

## РАССЕЯНИЕ АЭРОЗОЛЕЙ В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Е. П. Куценогий

(Новосибирск)

Загрязнение атмосферы вредными выбросами промышленных предприятий и транспорта, загрязнения радиоактивными изотопами, процесс переноса пылицы и семян растений, спор бактерий, обработка сельскохозяйственных культур и леса различными ядохимикатами — далеко не полный круг вопросов, для которых знание закономерностей турбулентного перемешивания и распространения примеси в приземном слое атмосферы имеет весьма большое значение.

Для изучения этих закономерностей используется либо полуэмпирическое уравнение турбулентной диффузии (тогда скорость ветра и коэффициент диффузии задаются в виде функций пространственных координат), либо применяется статистический подход, при котором распределение рассеиваемой примеси подчиняется нормальному закону, а для определения характеристик распределения используются те или иные свойства турбулентных течений. Первый подход наиболее интенсивно развит в работах [1-4], второй — широко применяется в работах [5-6]. Подробное изложение этих вопросов можно найти в [7,8].

Обычно окончательное решение о применимости той или иной схемы расчета принимается только после сопоставления расчета с экспериментом [9]. Любые теоретические оценки обоими способами выполняются с точностью до некоторых произвольных постоянных, которые подбираются при помощи экспериментальных данных. Оба метода по существу следует считать полуэмпирическими, но статистический метод в некоторых случаях позволяет описать больше подробностей явления. Тем не менее пока не всегда удается сделать однозначный выбор способа описания.

Подробный анализ, проведенный в [9], и сопоставление результатов опытов с расчетными показывают, что с точностью до коэффициента 2 имеющиеся экспериментальные данные можно описать несколькими существующими моделями. Достоверность величин концентрации примеси и плотности осадка, измеренных в полевых условиях, не лучше  $\pm 50\%$  [10].

Поэтому теоретический анализ закономерностей рассеяния примеси в приземном слое атмосферы достаточно проводить с применением наиболее простой модели, и попытаться на ней проследить качественные различия в поведении рассеиваемой примеси в зависимости от метеорологических условий, физических характеристик примеси (прежде всего, скорости оседания) и условий введения ее в атмосферу (высоты источника над поверхностью земли и длительности его работы, направления движения относительно ветра и т. д.). Согласно существующим представлениям в приземном слое атмосферы для времен, больших чем Лагранжев масштаб времени, коэффициент турбулентной диффузии не зависит от времени [6,8].

Если пренебречь влиянием молекулярного взаимодействия, то уравнение, описывающее процесс рассеяния, совпадает с полуэмпирическим уравнением турбулентной диффузии [8]

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} - w \frac{\partial c}{\partial z} = k_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + f(x, y, z, t) \quad (1)$$

Здесь  $c$  — концентрация диффундирующего вещества в точке  $(x, y, z)$  в момент времени  $t$ ;  $u, v$  — компоненты ветра соответственно по осям  $x$  и  $y$ ;  $w$  — скорость оседания диффундирующей примеси;  $k_x, k_y, k_z$  — коэффициенты турбулентной диффузии вдоль направлений  $x, y, z$ ;  $f(x, y, z, t)$  — функция источника, описывающего работу генератора.

При проведении аэрозольных обработок генератор движется почти перпендикулярно среднему направлению ветра (ось  $x$ ). Ось  $z$  направлена вертикально вверх от уровня земли. Начало координат находится в точке, из которой движется генератор. При постоянной производительности генератора функция источника  $f(x, y, z, t)$  имеет следующий вид:

$$f(x, y, z, t) = \begin{cases} Q\delta(x)\delta(y - U_1 t)\delta(z - h) & (t \leq t_1) \\ 0 & (t < 0, t > t_1) \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $Q$  — производительность генератора ( $г/сек$ );  $U_1$  — скорость его движения ( $м/сек$ ),  $\delta(x)$  — дельта-функция,  $t_1$  — время работы генератора ( $сек$ ),  $h$  — высота источника ( $м$ ).

