

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Вольнский М. С., Лунатов А. С.* Деформация и дробление капель в потоке газа. — «Инж.-физ. журн.», 1970, т. 5, № 5, с. 838—843.
2. *Hanson A., Domich E., Adams H.* Shock tube investigation of the breakup of drops by air blasts. — «Phys. Fluids», 1963, vol. 6, N 8, p. 1070—1080.
3. *Engel O.* Fragmentation of water drops in the zone behind an air shock. — «J. Res. of NBS», 1958, vol. 60, N 3, p. 243—280.
4. *Бузуков А. А.* Разрушение капель и струй жидкости ударной волной. — ПМТФ, 1963, № 2.
5. *Ranger A. A., Nicholls J. A.* Water drops breakup in high speed airstreams. Washington, 1970 (NASA-CR-112406).
6. *Rabin E., Schallenmuller A. R., Lawhead R. B.* Displacement and Shattering of propellant droplets. AFOSR TR 60-75, 1960.
7. *Гельфант Б. Е., Губин С. А., Козарко С. М., Борисов А. А.* Динамика разрушения капель жидкости в газовом потоке. — «Докл. АН СССР», 1971, т. 198, № 1, с. 71—73.
8. *Hinze J. O.* Forced deformation of viscous liquid globules. — «Appl. Sci. Res. A. J.» 1949, p. 249.
9. *Clark B. J.* Breakup of liquid jet in transverse flow of gas. Washington, 1964 (NASA TN D-2424).
10. *Mayer E.* Theory of liquid atomization in high velocity gas streams. — «ARS Journal», 1961, vol. 31, N 12, p. 1783—1785.
11. *Салманов Г. А.* Сверхзвуковые двухфазные течения. Минск, «Высшая школа», 1972.

УДК 534.833.53:621.039.522.042.46

ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН  
НА МАЛЕНЬКИХ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКАХ

А. Н. Сизов

(Москва)

Для гомогенных растворных импульсных реакторов одним из основных факторов, влияющих на их динамику, является образование газовых пузырьков на треках осколков деления [1, 2]. Как показано в [2], поведение реактора сильно зависит от размеров ( $10^{-5}$  см) и скорости роста этих пузырьков, поэтому важное значение приобретает вопрос об их исследовании. Одним из возможных способов исследования является акустический метод.

Изучению поведения газовых пузырьков в поле звуковой волны посвящено большое количество работ, достаточно полный обзор которых приведен в [3, 4]. В данной статье в приближении звукового поля малой амплитуды рассматривается диссипация энергии звуковой волны на газовом пузырьке с одновременным учетом действия сил инерции, вязкости, поверхностного натяжения, а также передачи тепла и диффузии газа через поверхность пузырька.

Как и в большинстве указанных работ, рассматриваются такие звуковые волны, длина которых значительно больше размеров пузырька  $\lambda \gg R$  (т. е. на протяжении размеров пузырька плотность и давление можно считать постоянными), причем будем считать, что изменение давления в газе пузырька практически немедленно следует за изменением давления на стенке пузырька. Последнее соответствует случаю, когда скорость движения границы пузырька меньше скорости звука в этом газе.

Как указано в [5], в приближении тонкого пограничного диффузионного слоя ( $l \ll R$ ) для описания концентрации растворенного газа на подвижной границе сферического газового пузырька можно использовать выражение

$$(1) \quad c(t) - c_0 = \eta(t) - \left(\frac{D}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^t \frac{R^2(x) \left(\frac{\partial c}{\partial r}\right) R(x)}{\left\{ \int_x^t R^4(y) dy \right\}^{1/2}} dx,$$

которое было получено в [6] для температуры на подвижной сферической границе. Здесь  $c$ ,  $c_0$  — концентрация растворенного в жидкости газа около стенки пузырька и вдали от его границы соответственно;  $D$  — коэффициент диффузии газа в жидкости;  $R$  — радиус пузырька;  $r$  — радиальная координата в сферической системе координат, центр которой совпадает с центром пузырька;  $t$  — время;  $\eta$  — источники растворенного газа в единице объема жидкости.

