

- теристики пограничного слоя.— В сб.: Сопротивление воды движению судов. Вып. 127. Л., Судостроение, 1969.
36. Гарипов Р. М., Тэтянко В. А. О влиянии распределенного отсоса на структуру турбулентного пограничного слоя.— ПМТФ, 1969, № 3.
 37. Тэтянко В. А., Штатнов Ю. В. Ламинарно-турбулентный переход при наличии отсасывания.— В кн.: Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Двухфазные потоки. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1978.
 38. Колобов Б. П., Мигиренко Г. С., Новиков Б. Г. Управление пограничным слоем с помощью распределенного отсоса.— В кн.: Исследования по управлению пограничным слоем. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1976.
 39. Ведякин П. И., Гарипов Р. М., Новиков Б. Г. Влияние однородного отсасывания через перфорированную поверхность на ламинарный и турбулентный пограничный слой.— В кн.: Исследования по управлению пограничным слоем. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1976.
 40. Кобец Г. Ф., Завьялова В. С., Комарова М. Л. Влияние слизи рыб на турбулентное трение.— Бионика, 1969, вып. 3.
 41. Кобец М. Л., Кобец Г. Ф. Биополимеры, снижающие гидродинамическое сопротивление.— В кн.: Исследования по управлению пограничным слоем. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1976.
 42. Кобец Г. Ф., Матюхов А. П. Влияние физических параметров растворов полимеров на снижение сопротивления в турбулентном потоке.— ИФЖ, 1973, т. 25, № 6.
 43. Анисимов И. А., Миронов Б. П. Зависимость эффекта Томса от размеров макромолекул полимеров.— В кн.: Влияние полимерных добавок и упругости поверхности на пристенную турбулентность. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1978.
 44. Ванин Ю. П., Ходаев А. М. Исследование характеристик пристенной турбулентности в потоке с переменной концентрацией полимерных добавок.— В кн.: Влияние полимерных добавок и упругости поверхности на пристенную турбулентность. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1978.

УДК 538.4

К ТЕОРИИ КОНДУКЦИОННОГО МГД-ДВИЖИТЕЛЯ СО СВОБОДНЫМ ПОЛЕМ

В. И. Хоничев, В. И. Яковлев

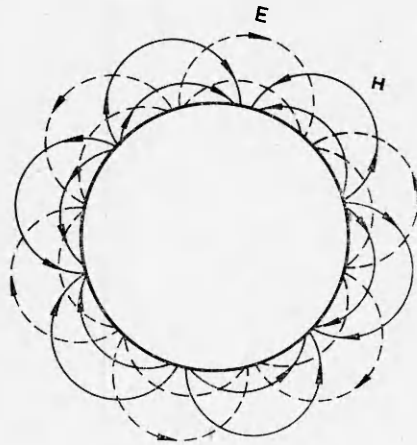
(Новосибирск)

Одним из перспективных типов МГД-двигателей является МГД-двигатель кондукционного типа со свободным полем [1]. Принцип работы данного двигателя можно понять из рассмотрения его идеальной модели в виде бесконечно длинного цилиндра, помещенного в неподвижную проводящую жидкость. Пусть магнитное поле создается распределенным по поверхности цилиндра током $i_z(\alpha) = i_0 \sin m\alpha$ (r , α , z — цилиндрические координаты, m — целое число). Электрический ток в жидкость подается через электроды, распределенные также по поверхности цилиндра, причем распределение потенциала на электродах задается в виде $\varphi(\alpha) = \varphi_0 \sin m\alpha$. При этом в жидкости создаются взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля E , H , условно показанные на фиг. 1, которые создают объемные силы в жидкости $\mathbf{f} = (1/c)[\mathbf{j} \times \mathbf{H}]$, действующие в направлении оси z ; на цилиндр действует сила в противоположном направлении.

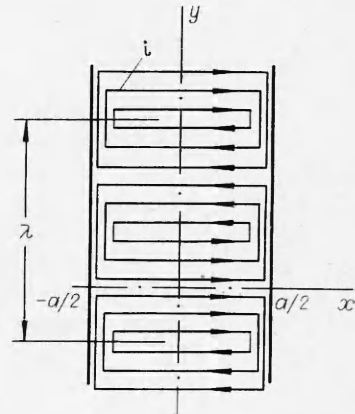
Известные инженерные проработки [1, 2] МГД-двигателей со свободным полем базировались на магнитогидродинамическом исследовании подобных идеальных моделей, причем результаты этих исследований воспроизводились в последующих публикациях [3, 4], посвященных названной проблеме.

