

$\partial t = y\omega$, $\partial\alpha/\partial t = \omega$, $\partial y/\partial t = (x_0 - x)\omega$
получено, что при $y = 0$ и $\omega = \text{const}$

$$\begin{aligned} \partial\varphi_1/\partial t &= -\omega^2(x - x_0)^2, \partial\varphi_2/\partial t = \\ &= \omega(x \sin \alpha + \sqrt{1 - x^2}) \cos \alpha. \end{aligned}$$

Видно, что эти производные на кромках пластины $x = \pm 1$ конечны, поэтому подсосывающая сила, как и в стационарном случае, полностью определяется поведением скорости при $x \rightarrow \pm 1$.

Известно, что если в окрестности острой кромки распределение скорости имеет вид $V \approx A/\sqrt{l}$ (l — расстояние от кромки), то подсосывающая сила $F_\tau = \rho A^2$ (ρ — плотность жидкости). Коэффициент A найдем из приведенного выше выражения для $u(x)$ при $x \rightarrow \pm 1$. Для коэффициента c_τ подсосывающей силы, равного отношению F_τ к скоростному напору невозмущенного потока и хорде пластины, имеем

$$c_\tau(\pm 1) = (\pi/2)[\omega(1/2 \mp x_0) \mp \sin \alpha]^2.$$

Строго говоря, эти формулы справедливы для постоянной угловой скорости вращения пластины, так как вклад нестационарности течения в величину давления получен только для этого случая.

Отметим два обстоятельства, вытекающие из этих формул: 1) на величину c_τ значительно влияет положение точки вращения x_0 ; 2) достижение одного и того же угла атаки α на режимах его возрастания и убывания дает существенно различные значения подсосывающей силы на острой кромке.

Аэродинамические коэффициенты подъемной силы и сопротивления вычисляются через присоединенные массы соответственно для постоянных значений скорости набегающего потока и угловой скорости вращения:

$$c_Y = -\pi\omega(\omega x_0 + \sin \alpha) \sin \alpha, c_X = \pi\omega(\omega x_0 + \sin \alpha) \cos \alpha.$$

Легко установить их связь с величинами c_τ . Коэффициент суммарной подсосывающей силы, действующей на пластину $\Delta c_\tau = c_\tau(1) - c_\tau(-1) = \pi\omega(\omega x_0 + \sin \alpha)$. Если спроектируем Δc_τ на оси X , Y , то получим выражения, в точности совпадающие с выражениями для коэффициентов c_X , c_Y . Это означает, что в рассматриваемом случае аэродинамическое воздействие на пластину полностью определяется только подсосывающими силами.

В заключение отметим, что сдвиг точки вращения пластины по нормали к ней никак не отражается на полученных результатах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. — М.: Наука, 1966.
г. Москва

Поступила 25/VII 1988 г.

УДК 532.5

Г. И. Таганов

К ТЕОРИИ ГЛУБОКОГО ДИНАМИЧЕСКОГО СРЫВА НА КРЫЛЕ

Нестационарное обтекание профиля крыла при отличной от нуля скорости изменения угла атаки ($d\alpha/dt = \dot{\alpha}$), возникающее при колебаниях крыла с большой амплитудой, сопровождается отрывом потока и явлением, которое можно назвать динамическим гистерезисом аэродинамических характеристик (в отличие от известного гистерезиса)

© 1990 **Таганов Г. И.**

зиса при $\dot{\alpha} = 0$), интенсивно изучается в последние годы в связи с его важностью при решении авиационных, гидродинамических и ветроэнергетических задач. Некоторые итоги этих исследований изложены в обзоре [1], где дана классификация различных стадий развития динамического срыва, включающая в качестве последней стадии глубокий динамический срыв, сопровождаемый отрывом потока с передней и задней кромок профиля и обладающий наибольшей амплитудой динамического гистерезиса аэродинамических характеристик. Существенным для глубокого динамического срыва является то обстоятельство, что при отличной от нуля $\dot{\alpha}$ крыло может испытывать на данном угле атаки большие аэродинамические нагрузки, чем на том же угле атаки при $\dot{\alpha} = 0$. В полной мере это свойство глубокого динамического срыва было установлено в экспериментальных работах, публикация которых относится к 1985—1986 гг. [2—4]. Новым был переход от изучения динамического срыва при периодических (большей частью гармонических) колебаниях угла атаки профиля к аperiodическому, а именно при изменении его с постоянной угловой скоростью ($\dot{\alpha} = \text{const}$), начиная с нулевого до большого угла атаки ($\alpha = 60^\circ$ или $\alpha = 90^\circ$), после достижения которого угол атаки остается постоянным или медленно уменьшается.

