

ПРОДОЛЬНЫЕ ВИХРИ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТРУЯХ

УДК 532.526

Н. М. Терехова

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,
630090 Новосибирск

Идеи и методы гидродинамической устойчивости оказались весьма плодотворными для понимания закономерностей начальных стадий перехода ламинарных режимов течения в турбулентные. По образному выражению Бетчелора, в гидродинамике именно «малые причины приводят к необратимым последствиям», и гидродинамическая устойчивость позволяет выявить в течении слабые уязвимые места, на которых случайные нерегулярности развиваются в типичные для турбулентных режимов процессы.

Основное внимание исторически было отдано крупномасштабным колебаниям, бегущим волнам, которые в пристенных течениях обобщенно называют волнами Толлмина — Шлихтинга, а в свободных сдвиговых течениях — волнами Рэлея или Кельвина — Гельмгольца.

Но в последнее время большой удельный вес приобрели исследования продольных вихревых структур. Такие квазистационарные волны часто возникают в течениях как под воздействием активных внешних сил, так и в ситуациях, где существенна трехмерность основного течения. Возникающие вихри могут быть ответственны за новые, отличные от изученных, сценарии перехода и способствовать нарастанию бегущих волн на создаваемых ими локальных средних профилях с перегибом.

Основные успехи в такого рода исследованиях достигнуты для пристенных течений. Изучение возможностей зарождения и развития продольно-вихревой квазистационарной неустойчивости в свободных сдвиговых течениях (слои смешения струй) почти не проводилось. И только недавно появился ряд работ [1–3], где подобные неустойчивые колебания рассмотрены и для плоских слоев смешения.

В этой связи весьма актуальны работы по описанию характеристик, структуры и спектрального состава азимутальных неоднородностей для сверхзвуковых неизобарических осесимметричных струй [4–9], где установлено, что целый ряд особенностей, создаваемых в свободном осесимметричном потоке системой продольных вихрей, может быть описан в рамках существования в нем неустойчивых возмущений типа вихрей Тейлора — Гертлера. Зарождение их связывается с искривлением траекторий движения газа под действием центробежных сил $\sim u^2/R_0$. Истекая из сопла, газ в сжатом слое струи от всякого скачка уплотнения (ВСУ) до внешней границы струи обтекает криволинейную границу ВСУ и затормаживается в слое смешения; причем на высокоскоростные частицы во внутренних областях и низкоскоростные частицы в приграничных областях действуют разные центробежные силы, что и приводит к добавочному радиально-азимутальному перетеканию газа. Такие перемещения формируют систему противоположно закрученных вихрей, образующих вихревые пары.

Но анализ шлирен-фотографий струй, представленных в ряде работ (см., например, [10]), показывает, что идентифицируемые с вихрями продольные полосы видны и на режимах для струй с очень малыми нерасчетностями и даже для изобарических (рас-

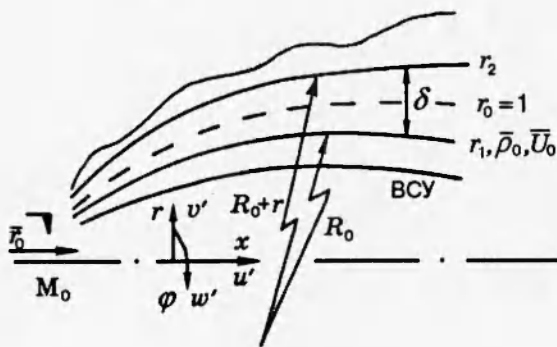


Рис. 1

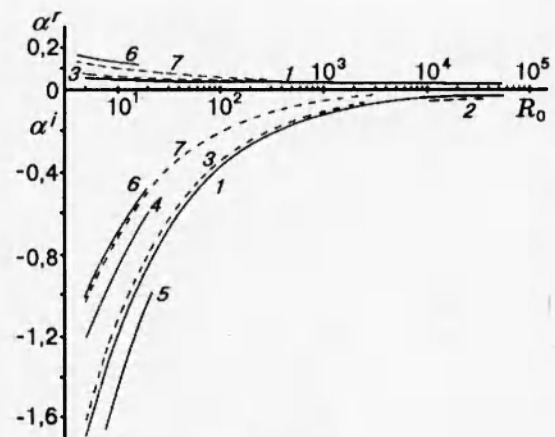


Рис. 2

четных) струй. Подобные полосы характерны и для перерасширенных струй. Это наводит на мысль, что малоинтенсивные продольные вихри изначально могут иметь место в свободных затопленных струйных потоках, а увеличение нерасчетности, приводящее к росту искривления $1/\bar{\rho}_0$, лишь интенсифицирует их.

В данной работе проведено систематическое изучение характеристик и структуры квазистационарных вихревых возмущений в осесимметричном струйном течении. Моделирование ведется на основе численного интегрирования линеаризованных уравнений движения для невязкого сжимаемого нетеплопроводного газа.

Схема течения изображена на рис. 1, где r , φ , x — цилиндрические переменные, v' , w' , u' — соответствующие им компоненты скорости возмущений, r_1 и r_2 — поперечные координаты внутренней и внешней границы слоя смешения δ , R_0 — радиус искривления границы струи, определяющий активные центробежные силы. С увеличением R_0 происходит выполаживание границ потока, и в пределе $R_0 \rightarrow \infty$ от ячеистой структуры, характерной для недорасширенных струй со степенями нерасчетности $N > 1$, приходим к истечениям на расчетном режиме $N = 1$.

Обезразмеривание уравнений проведено на характерные $U_0, \bar{\rho}_0$ (на внутренней границе при $r = r_1$) и на значение r_0 , при котором $U/\bar{U}_0 = 0,5$. Для изобарической струи \bar{r}_0 совпадает с радиусом сопла, а в целом $r_1 = 1 - \delta/2$, $r_2 \gtrsim 1 + \delta/2$. Одномерное среднее течение имеет следующее представление продольной скорости:

$$U(r) = \begin{cases} 1, & r < r_1, \\ \exp(-b\eta^2), & r \geq r_1. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $\eta = 2(r - r_1)/\delta$; $b = \ln 2$. При этом $U'(r) = -4b\eta U/\delta$. Средняя плотность ρ_0 связана с U через газодинамическое соотношение

$$\rho_0 = [1 + (\varkappa - 1) M_0^2 (1 - U^2)/2]^{-1}, \quad (2)$$

а скорость звука $a = (\rho_0 M_0^2)^{-1/2}$ (M_0 — число Маха на выходе из сопла).