Примерная толщина граничного диффузионного слоя, на котором происходит перепад концентраций растворенного газа, определяется соотношением  $l \sim (Dt)^{1/2}$ , откуда имеем условие для частоты звуковой волны, падающей на пузырек, при которой справедливо применение (1)

$$(2) \quad \omega \gg D/R^2.$$

Для давления в пузырьке, считая газ, находящийся в нем, идеальным, запишем:

$$(3) \quad p_2 = F \rho_2 T_2,$$

где  $F$  — универсальная газовая постоянная, отнесенная к одной грамм-молекуле данного газа;  $T_2$  — температура газа в пузырьке;  $\rho_2$  — плотность газа.

На границе пузырька градиент концентрации растворенного в жидкости газа можно представить [5]:

$$(4) \quad \left(\frac{\partial c}{\partial r}\right)_R = \frac{1}{3D} R \dot{\rho}_2 + \frac{\rho_2}{D} \dot{R}.$$

Уравнение движения для сферической границы пузырька в жидкости имеет вид [7, 8]

$$(5) \quad p_2 = p_1 + \frac{2\alpha}{R} + \frac{3}{2} \rho_1 \dot{R}^2 + \rho_1 R \ddot{R} + 4\rho_1 \nu \frac{\dot{R}}{R}.$$

Здесь  $p_1$  — давление в жидкости на границе пузырька;  $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости;  $\rho_1$  — плотность жидкости.

Давление в жидкости определяется суммой равновесного давления  $p_{01}$ , давления бегущей монохроматической звуковой волны  $\Delta p_{01} \exp\{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}$  и давления рассеянной сферической волны с центром в пузырьке  $(\Delta p_s/r) \exp\{i(kr - \omega t)\}$  [9, 10]; давление же на границе пузырька можно представить:

$$p_1 = p_{01} + \Delta p_1 e^{-i\omega t},$$

где  $\Delta p_1$  определяется с помощью приближения, аналогичного примененному в [9]:

$$\Delta p_1 = \Delta p_{01} + \Delta p_s / R_0 + ik \Delta p_s.$$

Здесь  $R_0$  — равновесный радиус газового пузырька.

Рассмотрим пузырек, радиус которого, усредненный по периоду звуковой волны, остается неизменным в установившемся режиме колебаний. Физически это соответствует равенству концентраций растворенного газа, также усредненных по периоду, вдали от пузырька и у его поверхности.

В установившемся режиме колебаний пузырька в поле звуковой волны зависимость от времени его радиуса, давления, плотности и температуры окружающей жидкости можно представить в виде

$$(6) \quad f(t) = f_0 + \Delta f e^{-i\omega t},$$

где  $\Delta f \ll f$ , причем для температуры имеем  $T_{01} = T_{02} = T_0$  ( $T_0$  — равновесная температура).

Используя (3) — (5) с учетом (6) и пренебрегая величинами более высокого порядка малости чем  $\Delta R$ ,  $\Delta p$ ,  $\Delta T$ , получим

$$(7) \quad \left( \frac{\partial c}{\partial r} \right)_R = - \frac{R_0}{3DFT_0^2} \left\{ p_{01} + \frac{2\alpha}{R_0} \right\} \dot{T}_2 + \frac{1}{DFT_0} \left\{ p_{01} + \frac{4\alpha}{3R_0} \right\} \dot{R} + \\ + \frac{R_0}{3DFT_0} \left\{ \dot{p}_1 + \rho_{01} R_0 \ddot{R} + 4\rho_{01} v \frac{\ddot{R}}{R_0} \right\}.$$

Представим (5) с учетом (6), ограничиваясь членами первого порядка малости, в виде

$$(8) \quad p_2(t) = p_{01} + \Delta p_1 e^{-i\omega t} + \frac{2\alpha}{R_0} \left( 1 - \frac{\Delta R}{R_0} e^{-i\omega t} \right) - \\ - \omega^2 \rho_{01} R_0 \Delta R e^{-i\omega t} - i4\omega v \rho_{01} \frac{\Delta R}{R_0} e^{-i\omega t}.$$