В работе [5] на примере индукционного МГД-двигателя было показано, что учет конечности длины приводит к принципиальным отклонениям от результатов идеальной модели. Был также указан способ повышения эффективности двигателя за счет «амплитудной модуляции».

Интерес представляет аналогичное исследование для кондукционного МГД-двигателя.



Ф и г. 1



Ф и г. 2

1. В данной работе, как и в [5], энергетические характеристики кондукционного МГД-двигателя исследованы на модели плоской пластины конечной ширины. Решена вариационная задача определения оптимального распределения потенциала по ширине пластины, обеспечивающего максимум КПД при заданном распределении магнитного поля.

Итак, рассматривается пластина с шириной a по оси x и бесконечно протяженная по оси y , находящаяся в безграничной проводящей жидкости с проводимостью σ и плотностью ρ , приводимая в движение в своей плоскости по направлению отрицательной полуоси x за счет электромагнитных сил. Магнитное поле создается заданными в плоскости пластины поверхностными токами, периодическими по оси y с периодом λ (фиг. 2):

$$(1.1) \quad \mathbf{i}(x, y) = [i_1(x) \mathbf{e}_x + i_2(x) \mathbf{e}_y] e^{ik_1 y}, \quad k_1 = 2\pi/\lambda$$

(здесь и далее символы, обозначающие поверхностные токи, будут писаться или с индексами, или с указанием аргумента, чтобы их не спутать с мнимой единицей i).

Поверхности пластины (по обе ее стороны) являются идеально секционированными электродами, на которых задается соответствующее распределение потенциала

$$\Phi(x) e^{ik_1 y} \quad (|x| \leq a/2).$$

В силу уравнения неразрывности $\partial i_x / \partial x + \partial i_y / \partial y = 0$ из (1.1) имеем

$$(1.2) \quad i_2(x) = \frac{i}{k_1} \frac{di_1(x)}{dx},$$

следовательно, распределение тока $\mathbf{i}(x, y)$ по пластине полностью определяется заданием одной функции $i_1(x)$.

2. Для определения электрического \mathbf{E} и магнитного \mathbf{H} полей в жидкости необходимо знание поля скоростей \mathbf{v} . Предполагается, что поле скоростей вокруг рассматриваемой пластины, приводимой в движение за счет электромагнитных полей, не отличается от поля скоростей при обтекании «классической» пластины. Это справедливо, если

$$(2.1) \quad N = \frac{\sigma H_0^2 a}{c^2 \rho u_0} \ll 1,$$

где N — параметр МГД-взаимодействия; H_0 — максимальная величина напряженности магнитного поля; u_0 — скорость движения пластины; c — скорость света.

Предполагается также малость магнитного числа Рейнольдса

$$(2.2) \quad \text{Re}_m = 4\pi\sigma u_0 a/c^2 \ll 1,$$

что из-за малой проводимости морской воды ($\sigma = 5 \cdot 10^{10} 1/\text{с}$) справедливо в достаточно широких пределах размеров a и скоростей u_0 . В предположении (2.2) за магнитное поле в жидкости можно принять поле, создаваемое токами (1.1). Последнее находится при помощи фурье-преобразований и при $z > 0$ имеет вид

$$(2.3) \quad \mathbf{H} = -\text{grad } \psi(x, y, z);$$

$$(2.4) \quad \psi = -\frac{2\pi i}{ck_1} e^{ih_1 y} \int_{-\infty}^{\infty} i_1(k) e^{ikx - \sqrt{k^2 + k_1^2} z} dk,$$

$$i_1(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a/2}^{a/2} i_1(x) e^{-ikx} dx.$$

В полупространстве $z < 0$ \mathbf{H} определяется соотношениями

$$H_x(-z) = -H_x(z), \quad H_y(-z) = -H_y(z), \quad H_z(-z) = H_z(z),$$

в плоскости $z = 0$ при $|x| \leq a/2$ имеется разрыв \bar{H}_x, \bar{H}_y , обусловленный токами (1.1).

