

К НЕОДНОЗНАЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ДЕТОНАЦИОННОГО РЕЖИМА В ОГРАНИЧЕННОЙ СРЕДЕ

Н. М. Кузнецов

(Москва)

В работе [1] показано, что при немономонном выделении тепла возможна неоднозначность детонационного режима в безграничной среде. Там же исследованы некоторые свойства числа детонационных режимов и их устойчивость относительно перехода одного в другой.

Боковой разлет продуктов детонации влияет на ее скорость в качественном отношении подобно тепловым потерям или эндотермической реакции. Имея в виду эту аналогию и результаты работы [1], рассмотрим случай монотонного тепловыделения. В качестве потерь примем во внимание только боковой разлет.

Влияние бокового разлета на скорость и устойчивость детонации и существование критического диаметра заряда впервые экспериментально показано Ю. Б. Харитонов и В. Розингом [2,3]. В дальнейшем критический диаметр и его зависимость от конкретных свойств взрывчатого вещества (в. в.) исследовались во многих работах (работы, указанные в [4,5], а также [6,7] и др.). Второе интересное проявление связи устойчивости детонации с разлетом продуктов реакции состоит в наблюдающейся при определенных условиях малой скорости детонации [4,5,8-12]. Это явление еще не получило достаточно полного объяснения. Не вызывает сомнения, что малая скорость детонации, если не во всех, то, по крайней мере, в большинстве случаев связана с двумя или более стадиями тепловыделения, существенно различными по скорости [5,10-13]. Однако остается неясным вопрос о характере и пределах устойчивости и о слабой чувствительности малой скорости к изменению внешних параметров [10,11]. Попытки теоретического объяснения малой скорости детонации предпринимались Эйрингом и др. [14]. Но полученные этими авторами результаты относительно малой скорости противоречат опыту [11,12] (см. также разд. 3 настоящей работы и [15]).¹

В связи со всем этим представляется интересным исследовать полное число детонационных режимов и их устойчивость относительно перехода одного в другой. Имея в виду обнаруженную в последние годы неустойчивость плоского (гладкого) фронта детонации [17], подчеркнем, что далее речь пойдет об устойчивости любого стационарного в среднем фронта детонации, скорость которого выражается через теплоту реакции так же, как и при гладком фронте детонации. Известно, что «турбулентные пульсации» негладкого фронта весьма незначительно изменяют скорость детонации [18, 19], причем и это изменение происходит не всегда [20]. Негладкость фронта не противоречит также представлению [3] о связи критического диаметра с шириной зоны реакции [6, 7].²

В разд. 1 настоящей работы формулируются условия задачи в приближении заданной формы трубки тока и исследуются общие свойства детонационных режимов в ограниченной среде. В разд. 2 эти свойства иллюстрируются простой моделью детонации с одной и двумя необратимыми химическими реакциями. Разд. 3 посвящен обсуждению результатов и выводам.

Последовательный математический анализ детонации с боковым разлетом чрезвычайно труден. По этой причине, несмотря на большое количество работ по проблеме неоднородной детонации, до сих пор нет ее строгой теории. Существует несколько приближенных теорий [14,22-25], в качественном отношении правильно описывающих возрастание скорости детонации с увеличением диаметра цилиндрического заряда или с уменьшением кривизны фронта [26].

Для анализа числа режимов и их устойчивости, однако, не требуется знать точную картину расширения вещества в зоне реакции. Режим и устойчивость детонации связаны с соотношением между скоростями расширения и химической реакции. Обе эти скорости при данном диаметре заряда определяются интенсивностью ударной волны

¹ Частично задача о неоднозначности скорости детонации рассматривалась Шалем [16]. Критика [16] содержится в [1].

² Количественное выражение критерия [3] зависит от конкретных свойств вещества. В случае большой энергии активации время индукции при диаметрах, близких к критическому, очень сильно возрастает в направлении от оси к периферии заряда вследствие значительной кривизны фронта. В этих условиях эффективное время индукции может быть значительно больше, чем в прямой ударной волне [21].

и всем полем газодинамических величин за скачком уплотнения. Однако скорость химической реакции обычно зависит от интенсивности ударной волны несравненно сильнее, чем скорость бокового разлета. Поэтому при исследовании числа детонационных режимов и их устойчивости представляется естественным считать закон расширения (форму трубок тока) заданным и не зависящим от интенсивности волны, исключая слабые волны (см. далее). Любая относительно малая зависимость формы трубок тока от интенсивности волны приведет лишь к небольшому изменению скорости детонации, но качественные закономерности останутся прежними.

1. Рассмотрим процесс детонации бесконечно длинного цилиндрического заряда, считая, что сечение трубки тока σ — заданная функция расстояния x от фронта ударной волны, инициирующей детонацию.

Скорость детонационной волны при прочих равных условиях тем больше, чем больше выделившееся тепло и чем меньше потери от бокового разлета в дозвуковой области течения. В этом отношении указанное явление сходно с процессом детонации в безграничной среде при немонотонной химической реакции. Однако существенное отличие данной задачи состоит в неоднородности движения, что приводит к иному выражению законов сохранения. В частности, траектория частицы в стационарном скачке на плоскости давление — объем уже не описывается прямой Михельсона и скорость детонационной волны не определяется известным условием касания к детонационной адиабате с максимальным выделением тепла. По этим же причинам потери от бокового разлета в количественном отношении не сводятся к эффективным тепловым потерям.