Для неподвижного пузырька, согласно (5),  $p_{01} + 2\alpha/R_0 = p_{02}$ . Подставляя последнее в (8) и используя закон Генри для растворимости газа  $c = Bp_2$  ( $B$  — коэффициент пропорциональности), найдем

$$(9) \quad c(t) - c_0 = B \left\{ \Delta p_1 - \frac{2\alpha}{R_0^2} \Delta R - \omega^2 \rho_{01} R_0 \Delta R - i4\omega v \rho_{01} \frac{\Delta R}{R_0} \right\} e^{-i\omega t}.$$

Здесь  $c_0 = Bp_{02}$ .

Изменение плотности жидкости под действием звуковой волны выражается через изменение давления [11]  $\Delta \rho_1 = \Delta p / u_1^2$ , где  $u_1$  — скорость звука в жидкости. Количество газа, растворенного в одном грамме жидкости вдали от пузырька  $c_\infty$ , остается неизменным в поле звуковой волны. Количество же газа, растворенного в единице объема жидкости, равно  $c_0 + \Delta c(r) \exp(-i\omega t)$ , где  $c_0 = c_\infty \rho_{01}$  — концентрация растворенного газа в равновесном состоянии;  $\Delta c(r) = (c_\infty / u_1^2) \{ \Delta p_{01} + (\Delta p_s / r) \exp(ikr) \}$ . Изменение концентрации растворенного газа под влиянием звуковой волны формально можно представить как действие источников

$$(10) \quad \eta = \Delta c(r) \exp(-i\omega t).$$

Поскольку для толщины диффузионного слоя, прилегающего к пузырьку, на котором происходит перепад концентрации растворенного газа, выполняется условие  $l \ll R$ , то в пределах этого слоя можно положить (без учета изменения концентрации за счет диффузии газа)

$$(11) \quad \Delta c = \frac{c_\infty}{u_1^2} \left( \Delta p_{01} + \frac{\Delta p_s}{R_0} + ik \Delta p_s \right) = c_\infty \Delta p_1 / u_1^2.$$

Подставив (7), (10), (11) в (1) с учетом зависимостей (6) и ограничиваясь членами первого порядка малости, получим для разности  $c(t) - c_0$  соотношение, выражающееся через интегралы Френеля  $S[(\omega t)^{1/2}]$ ,  $C[(\omega t)^{1/2}]$ , которые при условии  $(\omega t)^{1/2} \gg 1$ , т. е. в установившемся режиме колебаний, стремятся к пределу, равному  $1/2$ . Используя полученное таким образом выражение для разности  $c(t) - c_0$  и выражение (9), найдем

$$(12) \quad \begin{aligned} & B \Delta p_1 - \frac{2\alpha B}{R_0^2} \Delta R - \omega^2 B \rho_{01} R_0 \Delta R - i 4\omega B \nu \rho_{01} \frac{\Delta R}{R_0} = \\ & = \Delta c + i \frac{(2\omega)^{1/2}}{6D^{1/2} F T_0} \left\{ -\frac{R_0}{T_0} \left[ p_{01} + \frac{2\alpha}{R_0} \right] \Delta T_2 + R_0 \Delta p_1 - \right. \\ & \left. - \omega^2 \rho_{01} R_0^2 \Delta R + 3p_{01} \Delta R + 4 \frac{\alpha}{R_0} \Delta R - i 4\omega \rho_{01} \nu \Delta R \right\} (1+i). \end{aligned}$$

Если обозначим через  $E$  внутреннюю энергию газа в пузырьке, то для количества тепла, выделившегося в пузырьке, имеющем объем  $V_2$ , можем записать [12]:

$$\frac{dQ}{dt} = \rho_2 V_2 D_{V2} \frac{dT_2}{dt} + T_2 \left( \frac{\partial p_2}{\partial T_2} \right)_V \frac{\partial V_2}{\partial t},$$