Потенциал электрического поля в системе координат, связанной с пластиной, для однородной жидкости со скалярной проводимостью $\sigma = \text{const}$ при условии (2.2) удовлетворяет уравнению [6]

$$(2.5) \quad \Delta\Phi = (1/c)\mathbf{H}\text{rot } \mathbf{v} = (1/c)H_y \partial v_x / \partial z,$$

где $\mathbf{v} = v_x(x, z)\mathbf{e}_x$ — поле скоростей. Правая часть выписанного уравнения описывает распределение плотности ρ_e объемных зарядов в жидкости

$$\rho_e = -\frac{1}{4\pi c} H_y \frac{\partial v_x}{\partial z}.$$

Точное выражение для профиля скорости $v_x(x, z)$ внутри пограничного слоя для пластины конечной ширины, обтекаемой потоком с большим значением числа Рейнольдса, неизвестно. Однако если ограничиваться рассмотрением практически интересного случая тонкого пограничного слоя, т. е. случая

$$(2.6) \quad \max \Delta \ll \min(\lambda, a)$$

($\Delta(x)$ — толщина пограничного слоя), то при определении Φ можно обойтись без точного знания $v_x(x, z)$. Дело в том, что при (2.6) распределенные в пограничном слое заряды ρ_e можно свести к поверхностным, плотность которых Σ не зависит от профиля скорости в пограничном слое. Действительно, при условии (2.6) H_y слабо меняется поперек пограничного слоя, поэтому

$$(2.7) \quad \Sigma = 2 \int_0^{\Delta(x)} \rho_e(x, z) dz = -\frac{2}{4\pi c} \int_0^{\Delta(x)} H_y(x, y, z) \frac{\partial v_x(x, z)}{\partial z} dz =$$

$$= -\frac{u_0}{2\pi c} H_y \Big|_{z=+0}$$

(здесь учтено, что скорость жидкости вне пограничного слоя на основании (2.1) равна u_0), и уравнение (2.5) принимает вид

$$(2.8) \quad \Delta\Phi = (2u_0/c)H_y|_{z=+0}\delta(z),$$

где $\delta(z)$ — дельта-функция, множитель 2 соответствует учету зарядов с обеих сторон пластины.

При постановке граничных условий возможны два варианта. Во-первых, можно задать распределение потенциала на электродах (т. е. на полосе $|x| \leq a/2, z = 0$); при этом задача определения потенциала вне пластины сводится к интегрированию уравнения (2.8) в эллиптических координатах в плоскости (x, y) и результат выражается через функции Маттье, что затрудняет анализ интегральных характеристик рассматриваемой системы. Задача упрощается, если заметить, что при любом распределении потенциала на электродах z -компонента электрического поля в плоскости $z = 0$ вне пластины равна нулю. Это позволяет свести задачу к задаче для полупространства $z > 0$ со следующими условиями: на границе $z = 0$

$$(2.9) \quad -\frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{z=+0} = E(x)e^{ik_1y}, \quad E(x) = \begin{cases} E_0(x) & \text{при } |x| \leq a/2, \\ 0 & \text{при } |x| > a/2 \end{cases}$$

и на бесконечности

$$\Phi|_{z=\infty} = 0.$$

В (2.9) функция $E_0(x)$ характеризует распределение E_z на пластине со стороны положительных z (на другой стороне пластины E_z имеет обратный знак). Распределение потенциала на электродах, обеспечивающее данное распределение $E_0(x)$, находится из решения задачи. Следует заметить, что $E_z|_{z=+0}$ можно представить в виде суммы из электрического поля $2\pi\Sigma$ поверхностных зарядов Σ , индуцированных движением жидкости, и поля $E_{1z}|_{z=+0} = E_1(x)e^{ik_1y}$, создаваемого электродами в неподвижной жидкости. Отсюда с учетом (2.3), (2.4), (2.7) следует

$$(2.10) \quad E_0(x) = \frac{2\pi u_0}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} i_1(k) e^{ikx} dk + E_1(x) \quad (|x| \leq a/2).$$

Задача (2.8), (2.9) решается стандартным методом фурье-преобразований. Представив

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} E(k) e^{ikx} dk,$$

решение задачи при $z > 0$ запишем в виде

$$(2.11) \quad \Phi(x, y, z) = e^{ik_1y} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(k) e^{ikx - \sqrt{k^2 + k_1^2}z}}{\sqrt{k^2 + k_1^2}} dk.$$

3. Вычислим интегральные величины — силу тяги, действующую на пластину, и подводимую электрическую мощность. Сила F и мощность Q отнесены к единице длины пластины по оси y , причем искомая сила по величине равна суммарной силе, действующей на соответствующий объем жидкости, а по направлению ей противоположна, т. е.

$$\langle F_x \rangle = -2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle f_x \rangle dx dz.$$

Подводимая мощность равна

$$\langle Q \rangle = 2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) dx dz$$

и идет на совершение механической работы над жидкостью и на ее джоулев нагрев. Здесь угловые скобки означают результат усреднения по переменной y ; $\mathbf{f} = (1/c)[\mathbf{j} \times \mathbf{H}]$ — объемная плотность сил.