Тем не менее, и для ограниченной среды можно, аналогично [1], ввести непрерывную функцию скорости ударной волны $f(D)$, равенство которой нулю определяет значения скоростей D_i стационарных режимов, а неравенства указывают направление развития нестационарного процесса. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим уравнение непрерывности и уравнение Эйлера для стационарного движения в системе координат фронта волны

$$D\rho_1 = u\rho s \equiv j = \text{const}, \quad udu/dx = -dP/\rho dx, \quad s \equiv \sigma(x)/\sigma(0) \quad (1.1)$$

Здесь D и u — скорость газа перед волной и за волной (D — скорость детонационной волны в лабораторной системе координат), ρ_1 и ρ — соответственно плотности газа перед и за волной, P — давление. Движение газа будем считать адиабатическим [4].

Обозначим долю тепла q , выделившегося при необратимой химической реакции к данному моменту времени, через α ($0 \leq \alpha \leq 1$), и представим изменение давления в адиабатическом процессе с необратимой химической реакцией в виде

$$dP = c^2 d\rho + (\partial P / \partial \alpha)_\rho d\alpha \quad (1.2)$$

где c — скорость звука при замороженной необратимой реакции.

Комбинируя (1.1) и (1.2), найдем

$$(\dot{u}^2 - c^2) \frac{d\rho}{\rho dx} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial \alpha} \right)_\rho \frac{d\alpha}{dx} - u^2 \frac{ds}{s dx} \quad (1.3)$$

Для стационарности процесса детонации правая часть уравнения (1.3), которую далее будем обозначать через ψ , должна в точке Жуге

$$u = c \quad (1.4)$$

удовлетворять уравнению

$$\psi = 0 \quad (1.5)$$

Уравнения (1.4) и (1.5) определяют скорость D самоподдерживающейся детонационной волны. Уравнение (1.5) вместе с (1.4) обычно формулируется как условие компенсации увеличения давления при реакции его уменьшением при боковом разлете в точке Жуге [5,14]. При детонации в

безграничной среде отношение $ds/dx = 0$, и одновременное удовлетворение уравнениям (1.4) и (1.5) означает известное условие завершения монотонной необратимой реакции (или максимум тепловыделения при немонотонной реакции) в точке Жуге [4, 27].

Введем в рассмотрение следующую функцию скорости ударной волны:

$$f(D) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial \alpha} \right)_{\rho} \frac{d\alpha}{dx} - c^2 \frac{ds}{s dx} \Big|_{x=x_0} \quad (1.6)$$

Здесь x_0 — величина, зависящая от D и равная наименьшему из двух значений x_1 и x_2 , определенных следующим образом: x_1 — это точка $x \geq 0$, в которой $u = c$, x_2 — точка с наименьшим $x \geq 0$, в которой $\psi \leq 0$, причем такая, что $\psi < 0$ при $x > x_2$. (Если точка x_1 не существует, то, по определению, $x_0 = x_2$; если $\psi \leq 0$ при всех $x \geq 0$, то очевидно, $x_0 = 0$.)

Функция (1.6) существует и может быть найдена при любом значении D и заданном законе расширения трубок тока $s(x)$ путем решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1.1), которые следует еще дополнить уравнениями адиабатичности (или уравнением Бернулли) и химической кинетики. В силу непрерывной зависимости решения задачи Коши от начальных условий, эта функция непрерывна и имеет первую производную всюду, кроме точек перехода от $x_0 = x_1$ к $x_0 = x_2$. В этих точках $f(D)$ имеет изломы и соответственно — два значения производной f_-^1 и f_+^1 .

Здесь следует сделать одно замечание относительно свойства $f(D)$ при малых D , близких к скорости звука в невозмущенном газе. В этом пределе для получения правильной картины течения ни в каком приближении нельзя считать форму трубки тока независимой от D . Дело в том, что после прохождения максимума давления фронта звукового возмущения трубка тока вообще не расширяется. В твердых телах это происходит в силу естественной прочности вещества, а в жидкостях и газах — вследствие сдерживающей роли оболочек, которые имеются в условиях опытов. Кроме того, в определенных условиях может также играть роль динамическая прочность жидкости. Звуковая точка в бесконечно слабой волне будет достигнута при бесконечно малом расширении за передним фронтом, т. е., как видно из (1.3), при бесконечно малом выделении тепла, так что химическая реакция в звуковой точке еще не приводит к боковому разлету вещества. Таким образом, в области уменьшения давления в химике слабой детонационной волны $ds/dx \leq 0$. Что касается величины $d\alpha/dx$, то она при необратимой химической реакции положительна. Таким образом, в пределе слабой волны без учета теплопроводности и трения о стенки

$$f(D) > 0 \quad (1.7)$$

Если условия (1.4) и (1.5) выполняются одновременно, то

$$f(D) = 0 \quad | \quad (1.8)$$

И обратно, если выполнено условие (1.8), то, как видно из определения $f(D)$ и из (1.3), в точке x_0 справедливы (1.4) и (1.5). Следовательно, уравнение (1.8) определяет значения D стационарных режимов детонации. Число стационарных режимов равно числу вещественных положительных корней D уравнения (1.8).