Вывод уравнений движения с активными центробежными силами для осесимметричного потока (рис. 1) проведен в [4]. Вихревые возмущения зададим в виде

$$v', u', p', \rho' = (i\hat{v}, \hat{u}, \hat{p}, \hat{\rho})(r) e^{i\theta} \cos n\varphi, \quad w' = i\hat{w}(r) e^{i\theta} \sin n\varphi, \quad \theta = \alpha x - \omega t, \quad (3)$$

где ρ' и p' — возмущения плотности и давления; ω — круговая частота; $\alpha = \alpha^r + i\alpha^i$; α^r и n — продольное и азимутальное волновые числа; α^i — коэффициент продольного усиления волн. Значение n определяет количество вихревых пар по окружности в поле течения, малые n соответствуют крупномасштабным вихрям, а большие n — мелкомасштабным.

Для амплитуды возмущения давления \hat{p} линеаризованные уравнения запишем как

$$\begin{aligned} \hat{p}'' + A_1 \hat{p}' + A_2 \hat{p} = & -\{[1 + \alpha U/F + A_3] \hat{p}' + [(1/R_0 + U'/U + A_1 + A_3) 2\alpha U/F - \\ & - (A_2 + \alpha^2) B/F^2] \hat{p}\}/R_0, \quad (') = d/dr, \quad F = \alpha U - \omega, \\ F_1 = F^2 - B/R_0, \quad B = & 2U(U' + U/R_0), \quad A_1 = 1/r - \rho'_0/\rho_0 - 2F'/F, \\ A_2 = F^2/a^2 - n^2/r^2 - \alpha^2, \quad & A_3 = (B' - 2BF'/F)/F_1, \quad |\hat{p}|_{\max} = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

с граничными условиями $\hat{p} \rightarrow 0$ вне δ при $r < r_1$ и $r > r_2$ [4, 6]. В правой части (4) записаны добавочные члены, связанные с центробежными силами. Амплитудные функции возмущений находим из системы

$$\begin{aligned} \hat{v} = (F\hat{p}' + 2\alpha U\hat{p}/R_0)/\rho_0 F_1, \quad \hat{w} = & -n\hat{p}/r\rho_0 F, \\ \hat{u} = -[(U' + U/R_0)\hat{p}' + \alpha F\hat{p}]/\rho_0 F_1, \quad \hat{\rho} = & \hat{p}/a^2 - \rho'_0\hat{v}/F. \end{aligned} \quad (5)$$

Реальные части выражений (3) и (5) определяют физические компоненты волновых скоростей и плотности:

$$\begin{aligned} v' = v(r) \exp(-\alpha^i x) \cos n\varphi, \quad v = & -\hat{v}^r \sin \theta_1 - \hat{v}^i \cos \theta_1, \\ u' = u(r) \exp(-\alpha^i x) \cos n\varphi, \quad u = & \hat{u}^r \cos \theta_1 - \hat{u}^i \sin \theta_1, \quad \theta_1 = \text{Re}(\theta). \end{aligned}$$

Рассмотрены возмущения с $\omega \rightarrow 0$, что соответствует малому значению акустического числа Струхала (или числа Гельмгольца) $\text{Sr} = 0,005$. При этом временной период волны $T_i \sim 250$.

На рис. 2 представлены собственные значения α^r и α^i в широком диапазоне R_0 ($5 \leq R_0 \leq 3 \cdot 10^4$) для нескольких изученных режимов при толщине слоя смещения $\delta = 0,2$. Основным из них является режим при $M_0=1,5$ для азимутальной моды $n = 16$ (кривая 1).

Последовательно рассмотрим результаты численного моделирования этого режима относительно изменения значения R_0 .

Предельно большие значения R_0 ($R_0 > 10^4$). Этот случай в пределе $R_0 \rightarrow \infty$ можно соотнести с режимом изобарического истечения, когда искривления траекторий нет. Из рис. 2 видно, что значения инкрементов α^i достаточно малы, они слабо уменьшаются с ростом R_0 . Волновые числа α^r возмущений при этом практически неизменны ($\alpha^r \sim 0,0375$), что соответствует длинам волн $\lambda \sim 170 \bar{r}_0$, а фазовые скорости $c = \omega/\alpha^r$ постоянны ($c \sim 0,67$) для всех рассмотренных δ . На рис. 3 (кривая 1) отражен этот факт для $R_0 = 2 \cdot 10^4$. Такое слабое изменение параметров возмущений дает основание утверждать, что подобные квазистационарные волны будут характерны для свободной расчетной осесимметричной струи при $M_0 = 1,5$. Из-за невязкого характера основных уравнений (4) приходится довольствоваться только рассмотрением этих предельных форм, так как дальнейшее увеличение R_0 , сопровождаемое уменьшением α^i , невозможно из-за появления погрешностей в областях $U \sim 0$.

Рассмотрим векторное поле скоростей v', w' для разных значений δ . Такие конфигурации дают представление о форме продольных вихрей в разных сечениях x вниз по потоку.

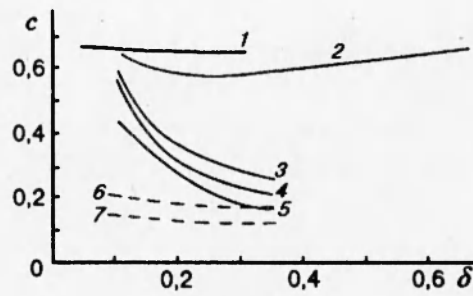


Рис. 3

В дальнейшем не будем конкретизировать зависимость $x(\delta)$, считая толщину δ масштабным параметром. На рис. 4, а–в даны радиальные распределения волновых скоростей при $R_0 = 2 \cdot 10^4$ для $\delta = 0,05; 0,1; 0,125; 0,15$ (линии 1–4), которые удалось рассчитать на основе (4). Значения v' , w' позволяют представить последовательность изменения вихревых конфигураций вниз по потоку. При отрисовке мы ограничились изображением одного вихря в интервале $0 \leq n\varphi \leq \pi$ (рис. 4, з). Второй вихрь в этой паре в интервале $\pi \leq n\varphi \leq 2\pi$ симметричен изображенному и противоположно закручен. Рис. 4, д показывает, как эволюционирует вниз по потоку вихревая пара моды $n = 16$.