Однако такое увеличение коэффициентов сопротивления и подъемной силы профиля при $\dot{\alpha} = \text{const}$ по сравнению со статическими их значениями, которое было зафиксировано в [3], представляется сенсационным и совершенно неожиданным для аэродинамиков. В самом деле, коэффициент сопротивления профиля при $\alpha = 90^\circ$ в статических условиях, близкий к коэффициенту плоской пластины при том же угле атаки ($c_x \approx 2,0$), достигает при $\omega = \dot{\alpha}b/2U_\infty = 0,5$ (b — хорда профиля, U_∞ — скорость невозмущенного потока) $c_x \approx 5,0$, а при $\omega \approx 1,0$ $c_x > 11,0$ [3]. Такое же сенсационное изменение претерпевает и коэффициент подъемной силы профиля. Так, его максимальное значение в закритической области углов атаки в статических условиях, близкое к $c_{y\text{max}} = 1,2$ при $\alpha = 45^\circ$, при $\omega = 0,5$ равно $c_{y\text{max}} = 5,5$, а при $\omega \approx 1,0$ $c_{y\text{max}}$ приближается к 10,0 [3].

Может быть, многократное (от 3 до 9 раз) увеличение аэродинамических нагрузок при том же угле атаки наблюдается только при больших значениях $\dot{\alpha}$, редко встречающихся на практике? Не совсем так. При понижении скорости изменения угла тангажа на порядок (при $\omega = 0,088$) $c_{x\text{max}}$ и $c_{y\text{max}}$ остаются величинами порядка 3,0 [3]. Наконец, при $\omega = 0,02$, которому соответствует окружная скорость носка профиля при вращении его относительно точки, расположенной на середине хорды, составляющая всего 2 % от скорости поступательного невозмущенного потока, $c_{y\text{max}}$ более чем вдвое превышает $c_{y\text{max}}$ профиля в статических условиях обтекания [4].

Конечно, результаты, полученные в [2—4] при числах Рейнольдса Re порядка 10^5 , нуждаются в подтверждении при Re порядка 10^6 — 10^7 , чтобы установить соответствие с известными аэродинамическими характеристиками профилей за пределами переходной области Re , в том числе и с данными из [1], полученными при этих Re . Тем не менее экспериментальные результаты [2—4] бросают вызов теоретикам, поскольку они не были предсказаны ни одной из известных теорий или моделей нестационарного обтекания профиля. Нам известна лишь одна успешная попытка [5] описания глубокого динамического срыва путем численного решения уравнений Навье — Стокса для нестационарного турбулентного течения сжимаемого газа вокруг колеблющегося профиля, когда была неплохо воспроизведена картина гистерезиса аэродинамических характеристик, наблюдавшаяся в [1] при гармонических колебаниях профиля по закону $\alpha = 15^\circ + 10^\circ \sin \alpha t$. Что касается больших закритических углов атаки $\alpha = 45, 60$ и 90° , где увеличение аэродинамических нагрузок при нестационарном обтекании профиля с $\dot{\alpha} = \text{const}$ особенно значительно, то ни численных, ни теоретических результатов, объясняющих увеличение аэродинамических нагрузок, нам не известно.

Цель настоящей работы — объяснение сенсационных экспериментальных результатов, полученных в [2—4] при $\dot{\alpha} = \text{const}$, и построение теории гистерезиса аэродинамических характеристик профиля крыла при его колебаниях на режиме глубокого динамического срыва, описанного в [1]. Исходный пункт — теория квазистационарного обтекания профиля крыла на закритических углах атаки [6, 7]. Профиль крыла на режиме глубокого динамического срыва представляется плоской пластиной, обтекаемой потоком несжимаемой жидкости с отрывом потока от передней и задней кромок, так что подсосывающие силы, действующие на эти кромки при безотрывном обтекании, не реализуются. Показано, что основной физической причиной увеличения аэродинамических нагрузок при $\omega \ll 1$ и $\dot{\alpha} = \text{const}$, а также причиной динамического гистерезиса при периодических колебаниях профиля на режиме глубокого динамического срыва является изменение геометрии (толщины вытеснения) вихревого следа за профилем (в рассмотренном предельном случае исчезновение полутела вытеснения следа при $\dot{\alpha} > 0$). Таким образом, квазистационарный вариант модели второго диссипативного слоя и следа [8] благодаря использованию энергетического подхода, требующего значительно меньше информации о деталях глобального течения по сравнению

с тем, что требуется при силовом подходе, оказался приемлемым инструментом для объяснения и даже количественного описания сложнейшего из известных в аэрогидродинамике явлений — явления глубокого динамического срыва на крыле.