В предположении (2.6) пренебрегаем объемом, занятым пограничным слоем, и плотность тока во всем пространстве вычисляем как $\mathbf{j} = \sigma[\mathbf{E} + (u_0/c)(\mathbf{e}_z \times \mathbf{H})]$. Результат вычислений с использованием (2.11), (2.3), (2.4) приобретает вид

$$\langle F_x \rangle = -\frac{2\pi^2\sigma}{c^2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2E(k) i_1^*(k) - \frac{2\pi u_0}{c^2} i_1(k) i_1^*(k) \left(1 + \frac{k^2 + k_1^2}{k_1^2}\right)}{\sqrt{k^2 + k_1^2}} dk,$$

$$\langle Q \rangle = 2\pi\sigma \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(k) E^*(k) - (2\pi u_0/c^2) E(k) i_1^*(k)}{\sqrt{k^2 + k_1^2}} dk.$$

С учетом (2.10)

$$E(k) = (2\pi u_0/c^2) i_1(k) + E_1(k),$$

и результат можно несколько упростить

$$(3.1) \quad \langle F_x \rangle = \frac{2\pi^2\sigma}{c^2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2E_1(k) i_1^*(k) - \frac{2\pi u_0}{c^2} i_1(k) i_1^*(k) k^2/k_1^2}{\sqrt{k^2 + k_1^2}} dk;$$

$$(3.2) \quad \langle Q \rangle = 2\pi\sigma \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E_1(k) E_1^*(k) + (2\pi u_0/c^2) E_1(k) i_1^*(k)}{\sqrt{k^2 + k_1^2}} dk.$$

Для удобства анализа полученный результат представим в безразмерном виде. Пусть размер a , максимальная величина плотности тока i_x (обозначим i_0), а также $H_0 = 2\pi i_0/c$, $u_0 H_0/c$ — соответствующие масштабы. Оставив за безразмерной координатой x прежнее обозначение, представим $i_1(x)$, $E_1(x)$ в виде

$$i_1 = i_0 i(x), \quad E_1 = (u_0 H_0/c) e_1(x).$$

Тогда их фурье-компоненты будут

$$(3.3) \quad i_1(k) = i_0 a i(q), \quad E_1(k) = (u_0 H_0/c) a e_1(q),$$

$$\left| \frac{e_1(q)}{i(q)} \right| = \frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \left| \frac{e_1(x)}{i(x)} \right| e^{-iqx} dx.$$

Подставляя (3.3) в (3.1), (3.2), получаем

$$(3.4) \quad \langle F_x \rangle = - (2\pi\sigma u_0 H_0^2 a^2/c^2) F_1, \quad \langle Q \rangle = (2\pi\sigma u_0^2 H_0^2 a^2/c^2) Q_1;$$

$$(3.5) \quad F_1 = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e_1(q) i^*(q) - (q^2/2q_0^2) i(q) i^*(q)}{\sqrt{q^2 + q_0^2}} dq,$$

$$Q_1 = \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e_1(q) e_1^*(q) + e_1(q) i^*(q)}{\sqrt{q^2 + q_0^2}} dq.$$

Здесь $q_0 = k_1 a = (2\pi/\lambda)a = n\pi$ — безразмерное волновое число, определяющее число $n = a/(\lambda/2)$ полувольт (полупериодов) тока (1.1), укладывающихся на размер, равном a .

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \langle F_x \rangle |u_0| / \langle Q \rangle = F_1 / Q_1$$

равен отношению безразмерной силы к безразмерной мощности.