Вясним, какое отношение имеет функция $f(D)$ к устойчивости стационарных режимов. Пусть существует некоторый стационарный режим D_i . Для исследования его устойчивости предположим, что под действием случайного возмущения интенсивность ударной волны изменилась и возросла на малую величину $\delta D > 0$, и состояние газа на участке $0 \leq x \leq x_0(D)$ соответственно изменилось так, что на этом участке удовлетворяется уравнение (1.3), а в остальной области $x > x_0$ состояние газа в момент возмущения осталось прежним. Новое значение $D = D_i + \delta D$, вообще говоря, не будет корнем уравнения (1.8), т. е.

$$f(D_i + \delta D) \neq 0 \quad (1.9)$$

Это значит, что теперь в точке x_0 выполняется лишь одно из условий (1.4) и (1.5) и x_0 равно либо x_1 , либо x_2 .

Если $x_0 = x_1$, то x_0 — точка Жуге, и в ней при условии (1.9)

$$\psi > 0 \quad (1.10)$$

Из (1.4) и (1.10) также следует

$$f(D_i + \delta D) > 0 \quad (1.11)$$

Неравенство (1.10) означает, что в точке Жуге тепло выделяется быстрее, чем нужно для поддержания стационарного режима $D_i + \delta D$, вследствие чего волна будет усиливаться [1]. (Стационарное решение в точке x_0 в этом случае противоречит необратимости химической реакции. Детальная газодинамическая картина усиления возмущения здесь не рассматривается.) Таким образом, в случае (1.11) рассмотренное возмущение стационарного режима усиливается.

Если при условии (1.9) имеем $x_0 = x_2$, то в точке x_0 выполнено соотношение (1.5), но $c > u$, и, следовательно,

$$f(D_i + \delta D) < 0 \quad (1.12)$$

Из уравнения (1.3) видно, что в рассматриваемом случае в дозвуковой части области $x > x_0$ вещество сжимается ($d\rho/dx > 0$). Отсюда, из первого выражения (1.1) и из условия расширения трубки тока следует, что u^2 убывает с ростом x быстрее, чем $1/\rho^2$. Поэтому для того, чтобы стационарное течение при увеличении x стало звуковым или сверхзвуковым, во всяком случае, требуется еще более быстрое убывание c^2 , такое, при котором в адиабатическом процессе $\partial(\rho^2 c^2)/\partial\rho < 0$. Но для всех веществ, в которых возможно распространение ударных волн сжатия, $\partial(\rho^2 c^2)/\partial\rho < 0$. (Эта производная имеет тот же знак, что и фигурирующая в теории ударных волн вторая адиабатическая производная $1/\rho$ по давлению.)

Таким образом, стационарное течение при $D = D_i + \delta D$ будет всюду дозвуковым и не удовлетворяет условию вакуума при $x = \infty$. Переход в вакуум в возмущенном режиме осуществится в нестационарной волне разрежения, которая, распространяясь по дозвуковому течению, догонит фронт и ослабит его. Рассмотренное возмущенное движение есть пересжатая детонационная волна [4]. Другими словами, при условии (1.12) возникшее возмущение $\delta D > 0$ затухает. Аналогичным образом показывается, что возмущение обратного знака ($\delta D < 0$) усиливается в случае (1.12) и затухает в случае (1.11).

Полученное условие устойчивости в более компактной форме (единой для δD любого знака) выражается следующим образом. Детонационная волна, распространяющаяся со скоростью D_i , устойчива (в смысле перехода в другой стационарный режим) относительно малых возмущений, если

$$(df/dD) \pm < 0, \quad D = D_i \quad (1.13)$$

и неустойчива при обратном знаке неравенства (1.13).

Обе производные в точках D_i имеют одинаковый знак. Действительно, если при переходе через точку D_i имеющая в ней излом функция $f(D)$ меняет знак, то производные f_-^1 и f_+^1 одного знака. Если же $f(D)$ не меняет знака, то x_0 по обе стороны от точки D_i равно одной и той же дифференцируемой функции от D (x_1 или x_2), и, следовательно, $f(D)$ в точке D_i не претерпевает излома. Для дальнейшего важны не абсолютные значения $f(D)$ при всех D , а ее непрерывность, равенство нулю в точках (1.8) и знак производной в этих точках. Выбор функции с такими свойствами неоднозначен. В качестве $f(D)$ можно взять функцию $\kappa f(D)$, где κ — любая непрерывная кусочно-дифференцируемая положительная функция D . Надлежащим выбором κ можно сделать производную $\kappa f(D)$ в точках D_i однозначной. Поэтому далее не делается различия между f_-^1 и f_+^1 , и на всех фигурах $f(D)$ изображается плавной кривой.

То обстоятельство, что критерий (1.13) получен при рассмотрении возмущений специального вида, в действительности несущественно и не ограничивает общности (1.13), см. раздел 3 работы [1].

Докажем два положения, характеризующие свойства решений (1.8).