При малых значениях δ у среза сопла в прикорневой области образуется вихревая пара с приблизительно одинаковым соотношением азимутального и радиального движения. Центр вихря близок к координате $|U'|_{\max}$. При адвекции происходит скручивание вихрей в этой паре, так что право- и левозакрученные вихри, переплетаясь, меняются местами, образуя вихревой жгут. При этом усиливается азимутальное перетекание и существенно уменьшается радиальное. Далее вниз по потоку ориентация вихрей не меняется.

Такая динамика наблюдается для всех возмущений при $R_0 > 10^4$. На рис. 4, а–в штриховыми линиями нанесены распределения скоростей при $R_0 = 27300$. Видно, что дальнейшее увеличение радиуса R_0 практически не влияет ни на форму, ни на значения волновых скоростей. Изменения продольной компоненты u полностью коррелируют с изменением направления радиальной скорости v . Положительные значения v (перетекание от ядра к периферии потока) сопровождаются выносом массы высокоскоростного газа и соответствуют положительным значениям u , а изменение направления радиального движения (внос малоскоростной массы из внешних областей) сопровождается появлением отрицательных u и значительным относительным понижением уровня положительных значений.

Установлено, что с увеличением R_0 в области этих предельных значений уменьшается шаг раскрутки жгута, т. е. кручение смещается ближе к корню струи в область очень малых δ . Во всех вариантах продвинуться в диапазон $\delta > 0,25$ не удалось. Такое жгутование в вихревых парах характерно для очень больших R_0 , а определяется оно сдвиговыми силами (градиентами среднего движения), формирующими профиль. Увеличение центробежных сил приводит к изменению формы возмущенного движения.

Большие значения R_0 ($200 < R_0 < 10^4$). Рассмотрим более подробно вариант при $R_0 = 5 \cdot 10^3$, для которого удалось рассчитать область $0,05 \leq \delta \leq 0,65$. Продольные инкременты при этом все еще малы (см. рис. 2), а их изменение вниз по потоку и значения продольного волнового числа α' показаны на рис. 5. По мере растекания струи уменьшаются инкременты α' , что характерно для всех режимов, и весьма стабильны значения α' .

Вихревые конфигурации для разных δ представлены на рис. 6, а–в (линии 1–6 соответ-

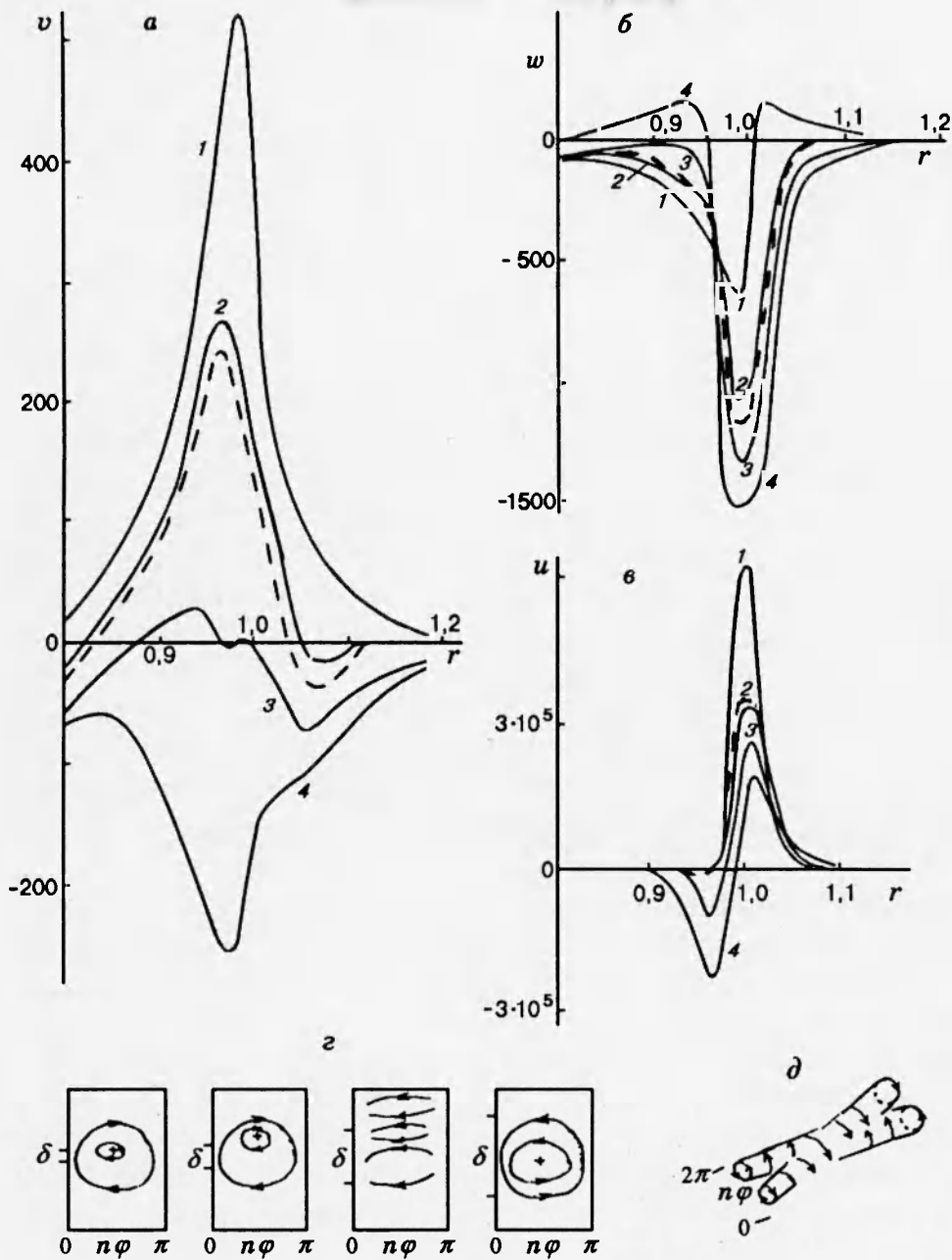


Рис. 4

ствуют $\delta = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6$). В прикорневой области ($\delta < 0,15$) форма и ориентация вихря те же, что и для предельных R_0 , но далее вниз по потоку процесс жгутования сменяется процессом вытеснения первоначального вихря во внешнюю область. По мере такого вытеснения в областях высоких скоростей возникает второй вихрь с противовращением к исходному, и в поперечной области слоя сосуществует вихревая пара. При этом, как видно из рис. 3 (кривая 2), уменьшается фазовая скорость волны. Растекание струи приводит к полному затормаживанию и исчезновению первоначального вихря, и на интервале $0,3 \leq \delta \leq 0,45$ второй вихрь доминирует. Далее процесс повторяется — во внутренней области зарождается еще один вихрь с противовращением, и при $\delta > 0,45$ опять