4. Выясним теперь, каково распределение нормальной компоненты электрического поля, обеспечивающее максимальный КПД системы. Для этого рассмотрим следующую вариационную задачу: при заданном значении H_0 и заданной функции $i(x)$, определяющей распределение магнитного поля в системе, найти оптимальную функцию $e_1(x)$, обеспечивающую минимум величины $\langle Q \rangle$ при необходимой силе тяги $\langle F_x \rangle$. Необходимая сила тяги определяется силой сопротивления, т. е. $|\langle F_x \rangle| = c_f \times \times 2\pi u_0^2 / 2$. Отсюда с учетом (3.4) и определения (2.1)

$$(4.1) \quad F_1 = c_f / 2\pi N.$$

Таким образом, функция $e_1(x)$ должна обеспечить минимум функционала Q_1 при наложении условия (4.1) на функционал F_1 ; следовательно, задача решается при помощи неопределенного множителя Лагранжа и для функционалов (3.5) условие $\delta(Q_1 + \lambda_1 F_1) = 0$ приводится к виду

$$(4.2) \quad \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta e_1(q) [2e_1^*(q) + (1 + \lambda_1) i^*(q)]}{\sqrt{q^2 + q_0^2}} dq = 0$$

(λ_1 — неопределенный множитель Лагранжа). Не снижая общности, вариацию искомой функции можно взять в виде $\delta e_1(x) = \varepsilon \delta(x - x_0)$, где $|x_0| < 1/2$; отсюда для фурье-компоненты получаем $\delta e_1(q) = \frac{\varepsilon}{2\pi} e^{-iqx_0}$.

Подставляя последнюю в (4.2) и имея в виду, что ε — в общем случае комплексное число, получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2e_1(q) + (1 + \lambda_1) i(q)}{\sqrt{q^2 + q_0^2}} e^{iqx_0} dq = 0.$$

Полученное равенство должно выполняться при всех x_0 , удовлетворяющих условию $|x_0| < 1/2$; кроме того, как искомая функция $e_1(x)$, так и $i(x)$ тождественно равны нулю при $|x_0| \geq 1/2$. Отсюда следует

$$2e_1(q) + (1 + \lambda_1) i(q) = 0, \text{ т. е. } e_1(x) = (1/\gamma) i(x), \quad \gamma = \text{const.}$$

Таким образом, в оптимальной системе распределение E_{1z} по ширине пластины должно быть пропорционально распределению тока i_x . Суммарная z -компонента электрического поля при этом, согласно (2.10), также пропорциональна i_x , причем безразмерная аналогично $e_1(x)$ величина $e(x)$ суммарного поля равна

$$(4.3) \quad e(x) = (1 + 1/\gamma) i(x).$$

Отсюда видно, что наведенные течением жидкости объемные заряды создают электрическое поле, усиливающее первоначальное поле, создаваемое электродами в неподвижной жидкости. Так как максимальное значение $i(x)$ на отрезке $-1/2 \leq x \leq 1/2$ равно 1, множитель $1/\gamma_1 = 1 + 1/\gamma$ определяет масштаб электрического поля в системе

$$E_0 = (1 + 1/\gamma) u_0 H_0 / c.$$

Следовательно, $\gamma_1 = \gamma/(\gamma + 1)$ выступает в качестве параметра нагрузки ($\gamma_1 = u_0 H_0 / c E_0$), от которого зависит эффективность рассматриваемой движительной системы.

Приведем распределение потенциала на пластине (на электродах) для оптимальной системы. Оно следует из (2.11), (4.3) и имеет вид

$$(4.4) \quad \Phi(x, y, 0) = \frac{1}{\gamma_1} \frac{u_0 H_0}{c} a e^{iq_0 y} \varphi(x), \quad \varphi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} i(q) \left(\sqrt{q^2 + q_0^2} \right)^{-1} e^{iqx} dq.$$

5. Итак, для оптимальной системы безразмерная сила, мощность и КПД (обозначим их через F_0 , Q_0 , η_0) равны

$$(5.1) \quad F_0 = \frac{1 - \gamma_1}{\gamma_1} I_1(q_0) - \frac{1}{2} I_2(q_0), \quad Q_0 = \frac{1 - \gamma_1}{\gamma_1^2} I_1(q_0),$$

$$\eta_0 = \gamma_1 \left[1 - \frac{\gamma_1}{2(1 - \gamma_1)} \frac{I_2(q_0)}{I_1(q_0)} \right],$$

$$I_1(q_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sqrt{q^2 + q_0^2} \right)^{-1} |i(q)|^2 dq, \quad I_2(q_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sqrt{q^2 + q_0^2} \right)^{-1} \times \\ \times (q^2/q_0^2) |i(q)|^2 dq.$$

Отсюда видно, что в случае $i(x) = 1$ ($i_x = i_0 = \text{const}$ по ширине пластины), когда $i(q) \sim \sin(q/2)/(q/2)$, интеграл I_2 расходится. Электромагнитное поле вместо силы тяги создает бесконечную силу сопротивления. Физически это объясняется тем, что в рассматриваемом случае замыкающие токи i_y , согласно (1.2), сосредоточены только по краям пластины, т. е.

$$i_2(x) = \frac{i}{k_1} i_0 \left[\delta\left(x - \frac{a}{2}\right) - \delta\left(x + \frac{a}{2}\right) \right].$$

У краев пластины создаваемое этими токами магнитное поле бесконечно, оно и создает бесконечную силу сопротивления.