1) Пусть в точках D_i , удовлетворяющих (1.8)

$$df/dD \neq 0 \quad (1.14)$$

Кроме того, предполагается, что термодинамические функции реагирующего вещества не имеют особенностей, приводящих к изломам детонационной адиабаты. Утверждается,

что максимальный D_{\max} и минимальный D_{\min} корни уравнения (1.8) описывают режимы, устойчивые относительно переходов в другие режимы (1.8). Проведем доказательство устойчивости режима D_{\max} от противного, подобно тому, как сделано в [1]. Предположим, что решение D_{\max} неустойчиво, т. е. в точке D_i выполняется неравенство, обратное (1.13). Это означает, что при малых положительных приращениях δD должно быть

$$f(D) > 0 \quad (1.15)$$

Но при неограниченном возрастании D величина dx/dx остается конечной, тогда как $c^2 ds/dx$ бесконечно возрастает¹. Отсюда следует, что при достаточно большом значении $D > D_{\max}$ знак неравенства (1.15) изменится на обратный (детонационная волна при $D \rightarrow \infty$ обязательно становится пересжатой). Это обстоятельство, в силу непрерывности $f(D)$, доказывает существование решения (1.8) при $D > D_{\max}$, что противоречит исходному условию и доказывает устойчивость режима D_{\max} .

Подобным же образом доказывается устойчивость режима D_{\min} , если принять во внимание свойство (1.7) функции $f(D)$ при малых D . 2) Двум соседним значениям корней D_i и D_{i+1} уравнения (1.8) при ограничении (1.14) соответствует противоположный характер устойчивости, т. е. если режим в точке D_i неустойчив (устойчив), то он устойчив (неустойчив) в точке D_{i+1} . Это свойство решений (1.8) вытекает непосредственно из критерия (1.13) и непрерывности и однозначности функции $f(D)$ (фиг. 1).

Из свойств 1) и 2) при том же мало существенном ограничении (1.14) следует, что: а) уравнение (1.8), если в нем учтено свойство (1.7), имеет нечетное число решений; б) если решение (1.8) единственно, то оно устойчиво; в) если имеются три решения, то решения с максимальным и минимальным D_i устойчивы, а третье решение неустойчиво; если всего решений пять, то три из них устойчивы.

Перечисленные свойства решений (1.8) формально в точности совпадают со свойствами стационарных режимов в безграничной среде при немономонном тепловыделении [1]. Однако здесь они, в особенности свойство D_{\min} , имеют иную физическую природу (см. обсуждение в разд. 3).

2. Рассмотрим количественно две простые модели детонации с одной и с двумя различными скоростями тепловыделения с учетом бокового разлета. Будем предполагать, аналогично [22], расширение трубки тока в

¹ Это утверждение теряет смысл, если заранее положить $ds = 0$ (безграничная среда). Предельный переход к безграничной среде можно получить, воспользовавшись неоднозначным определением функции $f(D)$ и умножая ее на sdx/ds . В этом, однако, нет необходимости, так как устойчивость D_{\max} в безграничной среде показана в [1].

стационарной дозвуковой зоне малым. В этом приближении, которое используется, начиная с формулы (2.9), радиус r трубки тока, равный до расширения радиусу зрада r_0 , пропорционален x

$$r / r_0 = 1 + ax / d \quad (2.1)$$

$$d \equiv 2r_0, a = \text{const}, ax_0 / d \ll 1 \quad (2.2)$$

(Заранее очевидно, что неравенство (2.2) выполняется тем лучше, чем больше d . При помощи полученных далее решений можно показать допустимость использования (2.2) при уменьшении d вплоть до критического диаметра). Кроме того, примем, что газ имеет постоянный показатель адиабаты γ .

Рассмотрим сначала случай одной необратимой химической реакции мономолекулярного типа, скорость которой описывается уравнением

$$d\alpha / dx = L(D)(1 - \alpha), \quad \alpha(0) = 0, \quad 1 \geq \alpha \geq 0 \quad (2.3)$$

Такое уравнение с точностью до множителя, слабо зависящего от D , получается, если константа скорости реакции зависит только от интенсивности ударной волны. Предположение $L = L(D)$ соответствует известному представлению о времени индукции и последующей быстрой реакции, а также приближенному выражению времени реакции через температуру фронта ударной волны [15,17].

Решение (2.3) дает

$$\alpha = 1 - \exp(-Lx), \quad d\alpha / dx = L \exp(-Lx) \quad (2.4)$$

Значение адиабатической производной $(\partial P / \partial \alpha)_\rho$, которое входит в уравнение (1.3), определяется из соотношения

$$dH = VdP, \quad V \equiv 1 / \rho, \quad H = \gamma PV / (\gamma - 1) + q(1 - \alpha) \quad (2.5)$$

Здесь H — энтальпия. Таким образом, получаем

$$(\partial P / \partial \alpha)_\rho = (\gamma - 1) q / V \quad (2.6)$$

Подставляя (2.4), (2.6), $c^2 = \gamma PV$ в уравнение (1.3) и выражая согласно (1.1), u через jV / s , найдем

$$\left(\gamma PV - j^2 \frac{V^2}{s^2} \right) \frac{dV}{V dx} = (\gamma - 1) qL \exp(-Lx) - j^2 \frac{V^2}{s^3} \frac{ds}{dx} \quad (2.7)$$

Для того, чтобы уравнение (2.7) было замкнуто относительно V , в нем еще нужно выразить P через V и $s = s(x)$. При помощи уравнений (1.1) и (2.5) найдем

$$\frac{dP}{dV} = - \frac{j^2}{s^2} + \frac{j^2 V}{s^3} \frac{ds}{dV} \quad (2.8)$$

Решим (2.8) приближенно, считая, что s меняется медленно по сравнению с V , интегрируя второе слагаемое справа в (2.8) по частям и вынося функции от s за знак интеграла на верхнем пределе V . Интегрирование (2.8) без учета противодействия P_1 дает

$$P = j^2 \left(V_1 - \frac{V}{s^2} \right) + \frac{V_1 \gamma - 1}{2 \gamma + 1} j^2 \left(\frac{1}{s^2} - 1 \right) \quad (2.9)$$

где V_1 — удельный объем исходного вещества.