1. Рассматривается отрывное обтекание пластины бесконечного размаха, движущейся в несжимаемой жидкости с поступательной скоростью U_∞ , совершающей при этом изменение угла атаки α с постоянной угловой скоростью $\dot{\alpha}$ относительно точки, расположенной на пластине на расстоянии $x_0 = \bar{x}_0 b/2$ от середины пластины (b — хорда пластины).

Легко видеть, что при $\dot{\alpha} > 0$ вихревой диссипативный след за пластиной не успеваеет сформироваться таким, как при $\dot{\alpha} = 0$, когда времени для формирования полутела вытеснения с толщиной на бесконечном удалении от пластины, равной толщине потери импульса, вполне достаточно.

Изучим предельный случай нестационарного обтекания пластины с нулевой толщиной вытеснения следа. При нереализации подсосывающих сил на передней и задней кромках пластины из-за отрыва потока на режиме глубокого динамического срыва результирующая сила может быть приложена только в направлении нормали к пластине, циркуляция $\Gamma = 0$ и подъемная сила — следствие приложенной к пластине силы сопротивления [7]. Если аэродинамические нагрузки в этих условиях определяются только силой сопротивления, то можно применить энергетический подход, существенно упрощающий решение задачи.

Работа силы сопротивления XU_∞ представляется в виде суммы работ $X_I U_\infty + X_D U_\infty$, затрачиваемых соответственно на изменение кинетической энергии нестационарного течения, связанного с изменением присоединенной массы (инерционная составляющая), и на преодоление потерь энергии (диссипации) струй, срывающихся с передней и задней кромок пластины при нереализации подсосывающих сил на них (диссипативная составляющая). Исходные данные для нахождения этих составляющих могут быть получены из решения задачи бесциркуляционного и безотрывного нестационарного обтекания пластины бесконечного размаха при $U_\infty = \text{const}$ и $\dot{\alpha} = \text{const}$. Решение этой задачи по совместному плану выполнено В. С. Садовским [9] одновременно с настоящей работой. К исходным данным относятся формулы, полученные в [9]:

$$(1.1) \quad c_{xE} = \pi[(\omega/2) \sin 2\alpha + \omega^2 \bar{x}_0 \cos \alpha];$$

$$(1.2) \quad c_\tau(\pm 1) = (\pi/2)[\sin \alpha - \omega(1/2 - \bar{x}_0)]^2,$$

где c_{xE} — коэффициент сопротивления пластины при безотрывном нестационарном обтекании; $c_\tau(\pm 1)$ — коэффициенты подсосывающих сил, действующих соответственно на переднюю (+1) и заднюю (-1) кромки пластины при ее безотрывном нестационарном обтекании.

Естественно предположить, что

$$(1.3) \quad c_{xI} = c_{xE},$$

поскольку при безотрывном обтекании пластины работа $X_I U_\infty$ обеспечивает изменение кинетической энергии нестационарного течения около пластины без циркуляции и без следа, т. е. при таких же условиях, которые выполняются в рассматриваемом предельном случае глубокого динамического срыва. Предполагается, что локальное различие двух сопоставляемых течений вблизи острых кромок не нарушает соотношения (1.3), связывающего две интегральные величины. Однако это локальное различие ведет к возникновению диссипативной составляющей работы силы сопротивления, которая в случае стационарного отрывного обтекания пластины ($\dot{\alpha} = 0$) при произвольном значении угла атаки α [7] приводит к появлению диссипативного коэффициента сопротивления

$$(1.4) \quad c_{xD} = c_\tau(+1) + c_\tau(-1).$$

В настоящей работе это соотношение применяется для определения диссипативной составляющей силы сопротивления при $\dot{\alpha} > 0$, исходя из упомянутого выше предположения, что $\dot{\alpha}$ достаточно велика, чтобы не успел сформироваться полноценный вихревой след за пластиной, но не настолько, чтобы не успевала установиться в каждый момент времени квазистационарная скорость диссипации кинетической энергии струй, сорвавшихся с передней и задней кромки, отражаемая соотношением (1.4).