Практически, конечно, распределением тока i_x надо задаваться так, чтобы плотность тока i_y также не превосходила i_0 . Для этого в расчетах функцию $i(x)$ примем в виде

$$(5.2) \quad i(x) = \frac{(1 - e^{-(0,5+x)q_0})(1 - e^{-(0,5-x)q_0})}{(1 - e^{-0,5q_0})^2} \quad (|x| \leq 1/2).$$

При этом почти на всей ширине пластины, за исключением концов интервала $[-1/2, 1/2]$, имеем $i(x) = 1$; на концах интервала на отрезках порядка $\Delta_1 = 1/q_0$ $i(x)$ спадает до нуля. При (5.2) выполняется условие $|i_2| < i_0$, и по модулю напряженность магнитного поля ни в одной точке не превосходит H_0 . Распределению (5.2) соответствует фурье-образ $i(q)$, при больших $|q|$ спадающий как $1/q^2$; следовательно, интегралы I_1 , I_2 сходятся.

Имея в виду, что главный максимум мощности спектра $|i(q)|^2$ имеет ширину порядка π , интегралы I_1 , I_2 , входящие в (5.1), можно разложить в асимптотический ряд по степеням $1/q_0$. С использованием равенств Парсеваля

$$\int_{-\infty}^{\infty} |i(q)|^2 dq = (1/2\pi) \int_{-1/2}^{1/2} |i(x)|^2 dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} |i(q)|^2 q^2 dq = \\ = - (1/2\pi) \int_{-1/2}^{1/2} i''(x) i^*(x) dx$$

коэффициенты при $1/q_0$ и $1/q_0^2$ легко вычисляются и для $i(x)$, задаваемой соотношением (5.2), результат имеет вид

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{q_0} - \frac{1}{2q_0^2} + O\left(\frac{1}{q_0^3}\right) \right], \quad I_2 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{q_0^2} + O\left(\frac{1}{q_0^3}\right) \right].$$

Отсюда

$$(5.3) \quad F_0 = \frac{1}{2\pi q_0} \frac{1}{\gamma_1} \left[(1 - \gamma_1) - \frac{1}{2q_0} + O\left(\frac{1}{q_0^2}\right) \right],$$

$$\eta_0 = \gamma_1 \left[1 - \frac{\gamma_1}{2(1 - \gamma_1)} \frac{1}{q_0} + O\left(\frac{1}{q_0^2}\right) \right],$$

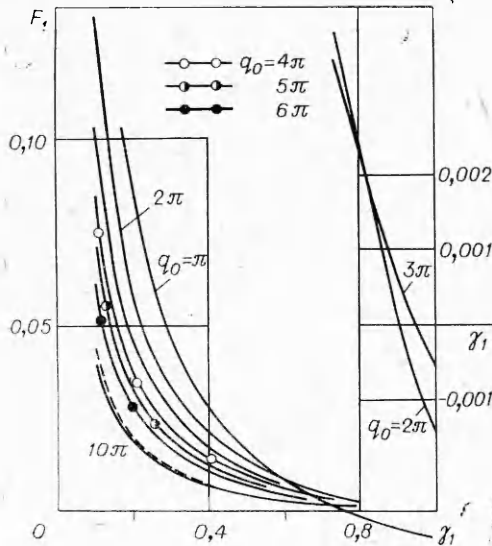
причем здесь главные члены разложения соответствуют бесконечной пластине (вернее, участку пластины с шириной a , мысленно вырезанному из бесконечной пластины с постоянными вдоль x величинами $i(x)$, $e_1(x)$), т. е.

$$(5.4) \quad F_\infty = (1/2\pi q_0)(1 - \gamma_1)/\gamma_1, \quad \eta_\infty = \gamma_1.$$