Подстановкой (2.9) в (2.7) находим

$$\begin{aligned} j^2 \left[\gamma V_1 - (\gamma + 1) \frac{V}{s^2} + \frac{\gamma V_1 \gamma - 1}{2 \gamma + 1} \left(\frac{1}{s^2} - 1 \right) \right] \frac{dV}{dx} = \\ = q(\gamma - 1) L \exp(-Lx) - j^2 \frac{V^2}{s^3} \frac{ds}{dx} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Приравнивая квадратную скобку в (2.10) нулю, получим в точке Жуге

$$V = \frac{\gamma V_1}{\gamma + 1} s^2 \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2(\gamma + 1)} \left(\frac{1}{s^2} - 1 \right) \right] \approx \frac{\gamma V_1}{\gamma + 1} s^2 \quad (2.11)$$

Подставляя это значение V в правую часть (2.10) и приравнивая ее, согласно (1.5), нулю, найдем

$$(\gamma - 1) q L \exp(-Lx) = \frac{\gamma^2}{(\gamma + 1)^2} D^2 s \frac{ds}{dx} = \frac{2\gamma^2}{(\gamma + 1)^2} \frac{aD^2 s^{3/2}}{d} \quad (2.12)$$

Второе уравнение, связывающее D и x , получим из (2.10) и условия Чепмена — Жуге (1.4), представленного в виде $\gamma PV = (jV)^2 / s^2$. Исключая отсюда PV при помощи уравнения Бернулли

$$j^2 V^2 / 2s^2 + \gamma PV / (\gamma - 1) - \alpha q = 1/2 D^2 \quad (2.13)$$

и используя (2.11) и (2.4), находим

$$D^2 [1 + \gamma^2 (s^2 - 1)] = 2 (\gamma^2 - 1) q [1 - \exp(-Lx)] \quad (2.14)$$

Трансцендентные уравнения (2.12) и (2.14) представляют в параметрическом виде (с параметром x) уравнение (1.8) для стационарных режимов детонации D_1 .

Для упрощения расчетов используем неравенство (2.2), заменив s в (2.12) и (2.14) на единицу. После этих упрощений из (2.12) и (2.14) получим

$$\frac{D^2}{2(\gamma^2 - 1)q} = \frac{1}{1+k} \quad (2.15)$$

$$k \equiv \frac{4a\gamma^2}{(\gamma + 1)Ld}$$

Если $d = \infty$, то из (2.15) получается известное соотношение между D и q для детонации в безграничной газовой среде. В зависимости от величины диаметра d и вида функции $L(D)$ уравнение (2.15) может иметь различное число решений.

Можно показать, что характеризующая устойчивость режима функция типа (1.6) имеет в рассматриваемой модели вид

$$f_1(D) = 1 / (1 + k) - D^2 / 2q (\gamma^2 - 1) \quad (2.16)$$

Рассмотрим случай зависимости L от температуры фронта ударной волны по закону типа Аррениуса

$$L = A \exp(-\mu E / RT) \quad (2.17)$$

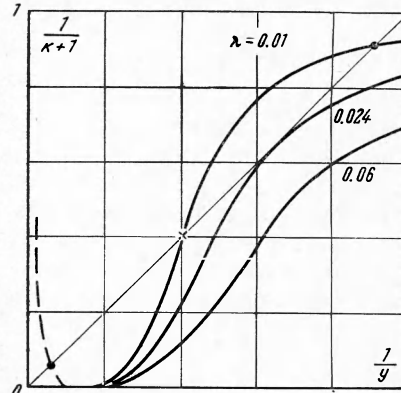
где A — постоянный предэкспоненциальный множитель, E — удельная энергия активации, μ — молекулярный вес, R — газовая постоянная. При этом уравнение (2.15) преобразуется к виду

$$y = 1 + \lambda \exp(my) \equiv 1 + k \quad (2.18)$$

$$\left(y = \frac{2(\gamma^2 - 1)q}{D^2}, \quad \lambda = \frac{4a\gamma^2}{Ad(\gamma + 1)}, \quad m = \frac{\gamma E}{(\gamma^2 - 1)(\gamma - 1)q} \right)$$

Выражение (2.18) получено с учетом соотношения $RT = (\gamma - 1) \mu D / 2\gamma$ для сильной ударной волны в газах.

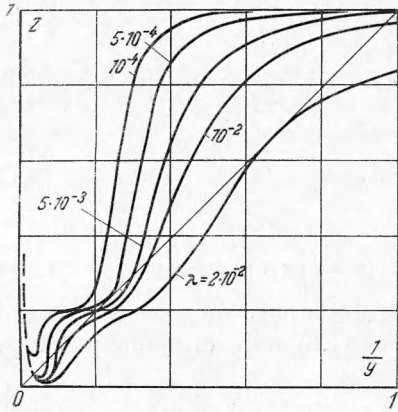
На фиг. 2 представлена зависимость $1 / (1 + k)$ от $1 / y$ при $m = 2$ для значений $\lambda = 0,01; 0,024; 0,06$. Точки, отмеченные значками \circ и \times ,



Фиг. 2

соответствуют стационарным режимам детонации. Режимы, отмеченные \circ , устойчивы, а режимы \times — неустойчивы. Продолжение кривых, изображенное на фиг. 2 пунктиром, построено с учетом общего свойства (1.7).