Решение уравнения (1) при начальных и граничных условиях  $c \rightarrow 0$  при  $x, y \rightarrow \pm \infty, z \rightarrow \infty$

$$k_z \frac{\partial c}{\partial z} + wc = \beta c \quad \text{при } z = 0, \quad c(x, y, z, 0) = 0$$

можно получить при помощи метода, изложенного в [11]. Допустим, что поток примеси на поверхности земли за счет турбулентной диффузии отсутствует, тогда

$$(dc/dz)_{z=0} = 0 \tag{3}$$

Решение задачи имеет вид

$$c(x, y, z, t) = \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{\infty} d\xi d\eta \int_0^{\infty} f(x - \xi, y - \eta, \zeta, t - \tau) c_0(\xi, \eta, z; \zeta) d\zeta \tag{4}$$

$$\begin{aligned} c_0(\xi, \eta, z, \tau; \zeta) &= 1/8 (\pi\tau)^{-3/2} (k_x k_y k_z)^{-1/2} \times \\ &\times \exp \left[ -\frac{(\xi - u\tau)^2}{4k_x \tau} - \frac{(\eta - v\tau)^2}{4k_y \tau} - \frac{w(z - \zeta)}{2k_z} + \frac{w^2 \tau}{4k_z} \right] \times \\ &\times \left\{ \exp \frac{-(z - \zeta)^2}{4k_z \tau} + \exp \frac{-(z + \zeta)^2}{4k_z \tau} \right\} - (4\pi k_z)^{-1} (k_x k_y)^{-1/2} w \times \\ &\times \exp \left[ \frac{(\xi - u\tau)^2}{4k_x \tau} - \frac{(\eta - v\tau)^2}{4k_y \tau} + \frac{w\xi}{k_z} \right] \Phi \left( -\frac{z + \xi + w\tau}{\sqrt{2k_z \tau}} \right) \end{aligned} \tag{5}$$

Остановимся более подробно на анализе поведения концентрации невесомой примеси у поверхности ( $z = 0$ ). Пусть  $w = z = v = 0$ . Условие  $v = 0$  может быть выполнено соответствующим выбором системы координат. Подставляя (2) и (5) в (4) и интегрируя по  $\xi, \eta$  и  $\zeta$ , получаем

$$c(x, y, 0, t) = q(x, y, 0, t) - q(x, y, 0, t - t_1) \tag{6}$$

$$\begin{aligned} q(x, y, 0, t) &= 1/4 Q \pi^{-3/2} (k_x k_y k_z)^{-1/2} \times \\ &\times \int_0^t \tau^{-3/2} \exp \left\{ -\frac{(x - u\tau)^2}{4k_x \tau} - \frac{[y - U_1(t - \tau)]^2}{4k_y \tau} - \frac{h^2}{4k_z \tau} \right\} d\tau \end{aligned} \tag{7}$$

Так как

$$\int_0^{\tau} t^{-3/2} \exp[-1/2(A^2/t + C^2t)] dt = \frac{\sqrt{2\pi}}{A} \left[ e^{-AC} \Phi \left( -\frac{A - C\tau}{\sqrt{\tau}} \right) + e^{AC} \Phi \left( -\frac{A + C\tau}{\sqrt{\tau}} \right) \right]$$

то решение (7) принимает вид

$$\begin{aligned} q(x, y, 0, t) &= \frac{Qe^B}{\pi A} 2^{-3/2} (k_x k_y k_z)^{-1/2} \times \\ &\times \left[ e^{-AC} \Phi \left( -\frac{A - Ct}{\sqrt{t}} \right) + e^{AC} \Phi \left( -\frac{A + Ct}{\sqrt{t}} \right) \right] \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$A^2 = \frac{x^2}{2k_x} + \frac{(y - U_1 t)^2}{2k_y} + \frac{h^2}{2k_z} = A_0^2 + \frac{h^2}{2k_z}, \quad B = \frac{xu}{2k_x} - \frac{U_1(y - U_1 t)}{2k_y}$$

$$C^2 = \frac{u^2}{2k_x} + \frac{U_1^2}{2k_y}, \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-1/2 t^2} dt$$