Подъемная сила пластины выводится из условия нормальности результирующей силы той плоскости, в которой пластина находится в данный момент времени, по величине двух слагаемых силы сопротивления: инерционной и диссипативной

$$(1.5) \quad c_y = (c_{xI} + c_{xD})/\operatorname{tg}\alpha.$$

Таким образом, для вычисления аэродинамических нагрузок на крыло при $\dot{\alpha} = \text{const}$ в рамках рассматриваемой модели глубокого динамического срыва по формулам (1.3) — (1.5) оказывается достаточным знание исходных данных — зависимостей $c_{xE} = f(\omega, \bar{x}_0, \alpha)$, $c_{\tau}(\pm 1) = f(\omega, \bar{x}_0, \alpha)$ [9, формулы (1.1), (1.2)] для безотрывного бесциркуляционного нестационарного обтекания вращающейся пластины.

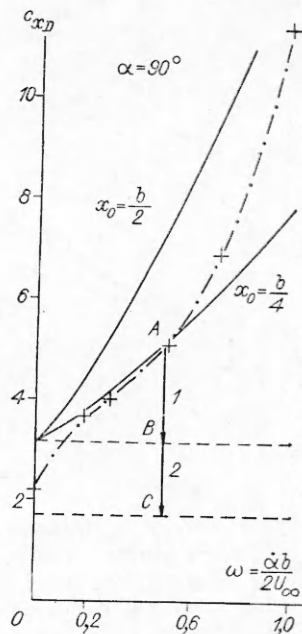
2. Определим сначала аэродинамическую нагрузку в простейшем случае, когда подъемная сила и инерционное слагаемое силы сопротивления отсутствуют. Как видно из (1.1), (1.3) и (1.5), это происходит при достижении пластиной $\alpha = 90^\circ$. При $\bar{x}_0 = 1/2$ (когда ось вращения пластины лежит на расстоянии четверти хорды от передней кромки) из (1.2), (1.4) следует

$$(2.1) \quad c_{xD} = \pi/2 + (\pi/2)(1 + \omega)^2.$$

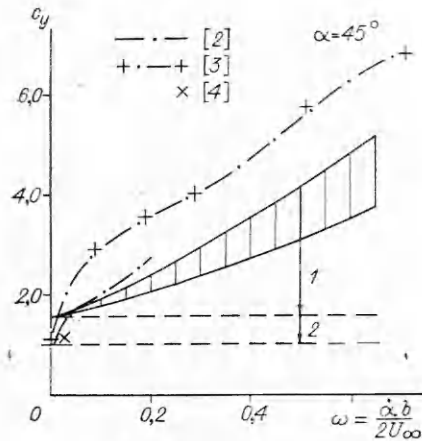
На рис. 1 зависимость (2.1) сопоставляется с экспериментальными данными [3] (штрихпунктирная линия) для профиля NACA 0015, полученными при $Re = 10^5$ и значениях ω , меняющихся в пределах 0,088—0,99 в момент достижения профилем крыла $\alpha = 90^\circ$. В [3] отсутствует указание о положении оси вращения профиля при получении экспериментальных данных. Для оценки влияния положения оси вращения на рис. 1 приводится теоретическая кривая при $\bar{x}_0 = 1$ (ось вращения совпадает с передней кромкой пластины); как видно, положение оси вращения оказывает сильное влияние на величину c_{xD} .

На рис. 1 штриховой линией показаны уровни, отвечающие теоретическим значениям коэффициента сопротивления пластины при $\dot{\alpha} = \omega = 0$ из [6] ($\alpha = 90^\circ$): $c_{xD} \simeq 1,69$ при полностью сформированном вихревом следе за пластиной с толщиной вытеснения следа $\bar{\delta}^* = c_{xD}/2$ и $c_{xD} = \pi$ при нулевой толщине вытеснения следа $\bar{\delta}^* = 0$. Вид экспериментальной зависимости отражает сложный нелинейный характер явления глубокого динамического срыва: стремительный рост c_{xD} при $\omega \ll 1$, сменяющийся медленным ростом, и наконец, при $\omega \simeq 1,0$ достижение сенсационно больших значений c_{xD} , превосходящих 10,0.