При увеличении λ , т. е. при уменьшении диаметра заряда, верхние соседние точки сближаются и при значении $\lambda \equiv \lambda_k = 0.024$ сливаются в одну точку (фиг. 2). Значению λ_k соответствует критический диаметр



Фиг. 3

заряда d_k . При $d < d_k$ существует только одно решение (для слабой детонационной волны). Его физический смысл обсуждается в разд. 3.

Значение λ_k определяется условием касания линий $1/y$ и $1/(1+k)$. Если диаметр для режима D_i равен критическому, то в точке D_i обращается в нуль не только функция $f(D)$, но и ее производная. Это как раз тот исключительный случай, когда не выполнено (1.14).

Из условия касания следует $m\lambda_k \times \exp(1+m) = 1$. Устойчивый режим с минимальным значением D_i существует при $\lambda > \lambda_{\min}$, т. е. в области диаметров заряда, не превышающих некоторого критического значения d_{\max} . Величина λ_{\min} определяется условием касания

прямой $1/y$ с пунктирной кривой (фиг. 2), но в рамках рассматриваемой модели не может быть вычислена.

Обратимся теперь к случаю двух экзотермических реакций, протекающих с разными скоростями. Этот случай заслуживает специального рассмотрения, потому что он имеет непосредственное отношение к известному явлению малой скорости детонации. Пусть, аналогично (2.3), кинетика химической реакции описывается уравнениями

$$d\alpha/dx = L_1(1 - \alpha), \quad d\beta/dx = L_2(1 - \beta), \quad \alpha(0) = \beta(0) = 0$$

Функции L_1 и L_2 зависят от D . Обозначим соответственно через q_1 и q_2 теплоты необратимых химических реакций.

Наибольший интерес представляет случай, когда быстрая реакция характеризуется меньшим тепловыделением. Такое соотношение между скоростями и теплотами реакций имеет место, например, при развитии первой реакции на неоднородностях, а второй — во всем объеме сжатого вещества. В соответствии с этим примем

$$L_1 \gg L_2, \quad q_1 \ll q_2 \quad (2.19)$$

Система уравнений типа (2.12) и (2.14) для двух реакций, вообще говоря, не сводится к уравнению типа (2.15). Однако при условиях (2.19) и $L_1 q_1 \gg L_2 q_2$ получается¹ одно уравнение для D :

$$\frac{1}{y} = \frac{Q}{1+k_1} + \frac{1-Q}{1+k_2} \equiv z, \quad k_i \equiv \frac{4\alpha\gamma^2}{(\gamma+1)dL_i}, \quad Q \equiv \frac{q_1}{q_1+q_2}, \quad (i=1,2) \quad (2.20)$$

Функция $f(D)$, аналогично (2.16), имеет вид

$$f_2(D) = z - 1/y$$

¹ Достаточно, чтобы это неравенство выполнялось при $D^2 \ll 2(\gamma^2 - 1)q_1$.

На фиг. 3 приведены результаты расчетов правой и левой частей уравнения (2.20) в случае экспоненциальной зависимости типа (2.17), (2.18) для L_1 и L_2 с одним и тем же отношением энергий активации E_i к теплотам реакции q_i

$$k_1 = \lambda \exp(Qmy), \quad k_2 = \lambda \exp[(1 - Q)my]$$

для вариантов $Q = 0.2$, $m = 3$, $\lambda = 10^{-4}$, $5 \cdot 10^{-4}$, $5 \cdot 10^{-3}$, 10^{-2} , $2 \cdot 10^{-2}$. Кроме режимов, осуществляющихся в случае одной реакции (фиг. 2) в интервале $5 \cdot 10^{-3} > \lambda > 5 \cdot 10^{-4}$, т. е. в некотором интервале диаметров заряда, имеется еще один устойчивый режим детонации.

3. В случае одной необратимой реакции в зависимости от диаметра заряда может быть один или три стационарных режима детонации. Три режима детонации (два устойчивых и один неустойчивый) существуют в некотором интервале Δ диаметров, ограниченном сверху и снизу. Вне пределов Δ при меньших диаметрах остается лишь один режим D_{\min} , а при больших диаметрах — лишь D_{\max} . Таким образом, режим D_{\min} ограничен критическим диаметром сверху, а режим D_{\max} — снизу. В пределе $\Delta = 0$ оба критических диаметра совпадают. Вероятность $\Delta = 0$, если кроме d нет других параметров, позволяющих изменять функцию $f(D)$, равна нулю.

Режимы D_{\min} и D_{\max} устойчивы. Происхождение и устойчивость режима D_{\min} связаны с естественной прочностью вещества или с наличием оболочки. Скорость D_{\min} близка к скорости звука в невозмущенном веществе. Если вещество однородно, то температура в ударной волне, инициирующей химическую реакцию в режиме D_{\min} , близка к температуре перед волной. Отсюда следует, что во взрывчатом веществе, пригодном к сколько-нибудь длительному хранению, ширина зоны реакции в режиме D_{\min} в заряде без оболочки чрезвычайно велика, и уже по этой причине стационарный режим в лабораторных условиях может оказаться неосуществимым. Кроме того, при очень медленной реакции устойчивость режима может быть нарушена вследствие теплопроводности через боковую поверхность заряда [4].