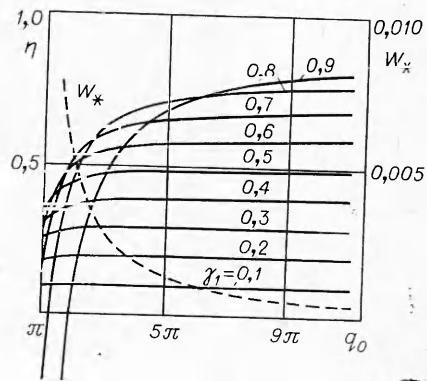
Из (5.3) видно, что сильное влияние концевых эффектов имеет место при $\gamma_1 \rightarrow 1$. Действительно, из (5.4) видно, что если не учитывать концевые эффекты, рассматриваемая система при $0 < \gamma_1 < 1$ работает как движитель (т. е. $F > 0$, $Q > 0$). Учет концевых эффектов, как видно из (5.1), приводит к тому, что сила тяги обращается в нуль уже при значении $\gamma_1 = \gamma_0(q_0) < 1$ и при $\gamma_0 < \gamma_1 < 1$ система работает как электромагнитный тормоз (так как при этом $Q_0 > 0$). Только при $\gamma_1 > 1$ рассматриваемая система переходит в режим генератора, как и бесконечная система.

Результаты вычислений F_0 из (5.1) приведены на фиг. 3. Видно, что при $q_0 = \pi$ имеем $\gamma_0 \simeq 0,75$. При больших q_0 значение γ_0 приближается к 1 и интервал $[\gamma_0, 1]$ значений γ_1 тормозного режима сужается. Максимальное значение q_0 на фиг. 3 принято 10π . При $q_0 > 10\pi$ для практически интересного движительного режима с $0 < \gamma_1 < 0,9$ вполне можно пользоваться асимптотическими формулами (5.3). Для наглядности на фиг. 3 штриховой линией нанесена асимптотическая кривая при $q_0 = 10\pi$; видно, что отличие невелико.

На фиг. 4 сплошными линиями представлены зависимости $\eta(q_0)$ для различных γ_1 . Видно, что при относительно небольших q_0 КПД выходит на значения $\eta_\infty = \gamma_1$ (как



Ф и г. 3



Ф и г. 4

понятно из (5.1), чем меньше γ_1 , тем выход на режим η_∞ происходит при меньших q_0 . Этим кондукционный МГД-двигатель существенно отличается от индукционного, у которого, как показано в [5], выход η на значения, близкие η_∞ происходит при очень малых длинах волн (т. е. когда на ширине пластины укладывается большое число волн бегущего поля). Максимальное значение q_0 на фиг. 4 принято 11π , при больших q_0 для всех $\gamma_1 \leq 0,9$ для вычисления η_0 можно пользоваться асимптотической формулой (5.3).

Интересно выяснить, каким образом КПД рассматриваемой системы зависит от масштаба H_0 приложенного магнитного поля. Для получения этой зависимости безразмерную силу F_0 (5.1) необходимо приравнять величине $c_f/2\pi N$, как это следует из (4.1), и найти потребное значение γ_1 ; по γ_1 определяется искомая величина

$$(5.5) \quad \eta = W \frac{I_1(q_0)}{[W + (1/2)I_2(q_0)][W + I_1(q_0) + (1/2)I_2(q_0)]}, \quad W = c_f/2\pi N.$$

Параметр W , связывающий коэффициент сопротивления c_f и параметр N МГД-взаимодействия (2.1), является универсальным параметром для описания рассматриваемой зависимости. Впервые подобный параметр был использован в работе [1], поэтому W можно назвать параметром Взя.

Из (5.5) видно, что при учете конечных явлений зависимость $\eta(W)$ носит немонотонный характер — при $W = 0$ (т. е. при $H_0 = \infty$) и $W = \infty$ ($H_0 = 0$) КПД принимает значение 0, при $W = \bar{W}_*$ где

$$(5.6) \quad W_* = \sqrt{(1/2)I_2(q_0)[I_1(q_0) + (1/2)I_2(q_0)]},$$

достигается максимальное значение η

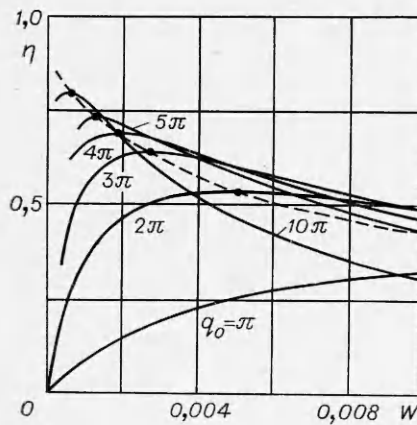
$$(5.7) \quad \eta_{\max} = \frac{I_1(q_0)}{I_1(q_0) + I_2(q_0) + \sqrt{I_2(q_0)[2I_1(q_0) + I_2(q_0)]}}.$$

В этом заключается принципиальное отличие полученных результатов от результатов [1], относящихся к идеальной модели (КПД идеальной модели в рассматриваемой здесь плоской геометрии равен $\eta_\infty = (1 + 2\pi q_0 W)^{-1}$ и монотонно растет при уменьшении W (увеличении H_0)).