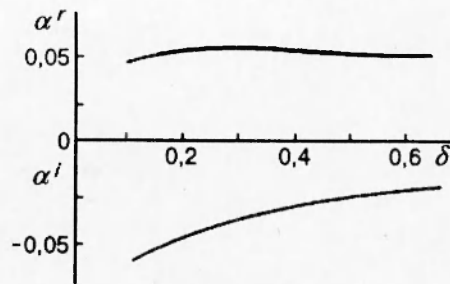


Рис. 5

существует вихревая пара. Средние градиенты в этой области невелики ($|U'|_{\max} \sim 2,5$), и вытеснения не происходит. Центр уже существующего вихря устойчиво занимает положение близ $r \sim 0,95$, а центр второго смещается к нему из внутренних областей. При этом начинает возрастать фазовая скорость волны (см. рис. 3).

Поперечные распределения продольной скорости u отражают процесс перестройки вихревой картины, сопровождающийся падением уровня $u > 0$ при больших r , появлением областей отрицательных продольных скоростей и, наконец, установлением распределений с тремя локальными максимумами при больших δ (рис. 6, з).

При возрастании центробежных сил, по крайней мере до $R_0 > 200$, качественных изменений в вихревых конфигурациях не происходит. Можно отметить лишь увеличение пространственной области существования первоначального одиночного вихря. Так, если для $R_0 = 5 \cdot 10^3$ она ограничена $\delta \sim 0,15$, то для $R_0 = 0,5 \cdot 10^3$ интервал расширяется до $\delta \sim 0,35$, а для $R_0 = 0,2 \cdot 10^3$ — до $\delta \sim 0,5$.

Умеренные значения R_0 . Для $50 \leq R_0 \leq 200$ вновь следует отметить появление жгутования вихрей в области малых δ , аналогичного описанному выше. Представление об этом дает рис. 7 для $\delta = 0,1; 0,16; 0,18; 0,2$ (линии 1–4) при $R_0 = 50$. В первоначальном вихре, центр которого находится в области малых потоковых скоростей ($U \sim 0,01$) вне условной внешней границы слоя смешения r_2 , по мере растекания происходит смена знака радиальной компоненты v , что нужно трактовать как появление жгутового скручивания в паре на интервале $0 \leq n\varphi \leq 2\pi$. Для $\delta > 0,2$ всю поперечную область слоя смешения занимает один вихрь, противоположно ориентированный к прикорневому. В нем v, w имеют один порядок, а центр этого второго вихря близок к середине слоя смешения и в процессе растекания струи смещается к внешней границе. Обратим внимание на то, что, хотя максимальные значения v, w, u лежат в слое смешения, радиальная и азимутальная компоненты вне слоя δ затухают асимптотически, достаточно далеко распространяясь как в затопленное околоструйное пространство, так и в область, прилегающую к внутренней границе слоя смешения. Продольная компонента u в этой области отсутствует. Фазовая скорость волны при $R_0 = 50$ показана на рис. 3 кривой 3, отмечается уменьшение ее с ростом δ . Инкременты α^i при таких умеренных R_0 возрастают на порядок по сравнению со значениями при больших R_0 .

Очевидно, что для $R_0 < 50$ определяющими силами будут центробежные, и именно для таких R_0 можно говорить о продольно-вихревых возмущениях как о волнах Тейлора — Гертлера (Т — Г).

Малые значения R_0 . Волны Тейлора — Гертлера. Для возмущений при $R_0 < 50$ существенно возрастают продольные инкременты α^i (см. рис. 2). Именно такие значения

