u, а также с экспериментальными поперечными распределениями $\langle u'v' \rangle$.

Как отмечено выше, рассматриваемая математическая модель является упрощением математической модели, изложенной в работах [15, 16], для случая незакрученных струйных течений. Без какой-либо дополнительной калибровки модель позволяет детально описать течение в струе и закрученном турбулентном следе за самодвижущимся телом. Таким образом, полуэмпирические модели турбулентности являются достаточно универсальными.

Заключение. С использованием математической модели, включающей дифференциальные уравнения переноса нормальных рейнольдсовых напряжений, построена численная модель динамики турбулентной осесимметричной струи. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными как для ближней, так и для дальней областей течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Wygnanski I., Fiedler H.** Some measurements in the self-preserving jet // J. Fluid Mech. 1969. V. 38. P. 577–612.
2. **Rodi W.** The prediction of free turbulent boundary layers by use of two-equation model of turbulence: Ph. D. thesis. L., 1972.
3. **Handbook** of turbulence. V. 1. Fundamentals and applications / Ed. by W. Frost, T. Moulden. N. Y.; L.: Plenum press, 1977.
4. **Schetz J. A.** Injection and mixing in turbulent flow. N. Y.: New York Univ., 1980. (Progress in astronautics and aeronautics; V. 68).
5. **Rodi W.** Turbulence models and their application in hydraulics. Karlsruhe: Univ. of Karlsruhe, 1980.
6. **Лаундер Б. Е., Морс А.** Численный расчет осесимметричных сдвиговых течений с использованием замыканий для напряжений // Турбулентные сдвиговые течения 1: Пер. с англ. / Под ред. А. С. Гиневского. М.: Машиностроение, 1982. С. 291–310.
7. **Абрамович Г. Н.** Теория турбулентных струй / Г. Н. Абрамович, Т. А. Гиршович, С. Ю. Крашенинников, А. Н. Секундов, И. П. Смирнова. М.: Наука, 1984.
8. **Panchapakesan N. R., Lumley J. L.** Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Pt 1. Air jet // J. Fluid Mech. 1993. V. 246. P. 197–223.
9. **Amielh M., Djeridane T., Anselmet F., Fulachier L.** Velocity near-field of variable density turbulent jets // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1996. V. 39, N 10. P. 2149–2164.
10. **Gharbi A., Ruffin E., Anselmet F., Schiestel R.** Numerical modelling of variable density turbulent jets // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1996. V. 39, N 9. P. 1865–1882.
11. **Piquet J.** Turbulent flows: models and physics. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1999.
12. **Алексеенко С. В., Бильский А. В., Маркович Д. М.** Применение метода цифровой трассерной визуализации для анализа турбулентных потоков с периодической составляющей // Приборы и техника эксперимента. 2004. № 5. С. 145–153.
13. **Alekseenko S. V., Bilsky A. V., Dulin V. M., et al.** Non-intrusive determination of turbulent energy balance in free and confined jet flows // Proc. of the 4th Intern. symp. on turbulence and shear flow phenomena (TSFP-4), Williamsburg (VA, USA), 27–29 June 2005. P. 605–610.
14. **Илюшин Б. Б., Красинский Д. В.** Моделирование динамики турбулентной круглой струи методом крупных вихрей // Теплофизика и аэромеханика. 2006. Т. 13, № 1. С. 49–61.
15. **Васильев О. Ф., Деменков А. Г., Костомаха В. А., Черных Г. Г.** Численное моделирование закрученного турбулентного следа за самодвижущимся телом // Докл. РАН. 2001. Т. 376, № 2. С. 195–199.
16. **Chernykh G. G., Demenkov A. G., Kostomakha V. A.** Swirling turbulent wake behind a self-propelled body // Intern. J. Comput. Fluid Dynamics. 2005. V. 19, N 5. P. 370–379.

Поступила в редакцию 6/VI 2007 г.,
в окончательном варианте — 4/IX 2007 г.