где  $C_{V2}$  — теплоемкость газа при постоянном объеме. Количество тепла, притекающего в жидкость через поверхность пузырька в единицу времени

$$\frac{dQ}{dt} = 4\pi \lambda_1 R^2 \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_R,$$

где  $\lambda_1$  — теплопроводность жидкости. Приравнивая два последних соотношения с учетом равенств  $V_2 = (4\pi/3)R^3$ ;  $\dot{V}_2 = 4\pi R^2 \dot{R}$  и ограничиваясь членами первого порядка малости, найдем

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_R = \frac{1}{3\lambda_1} \left\{ \rho_{02} C_{V2} \dot{T}_2 + 3T_0 \left( \frac{\partial p_2}{\partial T_2} \right)_V \dot{R} \right\}.$$

Будем считать (аналогично тому, как это сделано в [13]), что температура на границе пузырька равна температуре  $T_2$  внутри него. Температура на подвижной сферической границе пузырька в предположении тонкого пограничного теплового слоя толщины  $l \ll R$  описывается соотношением (1) [6, 13], только вместо значений концентраций  $c(t)$ ,  $c_0$  и градиента концентрации  $(\partial c / \partial r)$  следует подставлять температуры  $T_2$ ,  $T_0$  и градиент  $(\partial T / \partial r)_R$  соответственно, а коэффициент диффузии  $D$  заменить на коэффициент температуропроводности  $\chi_1$ . Можно получить ограничение по частоте, аналогичное (2), при котором справедливо данное рассмотрение

$$\omega \gg \chi_1 / R_0^2.$$

Изменение температуры жидкости под влиянием звуковой волны так же, как и изменение концентрации растворенного газа, представим как действие источников тепла, т. е.  $\eta(t) = \Delta T_1 \exp(-i\omega t)$ . В этом случае температуру вдали от пузырька можно считать постоянной и равной равновесной температуре  $T_0$ . Так как для длины звуковой волны выполняется условие  $\lambda \gg R$ , то в пограничном тепловом слое толщины  $l \ll R$ , на котором происходит перепад температуры,  $\eta(t)$  можно считать равномерно распределенной величиной, зависящей только от времени. Поступая далее аналогично тому, как это сделано при определении разности  $c(t) - c_0$ , найдем

$$\Delta T_2 - \Delta T_1 = -\frac{(2\omega\chi_1)^{1/2}}{6\lambda_1} \left\{ \rho_{02} C_{V2} R_0 \Delta T_2 + 3T_0 \left( \frac{\partial p_2}{\partial T_2} \right)_V \Delta R \right\} (1-i),$$

при  $(\omega t)^{1/2} \gg 1$ , откуда

$$(13) \quad \Delta T_2 = (\Gamma_1 + i\Gamma_2) \Delta T_1 - (\Lambda_1 - i\Lambda_2) \Delta R,$$

где

$$\Gamma_1 = \frac{1}{8} \{ 36\lambda_1^2 + 6(2\omega\chi_1)^{1/2} \lambda_1 \rho_{02} C_{V2} R_0 \};$$

$$\Gamma_2 = \frac{6}{8} (2\omega\chi_1)^{1/2} \lambda_1 \rho_{02} C_{V2} R_0;$$

$$\Lambda_1 = \frac{1}{8} \left\{ 18(2\omega\chi_1)^{1/2} \lambda_1 T_0 \left( \frac{\partial p_2}{\partial T_2} \right)_V + 12\omega\chi_1 \rho_{02} C_{V2} T_0 \left( \frac{\partial p_2}{\partial T_2} \right)_V R_0 \right\};$$

$$\Lambda_2 = \frac{18}{8} (2\omega\chi_1)^{1/2} \lambda_1 T_0 \left( \frac{\partial p_2}{\partial T_2} \right)_V;$$

$$\delta = 36\lambda_1^2 + 12(2\omega\chi_1)^{1/2} \lambda_1 \rho_{02} C_{V2} R_0 + 4\omega\chi_1 \rho_{02}^2 C_{V2}^2 R_0^2.$$

Величину  $\Delta T_1$  можно выразить через  $\Delta p_1$  [11]:  $\Delta T_1 = (T_0/C_{p1})(\partial v_1/\partial T_1)_p \Delta p$ , где  $C_{p1}$  — теплоемкость жидкости при постоянном давлении;  $v_1$  — удельный объем жидкости.