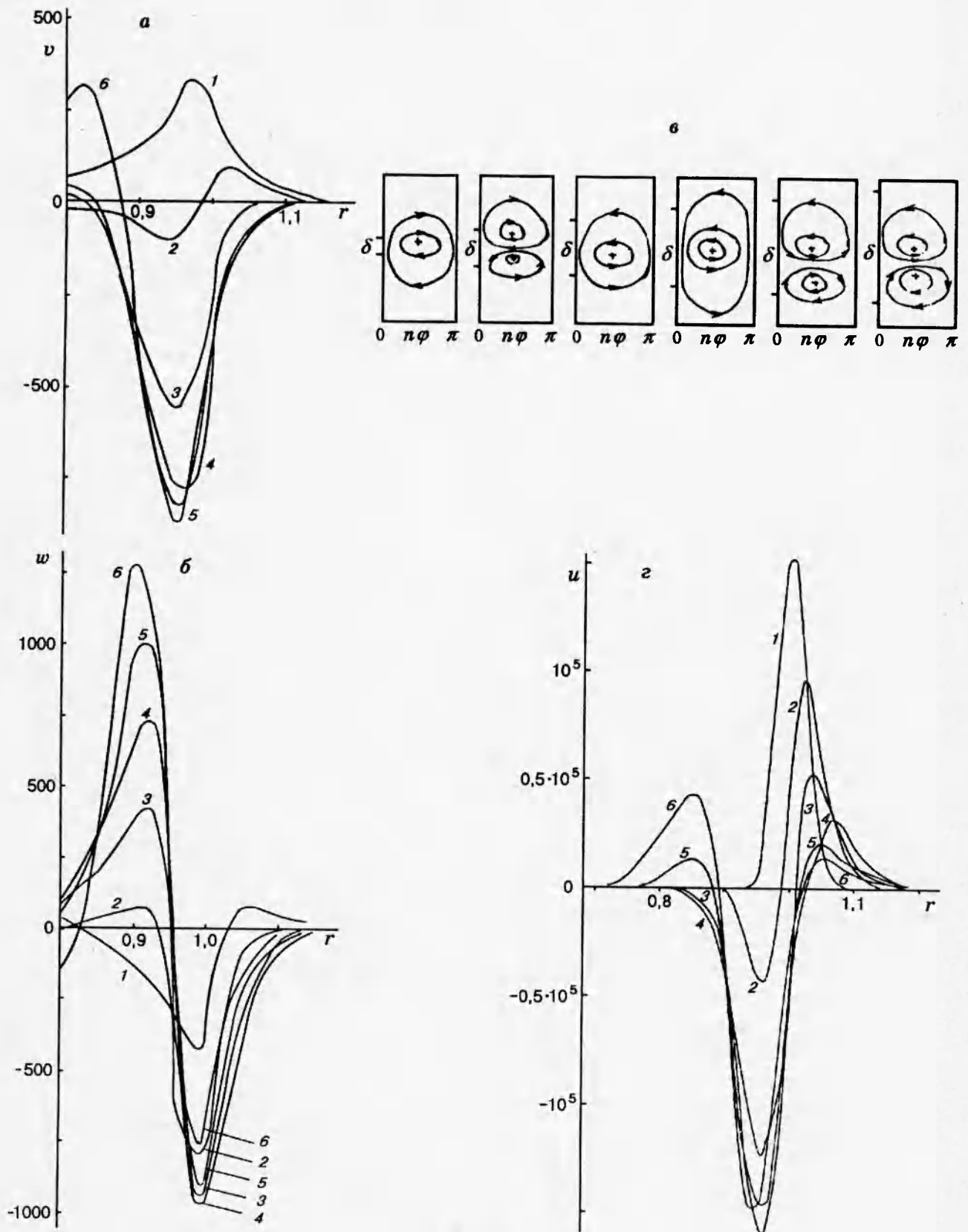


Рис. 6

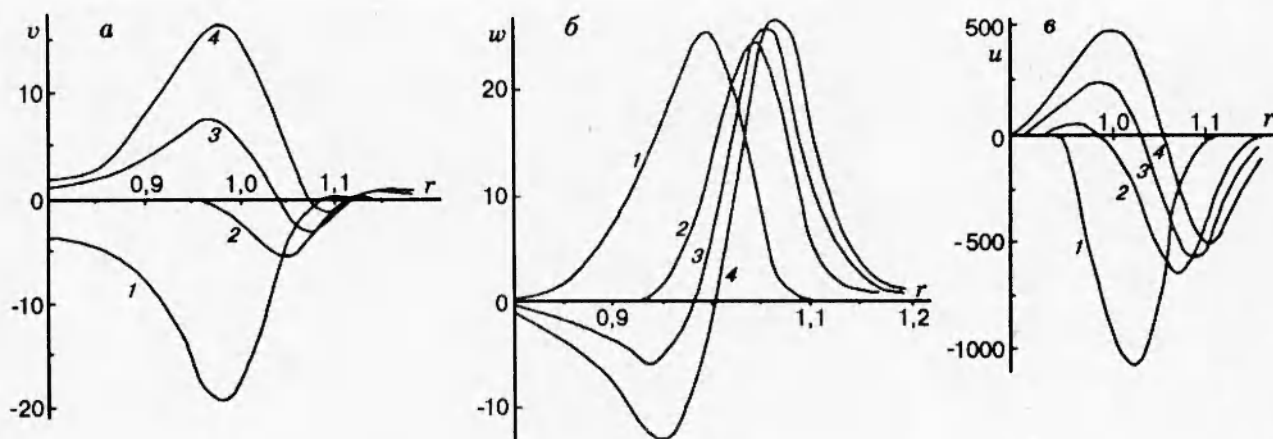


Рис. 7

R_0 имеют место в неизобарических недорасширенных струях при $N > 1$. Свойства волн Г — Г достаточно основательно изучены в [4–7].

Установлено, что увеличение центробежных сил (уменьшение R_0) приводит к локализации вихря в слое смешения при малых R_0 по сравнению с умеренными, а динамика вниз по потоку заключается в постепенном вытеснении его во внешнюю область, причем уменьшение R_0 замедляет этот процесс. Типичные распределения волновых скоростей v , w , u и δp_0 уместно обсудить для $R_0 = 20$ и 5.

Перестройка вихревой картины вниз по потоку при $R_0 = 20$ (рис. 8) состоит в том, что в первоначальном корневом вихре, у которого v , w имеют один порядок, значительно уменьшается радиальная компонента и возрастает азимутальная, так что во внешних областях частицы газа начинают двигаться почти по круговым траекториям, как бы обтекая второй, зародившийся у внутренних границ, противовращающийся вихрь, в котором уже более существенно радиальное движение. Центр второго вихря последовательно перемещается от внутренних границ к центру слоя δ и далее к внешней границе. Линии 1–4 соответствуют $\delta = 0,1; 0,2; 0,3; 0,35$.

Поперечные распределения $|u|$ приобретают типично двугорбый вид, причем с ростом δ значение первого максимума сдвигается в область больших r и уменьшается, а значение второго в области $r \sim 1$ возрастает. Появление таких характерных распределений продольной компоненты приводит к качественной перестройке поперечных распределений вариаций полного давления δp_0 , которые с точностью до квадратичных членов описываются соотношением [4, 6]

$$\delta p_0 = p_0 \left[\left(\frac{\alpha - 1}{\alpha} \frac{p'}{p_{ст}} + \frac{2u'}{U} \right) \frac{\alpha M^2}{2 + (\alpha - 1) M^2} + \frac{p'}{p_{ст}} \right], \quad M = \frac{U}{a}.$$

Особое внимание характеру распределений δp_0 необходимо уделить в связи с тем, что именно они измеряются в экспериментах [5, 8, 9], по которым делались расчетные привязки. По характеру эволюции δp_0 определяются продольные инкременты α^i , поэтому игнорирование этих особенностей может привести к большим погрешностям в значениях α^i . Также важно с особой тщательностью попытаться определить величину R_0 . Уравнение (4), на основе которого ведется моделирование, получено в предположении о локальном постоянстве R_0 , и в дальнейшем нужно попытаться учесть зависимость $R_0(x)$ или $R_0(\delta)$,