В стремительном росте c_{xD} при $\omega \ll 1$ мы видим экспериментальное подтверждение основной идеи настоящей работы: переход от значения $\omega = 0$ к конечным, хотя и малым значениям ω сопровождается исчезновением полностью сформировавшегося следа за пластиной и переходом



Р и с. 1



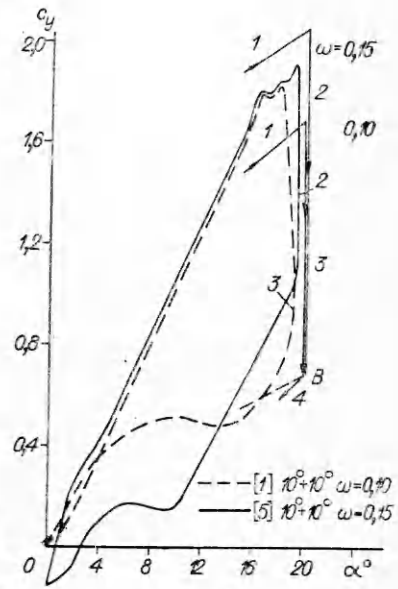
Р и с. 2

к принятому в нашей модели бесследовому обтеканию пластины, которому при $\omega \rightarrow 0$ соответствует $c_{xD} = \pi$. Медленный рост c_{xD} при $0,1 < \omega < 0,5$, наблюдаемый в опытах, удовлетворительно описывается зависимостью (2.1), а более быстрое нарастание c_{xD} в диапазоне $0,5 < \omega < 1,0$ не выходит за пределы теоретической оценки, полученной, правда, при очень переднем положении оси вращения на пластине. Во всяком случае, большие значения $c_{xD} > 10,0$ [3] утрачивают свою сенсационность, поскольку могут быть теоретически объяснены. Проясняется и физика гистерезисных явлений. В рассматриваемом простейшем случае, когда отсутствуют подъемная сила и инерционное слагаемое силы сопротивления, возможная величина уменьшения коэффициента сопротивления при остановке вращения пластины с $\omega = 0,5$ при $\alpha = 90^\circ$ показана на рис. 1 стрелками (1 — исчезновение нестационарной составляющей коэффициента сопротивления при сохранении еще нулевой толщины вытеснения следа, 2 — дальнейшее падение коэффициента сопротивления из-за формирования полноразмерного квазистационарного вихревого следа).

3. Объяснимы ли в рамках рассматриваемой модели глубокого динамического срыва неожиданно большие максимумы коэффициента подъемной силы, наблюдавшиеся в американских опытах? Сопоставим для этого зависимости $c_y = f(\omega)$ при $\alpha = 45^\circ$, теоретические и экспериментальные. В обоих случаях значения c_y при $\alpha = 45^\circ$ не совпадают со значениями $c_{y\max}$, но близки к ним, и поэтому они могут служить для сравнения, как и зависимости $c_{xD} = f(\omega)$ при $\alpha = 90^\circ$, также не совпадающие с зависимостями $c_{x\max} = f(\omega)$, но близкие к ним.

На рис. 2 сплошной линией представлена теоретическая зависимость $c_y = f(\omega)$ при $\alpha = 45^\circ$, построенная с помощью соотношений (1.3) — (1.5) при положении оси вращения на пластине $\bar{x}_0 = 1/2$ (четверть хорды от передней кромки). Инерционная составляющая коэффициента подъемной силы обозначена на рис. 2 вертикальной штриховкой. Как видно, она существенно меньше диссипативной составляющей. Штриховой линией на рис. 2 показаны уровни, отвечающие теоретическим значениям $c_y \approx 1,0$ и $c_y = \pi/2$ при $\alpha = 45^\circ$, полученным в [6] при стационарном отрывном обтекании пластины ($\omega = 0$), соответственно при полностью сформированном следе за пластиной и при нулевой толщине вытеснения следа.