Подставив (13) в (12), с учетом (11) получим

$$(14) \quad \Delta R = (G - iH) \Delta p_1.$$

Здесь

$$G = \frac{ag + bd}{g^2 + d^2}; \quad H = \frac{bg - ad}{g^2 + d^2};$$

$$a = 6D^{1/2} FT_0 R_0^2 \left( B - \frac{c_\infty}{u_1^2} \right) + (2\omega)^{1/2} \left\{ R_0^3 - \frac{R_0^2}{C_{p1}} \left( \frac{\partial v_1}{\partial T} \right)_p (\Gamma_1 + \Gamma_2) [p_{01} R_0 + 2\alpha] \right\};$$

$$b = (2\omega)^{1/2} \left\{ R_0^3 - \frac{R_0^2}{C_{p1}} \left( \frac{\partial v_1}{\partial T} \right)_p (\Gamma_1 - \Gamma_2) [p_{01} R_0 + 2\alpha] \right\};$$

$$d = -24\omega BD^{1/2} FT_0 \nu \rho_{01} R_0 + (2\omega^5)^{1/2} \rho_{01} R_0^4 - 4(2\omega^3)^{1/2} \rho_{01} \nu R_0^2 - (2\omega)^{1/2} R_0 \left\{ \frac{R_0}{T_0} (\Lambda_1 + \Lambda_2) [p_{01} R_0 + 2\alpha] + 3p_{01} R_0 + 4\alpha \right\};$$

$$g = 12BD^{1/2} \alpha FT_0 + 6\omega^2 BD^{1/2} FT_0 \rho_{01} R_0^3 - (2\omega)^{1/2} R_0 \left\{ \frac{R_0}{T_0} (\Lambda_1 - \Lambda_2) [p_{01} R_0 + 2\alpha] + 3p_{01} R_0 + 4\alpha \right\} + (2\omega^5)^{1/2} \rho_{01} R_0^4 + 4(2\omega^3)^{1/2} \rho_{01} \nu R_0^2.$$

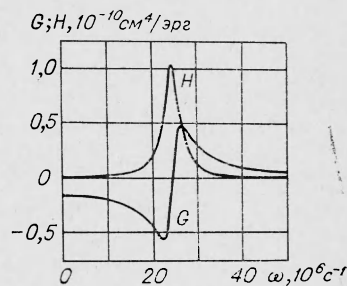


Расчеты показывают, что при определенном значении частоты для амплитуды колебаний пузырька наступает резонанс. Причем чем больше радиус пузырька, тем уже по частоте ширина резонанса.

На фиг. 1 для примера представлена зависимость величин  $G$  и  $H$  от частоты в области резонанса для газового пузырька (в качестве газа взят молекулярный водород) с размером  $R = 10^{-4}$  см, находящегося в воде при  $p_{01} = 1$  атм и  $T_0 = 293$  К.

Явного выражения для резонансной частоты  $\omega_0$  получить не удается ввиду довольно сложной зависимости соотношений для  $G$ ,  $H$ ,  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$  и  $\delta$  от частоты внешнего звукового поля  $\omega$  и радиуса пузырька. Однако расхождение результатов, полученных при расчетах, и известного классического выражения [9, 10]

$$\omega_0 = \frac{c_2}{R_0} \sqrt{\frac{3\rho_2}{\rho_1}}$$



Фиг. 1

невелико и становится заметным только в области  $R \sim 10^{-5}$  см. Для  $R = 10^{-3}$  см это расхождение составляет 8%, для  $R = 10^{-4}$  см — 13, для  $R = 10^{-5}$  см — 60%.