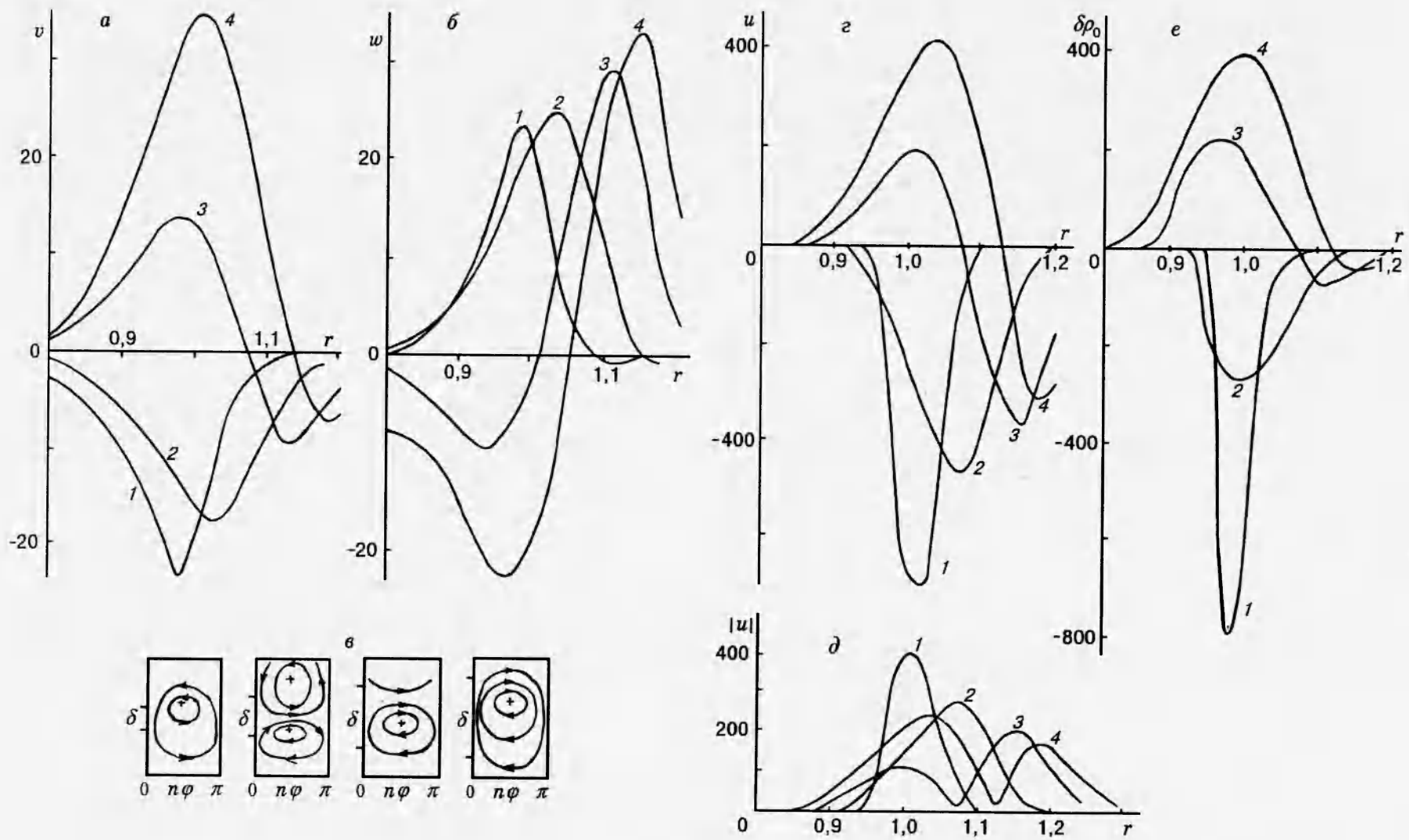


Рис. 8

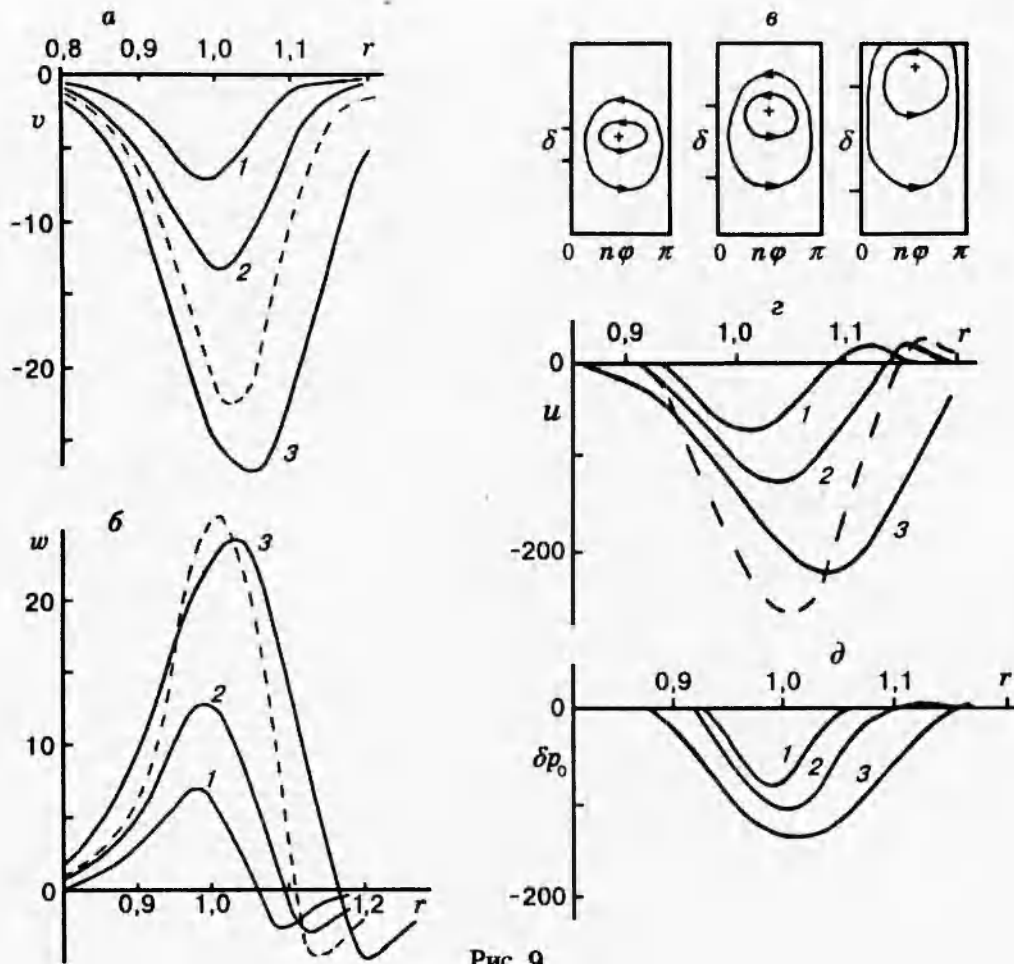


Рис. 9

для чего целесообразно перейти к прямому численному интегрированию линеаризованных уравнений движения методами конечных разностей.

В данной работе также не делалась попытка критериального описания действующих сил через введение чисел Гертлера или чисел Ричардсона, так как автор полагает, что при отсутствии ясного представления о зависимостях от некоторых легко представимых величин это только затруднит понимание.