Сопоставляя теоретическую зависимость с двумя экспериментальными $c_y = f(\omega)$ при $\alpha = 45^\circ$ из [2, 3], опять, как и в случае сопоставления зависимостей $c_{xD} = f(\omega)$ при $\alpha = 90^\circ$ на рис. 1, замечаем стремительный рост $c_y = f(\omega)$ при $\omega \ll 1$ и медленный рост при $\omega \rightarrow 1$, согласующийся



Р и с. 3

с теоретической зависимостью. Амплитуда гистерезиса коэффициента подъемной силы при остановке вращения пластины на угле атаки $\alpha = 45^\circ$ при $\omega = 0,5$ показана на рис. 2 стрелками 1 и 2 (1 — падение коэффициента подъемной силы из-за исчезновения нестационарных инерционной и диссипативной составляющих, 2 — дальнейшее падение коэффициента подъемной силы из-за формирования полноразмерного вихревого следа за пластиной).

4. После того как выяснилось, что в рамках рассматриваемой модели глубокого динамического срыва удастся объяснить экспериментальные данные по величине аэродинамических нагрузок на профиль крыла при $\alpha = \text{const}$ и больших углах атаки, представляет интерес выявить предсказательные возможности модели для описания динамического гистерезиса аэродинамических характеристик при умеренных углах атаки и периодическом изменении угла атаки по закону [1]

$$(4.1) \quad \alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \sin \dot{\alpha} t.$$

На рис. 3 воспроизведены экспериментальные зависимости $c_y = f(\alpha)$ из [1] и [5] для профиля NASA 0012 (при Re , на порядок превышающих достигнутые в [2, 3]), совершающего изменение угла атаки по закону (4.1) ($\alpha_0 = 10^\circ$, $\alpha_1 = 10^\circ$), с осью вращения, расположенной на расстоянии $1/4$ хорды от передней кромки, для $\omega = 0,1$ [1] и $\omega = 0,15$ [5]. Режим течения в опытах (с отрывом струй с передней и задней кромок) соответствует условиям применения модели глубокого динамического срыва, хотя максимальный угол атаки составляет всего 20° . Для получения теоретической оценки амплитуды петли гистерезиса коэффициента подъемной силы заменим в диапазоне углов атаки $0 < \alpha < 20^\circ$ синусоидальную зависимость зависимостью, состоящей из двух участков: линейного ($\omega = \text{const}$) и участка, отвечающего стационарному режиму обтекания ($\omega = 0$). Тогда аналогично описанной в предыдущих пунктах методике можно определить инерционную и диссипативную составляющие c_x , а затем и c_y .

На рис. 3 теоретические зависимости $c_y = f(\alpha)$ для $\omega = 0,1$ и $\omega = 0,15$ представлены в диапазоне $15^\circ < \alpha < 20^\circ$. Стрелка 1 характеризует рост c_y при переходе от $\alpha = 15^\circ$ к $\alpha = 20^\circ$ при $\omega = \text{const}$, стрелки 2 и 3 — падение при исчезновении на участке $\omega = 0$ нестационарной инерционной и суммарной диссипативной составляющих коэффициента подъемной силы. Стрелка 4, исходящая из точки В, соответствующей стационарному отрывному обтеканию пластины с полностью сформировавшимся вихревым следом за ней, идет ниже штриховой линии, также отвечающей стационарному отрывному обтеканию пластины со сформировавшимся вихревым следом и полученной в [6]. Однако для того чтобы определить, насколько ниже штриховой линии идет нижняя ветвь петли гистерезиса, использованных в настоящей работе соотношений не достаточно. Необходимо иметь соотношения для безотрывного обтекания пластины при наличии источника, моделирующего след и запаздывание его исчезновения при движении вдоль нижней ветви петли гистерезиса (т. е. при уменьшении угла атаки). Тем не менее представляется, что уже приведенных на рис. 3 данных достаточно, чтобы признать количественную достоверность модельного описания явления гистерезиса при глубоком динамическом срыве в условиях периодического изменения угла атаки в диапазоне умеренных углов атаки (отклонения от опытных данных не превышают отклонений численного решения уравнений Навье—Стокса из [5]).

В заключение заметим, что при $\omega \ll 1$ и $\dot{\alpha} = \text{const}$ (т. е. при условиях, характерных для проблемы «сверхманевренности») основная физическая причина, вызывающая рост аэродинамических нагрузок, — переход от отрывного обтекания с полностью сформировавшимся следом к бесследовому отрывному обтеканию (к случаям, впервые приведенным в [6]); все другие нестационарные эффекты, описанные здесь, могут не приниматься во внимание из-за их малости.