В силу наложенных выше ограничений на длину волны и толщину теплового и диффузионного слоев полученные результаты для амплитуды колебаний пузырька верны при частотах, удовлетворяющих неравенствам  $\omega \ll 2\pi\nu_1/R_0$ ;  $\omega \gg D/R_0^2$ ;  $\omega \gg \chi_1/R_0^2$ . Поскольку всегда  $\chi_1 \gg D$ , строгое условие для частоты, при котором применимы полученные выше формулы, запишется

$$(15) \quad \chi_1/R_0^2 \ll \omega \ll 2\pi\nu_1/R_0.$$

Например, для водородного пузырька с радиусом  $R = 10^{-5}$  см должно выполняться  $10^7 \ll \omega \ll 10^{11}$ , а для  $R = 10^{-3}$  см —  $10^3 \ll \omega \ll 10^9$ . Однако расчеты показывают, что во всех реальных случаях в области нижней границы (15)  $\Gamma_1$  в выражении (13) близко к единице, а остальные члены вносят пренебрежимо малый вклад. Таким образом, уже в области нижней границы  $\Delta T_2 \simeq \Delta T_1$ , что соответствует изотермическому приближению. Поскольку теплоемкость единицы объема жидкости значительно превосходит теплоемкость единицы объема газа, а колебания температуры в пузырьке под действием звуковой волны малой амплитуды невелики ( $\Delta T_2 \ll T_0$ ), физически равенство  $T_2 = T_1$  означает, что в области достаточно низких частот практически все тепло, выделяющееся в пузырьке в процессе его сжатия, поглощается в пограничном слое. Этот результат можно было заранее предполагать, исходя из самого вида выражений для  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$ , так как при уменьшении частоты  $\Gamma_1$  стремится к единице, а  $\Gamma_2$  — к нулю; члены же, содержащие  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$ , уменьшаются.

Таким образом, в области частот от  $\omega \sim \chi_1/R_0^2$  до  $\omega \sim D/R_0^2$  при решении уравнения (12) можно пользоваться приближением  $\Delta T_2 = \Delta T_1$ , а так как это приближение получается автоматически из формулы (15), то все полученные выше результаты верны для частот

$$D/R_0^2 \ll \omega \ll 2\pi\nu_1/R_0$$

(для  $R=10^{-5}$  см и  $\bar{R}=10^{-3}$  см имеем  $10^5 \ll \omega \ll 10^{11}$  и  $10 \ll \omega \ll 10^9$  соответственно).

Следует отметить, что члены, учитывающие диффузию газа в выражениях для  $a$ ,  $d$ ,  $g$ , вносят незначительный вклад при высоких частотах, а роль членов, учитывающих влияние сил инерции и вязкости, растет с увеличением частоты. С уменьшением частоты влияние членов, учитывающих диффузию, возрастает.

Из анализа результатов, представленных на фиг. 1, и выражения (14) видно, что диссипативные силы вызывают фазовый сдвиг в колебаниях пузырька, который растет с увеличением частоты. Аналогично возникает фазовый сдвиг и в колебаниях температуры в пузырьке, что также непосредственно вытекает из (13).

В работе [14], где было рассмотрено распределение температуры внутри пульсирующего пузырька (принималось, что температура на поверхности пузырька постоянна), также был отмечен сдвиг фаз между колебаниями границы пузырька и колебаниями теплового потока через эту границу.

Удобно определять бегущую плоскую монохроматическую волну через потенциал  $\Psi_0 = A_0 \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}$ , а рассеянную сферическую волну соответственно через [10, 11]  $\Psi_s = (A_s/r) \exp\{i(kr - \omega t)\}$ . Избыточное давление, создаваемое звуковой волной в жидкости, и скорость жидкости в звуковой волне описываются выражениями  $\Delta p(t) = -\rho_1(\partial\Psi/\partial t)$ ;  $\mathbf{W} = \nabla\Psi$ . Радиальная составляющая скорости должна оставаться непрерывной при  $r=R$  [9, 10], отсюда, используя (6), (14) для  $R(t)$  и разлагая  $\exp(ikr)$  в ряд, согласно условию  $\lambda \gg R$ , с точностью до членов первого порядка малости, получим

$$\left(-\frac{A_s}{R_0^2} + ik\frac{A_s}{R_0}\right)(1 + ikR_0) = -i\omega(G - iH)\Delta p_1.$$