При $R_0 = 5$ удалось получить распределения только для $\delta \lesssim 0,33$; на рис. 9 они даны для $\delta = 0,1 \div 0,3$ (линии 1–3). При этих значениях δ в слое смещения формируется один вихрь, центр которого постепенно от середины слоя ($r \sim 1$) смещается к внешней границе. Соотношения v, w в нем приблизительно одинаковы, обе компоненты растут вниз по потоку, так же как и продольная компонента u . Максимум $|u|$ смещается от середины слоя к внешней границе, и вновь наблюдается значительное изменение $\delta\rho_0$ в поперечном сечении, хотя для этой более простой конфигурации по сравнению с $R_0 = 20$ резких изменений $\delta\rho_0$ нет.

Общая интенсивность поперечно-азимутальных перетеканий возрастает. Так, соотношения $v/u, w/u$ изменяются от 0,088 при $\delta = 0,1$ до 0,122 при $\delta = 0,3$. Фазовая скорость для $R_0 = 20$ отвечает кривой 4, а для $R_0 = 5$ — кривой 5 на рис. 3. До сих пор обсуждались только вид и значения волновых скоростей, поэтому уместно привести поперечные распределения плотности волны. На рис. 10 и 11 они показаны для $R_0 = 20$ и 5 соответственно

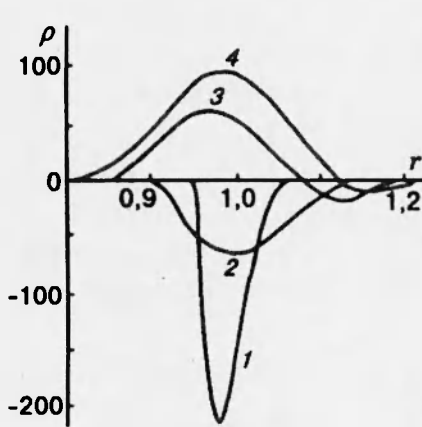


Рис. 10

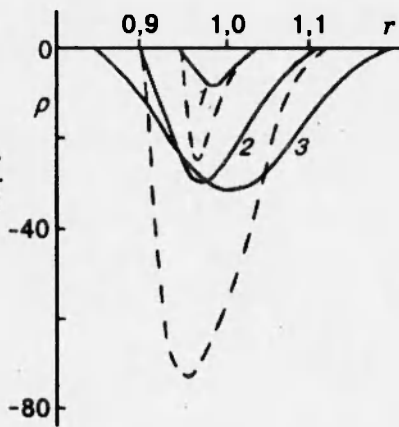


Рис. 11

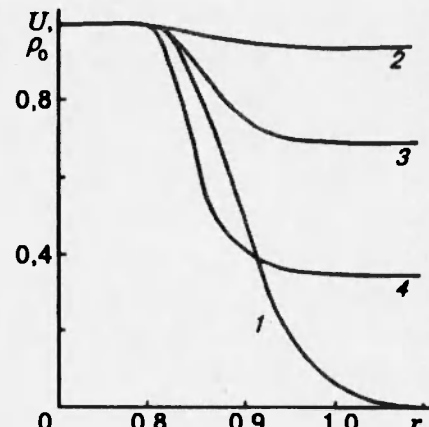


Рис. 12

при $n\varphi = 0$ (обозначения те же, что и на рис. 8 и 9). В целом эти распределения хорошо коррелируют с характером u . Так, внос малоскоростной массы с невысокой средней плотностью из внешних областей отвечает $\rho < 0$ и приводит к уменьшению локальных средних значений, а вынос из внутренних областей соответствует $\rho > 0$ и, следовательно, приводит к их увеличению. Максимум ρ в распределениях $\rho(r)$ смещен в область более высоких средних потоковых скоростей по сравнению с локализацией $|u|_{\max}$.

Другие спектральные моды. Достаточно подробно изучены вихревые формы для мод $n = 8$ и 24 . На рис. 2 приведены инкременты этих мод при тех же параметрах расчета ($M_0=1,5$, $\delta = 0,2$ — кривые 4 и 5 соответственно). Их ход подтверждает уже отмеченную в [4, 6] закономерность, а именно: более неустойчивы мелкомасштабные волны больших азимутальных номеров.

Изучение характера эволюции вихревых возмущений показывает, что она вполне соответствует стадиям, подробно описанным для моды $n = 16$. Поэтому, не приводя подробных картин, отметим следующие отличительные черты и общие тенденции, установленные при таком сравнительном анализе для малых R_0 при больших значениях центробежных сил ($R_0 < 50$).

1. В прикорневой области при малых δ увеличение номера моды сопровождается более выраженной локализацией вихря в слое смещения. При $R_0 = 5$ и $\delta = 0,15$ центр его определяет координата $r = 1,09; 1,06; 1,03$ для $n = 8; 16; 24$.

2. Замедляется процесс вытеснения вихря во внешнюю область. Приведем данные о совпадении центра вихря с условной внешней границей r_2 : для $n = 8; 16; 24$ $\delta = 0,12; 0,2; 0,25$.

3. С ростом n при умеренных R_0 ускоряется пространственное появление второго противовращающегося вихря близ внутренних границ. При $R_0 = 20$ этот процесс связан с $\delta = 0,33; 0,225; 0,18$ для $n = 8; 16; 24$.

4. Из-за указанной перестройки вихревых конфигураций трудно найти критерий, определяющий интенсивность вихревого движения. Заметим, что вниз по потоку всегда возрастают азимутальные перетекания.

Рассмотрим влияние Маха истечения. Принципиальным является вопрос о влиянии сжимаемости на такие квазистационарные возмущения. Как известно, с изменением числа Маха истечения связаны изменения поперечных распределений средней плотности $\rho_0(r)$ и скорости звука $a(r)$, входящих в основное линеаризованное уравнение (4). Рост M_0 вызы-

вает увеличение относительных перепадов в распределениях $\rho_0(r)$ и градиентов ρ'_0 . Как следствие неизбежно должен быть поставлен вопрос: являются ли рассматриваемые возмущения неотъемлемой принадлежностью сжимаемых потоков или они присущи осесимметричным сдвиговым течениям как таковым. Заметим, что для плоских слоев смешения такие возмущения найдены, по крайней мере, численно [1, 3]. Авторы [11, 12] экспериментально обнаружили наличие азимутальных неоднородностей распределений плотности в предтурбулентной сверхзвуковой струе низкой плотности. Природу такой неоднородности они связывают с неустойчивостью из-за наличия расслоения по плотности, отдавая предпочтение доминирующей роли этого фактора.