ЛИТЕРАТУРА

1. McCroskey W. J., Pucci S. L. Viscous-inviscid interaction on oscillating airfoils in subsonic flow // AIAA J.— 1982.— V. 20, N 2.
2. Francis M. S., Keese J. E. Airfoil dynamic stall performance with large-amplitude motions // AIAA J.— 1985.— V. 23, N 11.
3. Graham G. M., Strickland J. H. An experimental investigation of an airfoil pitching at moderate to high rates to large angles of attack.— N. Y., 1986.— (Pap./AIAA; N 0008).
4. Jumper E. J., Shreck S. J., Dimmick R. L. Lift-curve characteristics for airfoil pitching on constant rate.— N. Y., 1986.— (Pap./AIAA; N 0117).
5. Джонсон У. Современное состояние теоретических исследований по аэродинамике несущего винта // Аэрокосмич. техника.— 1987.— № 5.
6. Таганов Г. И. Модель происхождения циркуляции у крыла бесконечного размаха с острой задней кромкой при больших числах Рейнольдса.— М., 1980.— (Препр./ Сектор механики неоднородных сред АН СССР; № 5).
7. Таганов Г. И. Обоснование соотношения $\Pi = \rho U_\infty^2 \delta_{2\infty}^{**}$, применяемого в модели происхождения циркуляции у крыла бесконечного размаха с острой задней кромкой // Учен. зап. ЦАГИ.— 1986.— Т. 17, № 6.
8. Таганов Г. И. О втором диссипативном слое и следе в вязком течении около тела // Учен. зап. ЦАГИ.— 1970.— Т. 1, № 6.
9. Садовский В. С. Бесциркуляционное обтекание вращающейся пластины потоком идеальной жидкости // ПМТФ.— 1990.— № 3.

г. Москва

Поступила 31/V 1988 г.,
в окончательном варианте — 26/VIII 1988 г.

УДК 551.466.81

В. Ф. Санников

ПОЛЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ, СОЗДАВАЕМОЕ ДВИЖУЩИМСЯ ИСТОЧНИКОМ ВОЗМУЩЕНИЙ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

В линейной постановке рассматривается пространственная задача определения поля горизонтальных скоростей $u(x, y, z)$, создаваемого равномерно и прямолинейно перемещающимся точечным источником в невязкой несжимаемой вертикально стратифицированной жидкости. Выведены формулы, представляющие точное решение задачи в виде ряда однократных интегралов. В отличие от полученного ранее решения для вертикальной составляющей скорости [1] выражения для u содержат неволновые члены, обеспечивающие сходимость рядов. Построены полные асимптотические разложения u при $x^2 + y^2 \rightarrow \infty$, доказана их сходимость при суммировании вкладов отдельных мод. Приведен пример расчета компонент u в ближней области для однородной и равномерно стратифицированной жидкости. Показано, что выделение из решения члена, соответствующего случаю однородной жидкости, устраняет имеющиеся особенности при вычислении характеристик волн в ближней области.

1. Пусть невязкая несжимаемая жидкость занимает область $-\infty < x_1, y < +\infty, -h < z < 0$, плотность невозмущенной жидкости $\rho_0(z)$ зависит только от одной вертикальной координаты z и не убывает с глубиной. На глубине h_0 от положения невозмущенной свободной поверхности $z = 0$ с постоянной скоростью c движется источник интенсивности q в отрицательном направлении оси x_1 . В системе координат, связанной с источником $x = x_1 - ct$, в линейном приближении установившееся волновое поле, создаваемое источником, описывается уравнениями

$$(1.1) \quad \rho_0 D\mathbf{v} = -\nabla p + g\rho, \quad D\rho = \rho_0 g^{-1} N^2 w, \quad \nabla \mathbf{v} = q\delta(x, y, z + h_0)$$

с граничными условиями

$$(1.2) \quad p = \rho_0 g \zeta, \quad D\zeta = w(z = 0), \quad w = 0(z = -h),$$

где $D = c\partial/\partial x$; $\mathbf{v} = (u, v, w)$, ρ, p — возмущенные скорости, плотность и давление жидкости; ζ — вертикальное смещение жидких частиц; $\mathbf{g} = (0, 0, -g)$ — ускорение свободного падения; $N^2(z) = -g\rho_0^{-1}d\rho_0/dz$ — квадрат частоты Вэйсяля — Брента; $\delta(\cdot)$ — дельта-функция. К (1.2) не-