Если заряд заключен в оболочку, то по мере увеличения ее прочности скорость D_{\min} увеличивается, и ширина зоны реакции даже в однородной среде может уменьшаться до приемлемых в лабораторных условиях размеров. При этом наблюдение режима D_{\min} будет возможным, если диаметр заряда еще не превысил своего критического значения.

Два режима детонации в ограниченной среде были получены Эванс [15]. Оба режима в [15] (обозначим их в порядке возрастания скорости D_2 и D_3) определены путем приравнивания ширины зоны реакции ξ , следующей из газодинамической теории [14, 22, 26], к функции $\xi(D)$ для принятой в [15] модели кинетики реакции. Режимы D_2 и D_3 существуют только при $d > d_k$ (критический диаметр), причем с увеличением d скорость D_2 уменьшается. В [15] предполагается, что D_2 в некоторых случаях имеет отношение к наблюдающимся экспериментально режимам. Примерно такие же результаты, как и в [15], получены в работе [14]. Однако нетрудно убедиться, что D_2 и D_3 в [15] — не что иное, как два «верхних» режима из трех, получающихся при одной необратимой химической реакции в интервале диаметров Δ , причем режим D_2 неустойчив и не может, следовательно, наблюдаться как стационарный. При увеличении d режим D_2 исчезает вместе с D_{\min} , и остается только режим D_{\max} , Единственный режим, который может соответствовать малой скорости детонации при одной химической реакции, — это D_{\min} . Величина D_{\min} , в отличие от D_2 , при увеличении диаметра заряда не уменьшается. Она может увеличиваться или

оставаться примерно постоянной. Эти общие положения иллюстрируются расчетами с конкретной моделью химической реакции (фиг. 2).

В случае двух химических реакций, идущих с существенно разными скоростями, наряду с тремя рассмотренными режимами, появляются еще два.

Функция $f(D)$ в этом случае имеет четыре экстремума — два минимума и два максимума. Меняя величину d , от которой $f(D)$ зависит как от параметра, можно добиться совмещения положения какого-либо экстремума с точкой D_i стационарного режима (1.8). Четырем таким совмещениям, показанным на фиг. 4, отвечают четыре критических диаметра.



Фиг. 4

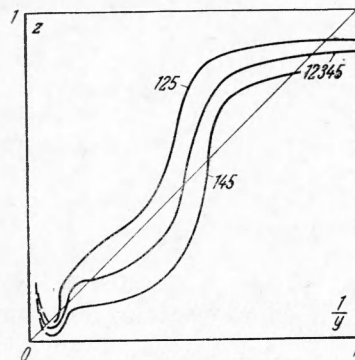
Если исключить, как невероятные, случаи равенства любых двух критических диаметров, то можно показать, что при условиях (2.19) и $q_1 L_1 \ll q_2 L_2$ имеется пять возможностей возникновения и исчезновения пяти режимов при изменении d . Занумеруем D_i в возрастающей последовательности (фиг. 2) числами 1, 2, 3, 4, 5, и обозначим случаи, когда осуществляется один первый режим, знаком 1, первый, второй и третий режимы — знаком 1,2,3 и т. д. При этом пять возможных последовательностей возникновения и исчезновения режимов при возрастании d описываются следующей схемой: (а) 1,123, 3, 345, 5,; (б) 1, 123, 12345, 345, 5,; (в) 1, 123, 12345, 125, 5,; (г) 1, 145, 12345, 345, 5,; (д) 1, 145, 12345, 125, 5,. Неустойчивые режимы в этой схеме обозначены четными числами (2 и 4), запятые соответствуют критическим диаметрам. Последовательность (а), например, означает, что в интервале диаметров $0 - d_1$ осуществляется один режим 1, в интервале $d_1 - d_2$ — три режима 123, в интервале $d_2 - d_3$ — один режим 3, в интервале $d_3 - d_4$ — три режима 345, в интервале $d_4 - \infty$ — один режим 5. На фиг. 5 показаны случаи осуществления режимов 145, 12345 и 125.

При последовательности (а) в опытах с любым диаметром заряда могут наблюдаться не более двух стационарных режимов — 1 и 3 или 3 и 5. В случае остальных четырех последовательностей в некотором интервале диаметров, в зависимости от способа иницирования, могут наблюдаться три стационарных режима — 1, 3 и 5.

Отметим, что в случае последовательности (а) режим 3 может быть в эксперименте ошибочно принят за режим 5. Однако их принципиальное отличие состоит в том, что при увеличении d скорость режима 5 плавно возрастает до своего асимптотического значения, тогда как режим 3 при $d = d_4$ исчезает, и скорость D_3 скачкообразно меняется до D_5 . В связи с этим представляют интерес более подробные экспериментальные исследования детонации смесевых ВВ типа рассмотренных в [28].

Описанные закономерности качественно согласуются с экспериментальными данными о малой скорости детонации и о ее зависимости от диаметра заряда [5, 8-12]. Вероятно, во многих случаях в зарядах без оболочек в качестве режима с малой скоростью детонации наблюдается режим 3. В опытах [12] осуществлялись, по-видимому, режимы типа 1, 3 и 5.