В данной работе в качестве проверочных были сделаны расчеты для $M_0 = 3$ и 0,5. Из соотношения (2) можно получить распределения $\rho_0(r)$, представленные на рис. 12 для $\delta = 0,4$ и $M_0 = 0,5; 1,5; 3$ (линии 2–4). Здесь же кривой 1 показана средняя скорость U по (1). Как видно, относительный перепад ρ_0 для $M_0 = 0,5; 1,5; 3$ составляет 5; 31; 64,4%. Но наличие таких градиентов плотности поперек δ довольно слабо сказывается на α' (кривые 2, 3 для $M_0 = 0,5; 3$ на рис. 2). Для изученных R_0 более устойчивы возмущения при больших значениях M_0 , что характерно и для бегущих волн сдвиговой неустойчивости, т. е. сжимаемость является стабилизирующим фактором, и более высокоскоростные струи обладают повышенным запасом устойчивости, препятствуя нарастанию в слое смешения малых колебаний. Отметим, что с увеличением M_0 несколько возрастают волновые числа α' (линия 3 для $M_0 = 3$ на рис. 2).

Распределения волновых скоростей при $M_0 = 3$ для моды $n = 16$ вполне согласуются с распределениями для $M_0 = 1,5$ и на рис. 9 при $R_0 = 5$ показаны штриховыми линиями для $\delta = 0,2$ (ср. с кривой 2). Обращают на себя внимание более высокие значения скоростей, но их соотношения в принципе не изменяются. В той же пропорции отмечается рост плотности волны (штриховые линии на рис. 11).

Эти распределения свидетельствуют о том, что с увеличением числа Маха практически не изменяются картины вихревых конфигураций.

Специфическое влияние наличия в (4) членов, связанных со сжимаемостью, заключается в появлении добавочных собственных значений α и собственных решений вида (3), (5), также удовлетворяющих краевой задаче на собственные значения. Эта особенность присуща сжимаемым пограничным слоям и на примере бегущих волн достаточно полно систематизирована в [13]. В данной работе найдена добавочная ветвь такого решения и прослежены волновые формы второй моды.

На рис. 2 кривыми 6 и 7 показаны зависимости $\alpha(R_0)$ для волн с $n = 16$ при $M_0 = 1,5$ и 3 соответственно. Значения инкрементов весьма близки, хотя впервые обнаружено, что более неустойчивы колебания при более высоком числе Маха. Волновые числа этих колебаний выше, чем у первой моды.

Длина волны для $M_0 = 1,5$ уменьшается в 4 раза, а для $M_0 = 3$ — в 1,5 раза. Фазовые скорости для $M_0 = 1,5$ изображены на рис. 3 линиями 6 и 7 при $R_0 = 20$ и 5 соответственно. Отметим их консервативность по сравнению с первой модой.

Вихревые конфигурации становятся более сложными: как правило, в поперечной области слоя смешения присутствуют два вихря с противовращением уже у корня струи. Наблюдается их жгутование, а вниз по потоку — устойчивое сосуществование пары как при больших, так и при малых δ .

Подробно разбирать все особенности вихревой эволюции не имеет смысла по двум причинам. Во-первых, из-за того что у волн второй моды меньшие инкременты, они бо-

лее устойчивы и менее интенсивно пространственно нарастают. Во-вторых, в потоке при естественной регуляции более вероятно существование простых форм возмущенного движения, какие и присущи колебаниям первой моды. Но информация о возможности появления таких колебаний в свободном осесимметричном сверхзвуковом потоке, несомненно, необходима газодинамикам, а экспериментаторы при трактовке опытных данных должны принимать во внимание эту неоднозначность.

Проведенное исследование, несмотря на его сугубо описательный характер, вполне способно заполнить тот вакуум, который всегда сопутствует изучению нового явления, создавая то информационное поле, которое можно осмыслить, а при необходимости и уточнить. Основной вывод, который можно сделать на основе проведенного моделирования, состоит в подтверждении возможности существования продольно-вихревой неустойчивости в свободном осесимметричном струйном потоке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Goldstein M. E., Mathew J. The development of a mixing layer under the action of weak streamwise vortices // *Phys. Fluids A*. 1993. V. 5, N 3. P. 600–607.
2. Stott J. A. K., Duck P. W. The stability of a trailing-line vortex in compressible flow // *J. Fluid Mech.* 1994. V. 269. P. 323–351.
3. Liou W. W. Linear instability of curved free shear layers // *Phys. Fluids*. 1994. V. 6, N 2. P. 541–549.
4. Желтухин Н. А., Терехова Н. М. Возмущения высоких мод в сверхзвуковой струе // *ПМТФ*. 1990. № 2. С. 75–83.
5. Желтухин Н. А., Запрягаев В. И., Солотчин А. В., Терехова Н. М. Спектральный состав и структура стационарных вихревых возмущений Тейлора — Гертлера сверхзвуковой недорасширенной струи // *Докл. РАН*. 1992. Т. 325, № 6. С. 1133–1137.
6. Желтухин Н. А., Терехова Н. М. Неустойчивость Тейлора — Гертлера в сверхзвуковой струе // *ПМТФ*. 1993. Т. 34, № 5. С. 48–55.
7. Zheltukhin N. A., Terekhova N. M. Modelling of stationary longitudinal vorticity in initial section of supersonic jet // *Proc. of the Int. Conf. of the Methods of Aerophysical Research*. Novosibirsk, 1992. Pt 2.
8. Запрягаев В. И., Солотчин А. В. Трехмерная особенность структуры течения в сверхзвуковой недорасширенной струе // *ПМТФ*. 1991. № 4. С. 42–47.
9. Запрягаев В. И., Миронов С. Г., Солотчин А. В. Спектральный состав волновых чисел продольных вихрей и особенности структуры течения в сверхзвуковой струе // *ПМТФ*. 1993. Т. 34, № 5. С. 41–47.
10. Lamont P. J., Hunt B. L. The impingement of underexpanded axisymmetric jets on wedges // *J. Fluid Mech.* 1976. V. 76. P. 307–336.
11. Новопашин С. А., Перепелкин А. Л. Самоорганизация течения в сверхзвуковой предтурбулентной струе. Новосибирск, 1988. (Препр. / ИТ СО РАН; № 175–88).
12. Новопашин С. А., Перепелкин А. Л. Возникновение и развитие турбулентности в сильно недорасширенной струе // *Сиб. физ.-техн. журн.* 1991. № 1. С. 89–96.
13. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980.

Поступила в редакцию 11/IV 1995 г.