Определяя  $\Delta p_1$  через  $\Psi = \Psi_0 + \Psi_s$  и подставляя в предыдущее соотношение, окончательно найдем

$$(16) \quad A_s = \omega^2 \rho_{01} R_0^2 \frac{G - iH}{-q + ih} A_0,$$

$$\text{где} \quad q = 1 + \omega^2 \rho_{01} R_0 G + \omega^2 k \rho_{01} R_0^2 H + k^2 R_0^2;$$

$$h = \omega^2 \rho_{01} R_0 H - \omega^2 k \rho_{01} R_0^2 G.$$

Поток звуковой энергии при падении на пузырек уменьшается вследствие рассеяния и поглощения. Полное сечение ослабления можно определить следующим образом [9]:

$$(17) \quad \sigma_t = E/I_0,$$

где  $I_0$  — интенсивность звука в волне, падающей на пузырек;  $E$  — средняя энергия, погашенная на пузырьке в единицу времени, равная работе, совершаемой падающей на пузырек звуковой волной в единицу времени. Она включает в себя энергию, рассеиваемую на пузырьке и поглощаемую в нем. Средняя работа, произведенная над пузырьком в единицу времени при изменении его объема, есть

$$E = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \Delta p_{01}(t) \overline{\dot{V}_2} \right\}.$$

Определяя  $\Delta p_{01}(t) = -\rho_{01}(d\Psi_0/dt)$  и выражая  $\dot{V}_2$  через (14), получим

$$E = 2\pi R_0^2 \omega^3 \rho_{01}^2 |A_0|^2 \left\{ H + \omega^2 \rho_{01} R_0 \times \right. \\ \left. \times \frac{h(G^2 - H^2) - 2qGH + kR_0q(G^2 - H^2) + 2kR_0hGH}{q^2 + h^2} \right\}.$$

Учитывая, что скорость жидкости в падающей волне равна  $\mathbf{W}_0 = \nabla \Psi_0$ , имеем

$$I_0 = \frac{1}{2} \rho_{01} u_1 |\mathbf{W}_0|^2 = \frac{1}{2u_1} \rho_{01} \omega^2 |A_0|^2.$$

Подставляя два последних выражения в (17), найдем

$$\sigma_t = 4\pi R_0^2 \omega \rho_{01} u_1 \left\{ H + \omega^2 \rho_{01} R_0 \times \right. \\ \left. \times \frac{(h + kR_0q)(G^2 - H^2) - 2(q - kR_0h)GH}{q^2 + h^2} \right\}.$$

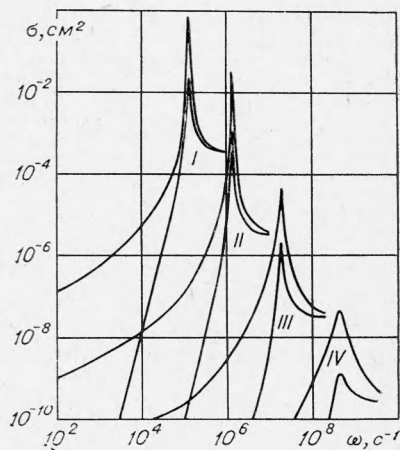
Сечение рассеяния  $\sigma_s = 4\pi \left| \frac{A_s}{A_0} \right|^2$  [9]. Отсюда, используя (16), получаем

$$\sigma_s = 4\pi \omega^4 \rho_{01}^2 R_0^4 \frac{G^2 + H^2}{q^2 + h^2}.$$

Сечение поглощения звука  $\sigma_a$  определяется разностью  $\sigma_t - \sigma_s$ .