Известные данные Кука [5] о связи малой скорости детонации в желатинах со степенью их насыщенности воздухом на основе изложенных здесь представлений могут быть качественно объяснены следующим образом. Если газовых пузырьков нет, то нет и быстрой стадии реакции. Если пузырьков очень много, то быстрая стадия реакции есть, но в ней выделяется почти все тепло. Наконец, если пузырьков мало, то выполняются условия, аналогичные (2.19), и в этом случае возможно осуществление стационарного режима с малой скоростью.



Фиг. 5

В рамках развитых представлений при заданном значении a (или вообще при заданной форме трубки тока) и известном механизме реакций могут быть найдены все критические диаметры, кроме минимального.

Учет любой слабой зависимости формы трубки тока от D в стационарном режиме повлечет небольшое количественное, но не качественное изменение результатов. Не исключено, однако, что некоторые интересные детали, особенно при диаметрах, близких к критическим, обнаружатся в теории только при более строгом решении системы уравнений газовой динамики и химической кинетики.

Поступила 4 IV 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов Н. М. К неоднозначности и устойчивости детонационного режима. Ж. эксперим. и теор. физ., 1967, т. 52, № 51.
2. Розинг В., Харитон Ю. Б. Прекращение детонации взрывчатых веществ при малых диаметрах заряда. Докл. АН СССР, 1940, т. 26, № 4.
3. Харитон Ю. Б. О детонационной способности взрывчатых веществ. Сб. «Вопросы теории взрывчатых веществ», кн. 1, Изд-во АН СССР, 1947.
4. Зельдович Я. Б., Компанеев А. С. Теория детонации. Гостехиздат, 1955.
5. Taylor J. Detonation in Condensed Explosives, Oxford at the Clarendon Press, 1952.
6. Стесик Л. Н., Акимова Л. Н. Косвенный метод оценки ширины зоны реакции в детонационной волне. Ж. физ. химии, 1959, т. 33, № 8.
7. Дремин А. Н., Шведов К. К. Определение давления Чепмена-Жуге и времени реакции в детонационной волне мощных ВВ. ПМТФ, 1964, № 2.
8. Апин А. Я., Боболов В. К. О характере прекращения детонации в порошкообразных взрывчатых веществах. Докл. АН СССР, 1947, т. 58, № 2.
9. Курбангалина Р. Х. Предельные диаметры устойчивой детонации смеси перекиси водорода с метиловым спиртом и хлорной кислоты с этиловым спиртом. Ж. физ. химии, 1948, т. 22, № 1.
10. Bowden F., Joffe A. Initiation and Growth of Explosion in Liquids and Solids. Cambridge, 1952.
11. Воскобойников И. М., Дубовик А. В., Боболов В. К. Детонация нитроглицерина с малыми скоростями. Докл. АН СССР, 1965, т. 161, № 5.
12. Парфенов А. К., Апин А. Я. О малой скорости детонации в порошкообразных ВВ. Ж. Научно-техн. пробл. горения и взрыва. 1965, № 1.
13. Болховитинов Л. Г. О детонации жидких взрывчатых веществ с малой скоростью. Докл. АН СССР, 1960, т. 130, № 5.
14. Yrting H. et al. The Stability of Detonation. Chem. Revs, 1949, vol. 45, No 1.
15. Evans M. Detonation Sensitivity and Failure Diameter in Homogeneous Condensed Materials, J. Chem. Phys., 1962, vol. 36, No 1.
16. Schall R. Die stabilität langsamer Detonationen. Z. für angew. Phys., 1954. V. 6, No 10.
17. Щелкин К. И., Трошин Я. К. Газодинамика горения. Изд-во АН СССР 1963.
18. White D. R. Turbulent Structure of Gaseous Detonation. Phys. Fluids, 1961, vol. 4, No 4.
19. Рыбанин С. С. Турбулентность при детонации. Физика горения и взрыва, 1966, № 1.
20. Трофимов В. С., Дремин А. Н. К обоснованию правила отбора для скорости детонации. Физика горения и взрыва, 1966, № 3.
21. Дремин А. Н. Критический диаметр детонации жидких взрывчатых веществ. Докл. АН СССР, 1962, т. 147, № 4.
22. Jones H. A theory of the dependence of the rate of detonation of solid explosives on the diameter of the charge. Proc. Roy. Soc, A, 1947, vol. 189, p. 415.
23. Баум Ф. А., Станюкович К. П., Шехтер Б. И. Физика взрыва. Физматгиз, 1959.
24. Дубнов Л. В. К вопросу о потерях в детонационной волне. Ж. физ. химии, 1960, т. 34, № 10.
25. Ремпель Г. Г. К вопросу об оценке длины зоны химической реакции за фронтом детонационной волны. Сб. «Взрывное дело», 1963, № 52/9.
26. Wood W., Kirkwood J. Diameter Effect in Condensed Explosives, J. Chem. Phys., 1954, vol. 22, No 11.
27. Зельдович Я. Б., Ратнер С. Б. Расчет скорости детонации в газах. Ж. эксперим. и теор. физ., 1941, т. 11, № 1.
28. Апин А. Я., Воскобойников И. М., Соснова Г. С. Протекание реакции в детонационной волне смесевых взрывчатых веществ. ПМТФ, 1963, № 5.