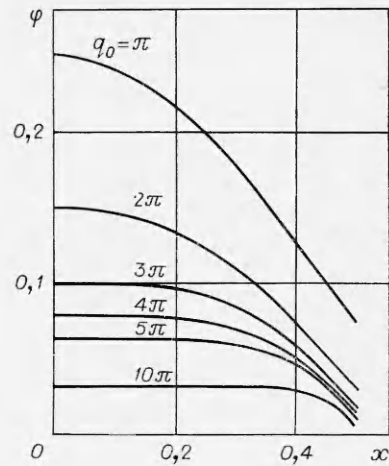
Таким образом, реальная кондукционная система (как и рассмотренная в [5] индукционная система) характеризуется существованием оптимальной величины масштаба H_0 напряженности приложенного магнитного поля, причём эта оптимальная величина H_* зависит от q_0 . Для заданных q_0 , a , u_0 увеличивать H_0 выгодно только до значения H_* (с точки зрения КПД), дальнейшее увеличение H_0 сверх H_* вместо увеличения КПД приводит к его снижению.

Результаты вычислений $\eta(W)$ из (5.5) для различных значений q_0 до 10π изображены на фиг. 5 сплошными линиями. На этих кривых точками отмечены максимальные значения η_{\max} для соответствующих значений q_0 и через эти точки штриховой линией проведена зависимость $\eta_{\max}(W)$, представляющая собой результат исключения q_0 из зависимостей (5.6), (5.7). Зависимость (5.6) $W_*(q_0)$ приведена на фиг. 4 (штриховая линия). Отсюда видно, что с увеличением q_0 \bar{W}_* уменьшается и, следовательно, оптимальное значение H_* увеличивается.

Из фиг. 5 видно, что для получения больших η необходимо работать при малых значениях параметра Взя, или (при заданном c_f) при значительных N . Например, значение $\eta \simeq 0,75$ достигается при $q_0 = 10\pi$, $W = 10^{-3}$. Если взять $c_f = 2 \cdot 10^{-3}$, то отсюда следует $N = c_f/2\pi W = 1/\pi$, т. е. параметр МГД-взаимодействия только с большой натяжкой можно считать удовлетворяющим условию (2.1). Таким образом, для условий, при кото-



Ф и г. 5



Ф и г. 6

рых достигаются большие значения КПД, данную теорию следует уточнить с учетом влияния объемных сил на структуру поля скоростей.

Наконец, на фиг. 6 изображены функции $\varphi(x)$, определяющие, согласно (4.4), оптимальное распределение потенциала на электродах при различных значениях q_0 .

Поступила 17 XII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Way S. MHD-ship propulsion. ASME, Advance Marine Vehicles Meeting. Norfolk, Virginia, 22—24 May, 1967.
2. Phillips O. M. The prospects for magnetohydrodynamic ship propulsion.— J. ship. research, 1962, vol. 5, N 4.
3. Васильев Л. Г., Хожанов А. И. Магнитная гидродинамика в судовой технике. Л., Судостроение, 1967.
4. Башкатов В. А., Орлов П. П., Федосов М. И. Гидрореактивные пропульсивные установки. Л., Судостроение, 1977.
5. Яковлев В. И. К теории индукционного МГД-двигателя со свободным полем.— ДАН СССР, 1979, т. 229, № 6.
6. Ватажин А. Б., Любимов Г. А., Регирер С. А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М., Наука, 1970.

УДК 621.548

ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ИСТОЧНИКИ ЭНЕРГИИ И ИХ СРАВНЕНИЕ С ИСПОЛЬЗУЕМЫМИ

Б. В. Войцеховский

(Новосибирск)

В средние века главным источником энергии был ветер. Его энергия использовалась парусным флотом и ветряными мельницами. По данным III Международного симпозиума по возобновляемым источникам энергии