С помощью полученных выше формул был произведен расчет сечений ослабления и рассеяния для газовых пузырьков разного радиуса, находящихся в воде при  $p_{01} = 1$  атм и  $T_0 = 293$  К. В качестве газа был взят молекулярный водород. Результаты представлены на фиг. 2. Пары кривых I — IV в порядке их следования соответствуют радиусам пузырьков  $10^{-2} \div 10^{-5}$  см. Верхняя кривая в каждой паре воспроизводит полное сечение ослабления, нижняя — сечение рассеяния. Как видно из фиг. 2, сечения имеют резкий пик. Ширина пика сечений, как и ширина резонанса колебаний пузырька, увеличивается с уменьшением размера пузырька.

Наличие пиков в сечениях рассеяния и поглощения открывает широкие возможности для экспериментальных исследований динамики газовых пузырьков и, в частности, механизма вскипания гомогенных водных импульсных реакторов, так как позволяет выделить по максимуму поглощения звука пузырьки определенного размера и проследивать их поведение во времени.



Фиг. 2



## ЛИТЕРАТУРА

1. Ремли М. и др. II Женевская конференция. М., Атомиздат, 1958, т. 3.
2. Сизов А. Н., Колесов В. Ф. К динамике гомогенных водных импульсных реакторов.— «Атомная энергия», 1973, т. 35, вып. 3.
3. Гаврилов Л. Р. Содержание свободного газа в жидкости и акустические методы его измерения. Обзор.— «Акуст. журн.», 1969, т. 15, № 3.
4. Капустина О. А. Газовый пузырек в звуковом поле малой амплитуды. Обзор.— «Акуст. журн.», 1969, т. 15, № 4.
5. Сизов А. Н. К вопросу о диффузии на подвижной границе маленького газового пузыря.— ТВТ, 1971, т. 9, № 6.
6. Plesset M. S., Zwick S. A. A nonsteady heat diffusion problem with spherical symmetry.— «J. Appl. Phys.», 1952, vol. 23, N 1.
7. Баканов С. П., Рухадзе А. А., Сандомирский В. Б. К теории расширения газового пузырька в вязкой жидкости.— «Инж.-физ. журн.», 1961, т. 4, № 7.
8. Александров Ю. А., Воронов Г. С., Делоне Н. Б., Нечаев Ю. И. Пузырьковые камеры. М., Госатомиздат, 1963.
9. Физические основы подводной акустики. Пер. с англ. Под редакцией В. Н. Мясищева. М., «Сов. радио», 1955.
10. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики, т. II. М., ИЛ, 1960.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
12. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.
13. Plesset M. S., Zwick S. A. The growth of vapor bubbles in superheated liquids.— «J. Appl. Phys.», 1954, vol. 25, N 4.
14. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С., Шагапов В. Ш. Об ударных волнах в жидкости с пузырьками газа.— «Докл. АН СССР», 1974, т. 214, № 4.

УДК 532.517.4

## О БАЛАНСЕ ПУЛЬСАЦИОННОЙ ЭНЕРГИИ В РЕАГИРУЮЩИХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКАХ

В. Б. Либрович, В. И. Лисицын

(Москва)

Исследованию турбулентности при горении и распространении детонационных волн в газах было посвящено значительное количество теоретических и экспериментальных работ [1—8]. Внимание исследователей концентрировалось на выяснении существенных вопросов: каким образом турбулентное поле течения взаимодействует с кинетикой химической реакции, насколько при этом интенсифицируется процесс химического превращения и как деформируется сама турбулентность под влиянием тепловыделения и связанного с ним расширения газов. Было предложено несколько механизмов этих явлений, основанных на разных гипотезах относительно структуры зоны горения и определяющей стадии взаимодействия турбулентности с кинетикой химических реакций. В ряде работ [3—6] предлагался механизм генерирования турбулентности горением, основанный на том, что в турбулентном потоке присутствует слабо искривленное колеблющееся ламинарное пламя, создающее неравномерное поле течения газа, часть энергии которого переходит в энергию турбулентных пульсаций. Другие авторы [7—8] рассматривали объемные механизмы взаимодействия турбулентного поля с кинетикой химической реакции и предлагали критерии усиления турбулентности, основываясь на некоторых общих физических представлениях, например на условии усиления термогазокинетических колебаний, предложенном Рэлеем [9].