Если пренебречь областью, непосредственно прилегающей к границам обработанной полосы, ширина которой  $l = U_1 t_1$ , то второе слагаемое в формуле (6) можно опустить. Тогда наземная концентрация от генератора, движущегося перпендикулярно ветру, описывается соотношением (8). Для практических расчетов вместо (8) могут быть получены более простые соотношения, аппроксимирующие эту зависимость с точностью  $\sim 10\%$ . Это получается следующим образом. При  $h = 0$  максимум кон-

центрации достигается при  $t_m = x/u + y/U_1$ , причем в точке  $t_m$  справедливы следующие соотношения:

$$B - A_0C = 0, \quad A_0(t_m) = C \frac{x}{u}, \quad A_0''C = \frac{u^3}{2k_x x} \left(1 + \frac{k_y u^2}{k_x U_1^2}\right)^{-1}$$

Разлагая функцию  $B - A_0C$  в окрестности  $t_m$  в ряд Тейлора и ограничиваясь членами второго порядка малости, получаем

$$B - A_0C \approx -\frac{(t - t_m)^2}{2\sigma^2}, \quad \sigma^2 = \frac{2k_x x}{u^3} \left(1 + \frac{k_y u^2}{k_x U_1^2}\right)$$

Ошибка от замены величины  $A_0(t)$  значением  $A_0(t_m)$  в окрестности  $t_m \pm \sigma\sqrt{4.6}$  близка к

$$\frac{A_0'(t_m)\sigma\sqrt{4.6}}{A_0(t_m)} = \left[ \frac{9.2 k_x}{xu} \left(1 + \frac{k_y u^2}{k_x U_1^2}\right)^{-1} \right]^{1/2}$$

и убывает с ростом расстояния от источника (при  $k_x = k_y = 5 \text{ м}^2/\text{сек}$ ,  $U_1 = 3 \text{ м/сек}$ ,  $u = 2 \text{ м/сек}$  на расстоянии  $1 \text{ км}$  от линии движения генератора ошибка от такой замены не более 9%). Нетрудно показать, что

$$\mu = \frac{A_0(t_m) - Ct_m}{\sqrt{t_m}} < 0$$

а с расстояний в несколько сот метров  $|\mu| > 1$ . Вследствие этого  $\Phi(-\mu) \approx 1$ . Изменение  $t$  в пределах  $t_m \pm \sigma\sqrt{4.6}$  не сказывается на приведенных оценках, если  $y > \sqrt{2k_y x u^{-1}}$ . Последнее условие хорошо выполняется на практике, поэтому замена интеграла вероятности единицей вполне допустима.

Так как для аргумента второго интеграла вероятности в (8) справедливы следующие неравенства:

$$\frac{A_0(t_m) + Ct_m}{\sqrt{t_m}} > 0, \quad \frac{A_0(t_m) + Ct_m}{\sqrt{t_m}} \gg 1$$

то оценка второго слагаемого формулы (8) может быть проведена, если воспользоваться асимптотическим разложением интеграла. При  $x \gg 1$

$$\Phi(-x) \approx \frac{\exp(-1/2 x^2)}{\sqrt{2\pi} x}$$

второе слагаемое для всех практически интересных параметров много меньше первого, а формулы (6) и (8) упрощаются

$$c(x, y, 0, t) \approx q(x, y, 0, t) \approx \frac{2^{-3/2} Q}{\pi A_0(t_m)} (k_x k_y k_z)^{-1/2} \exp \frac{-(t - t_m)^2}{2\sigma^2} \quad (9)$$

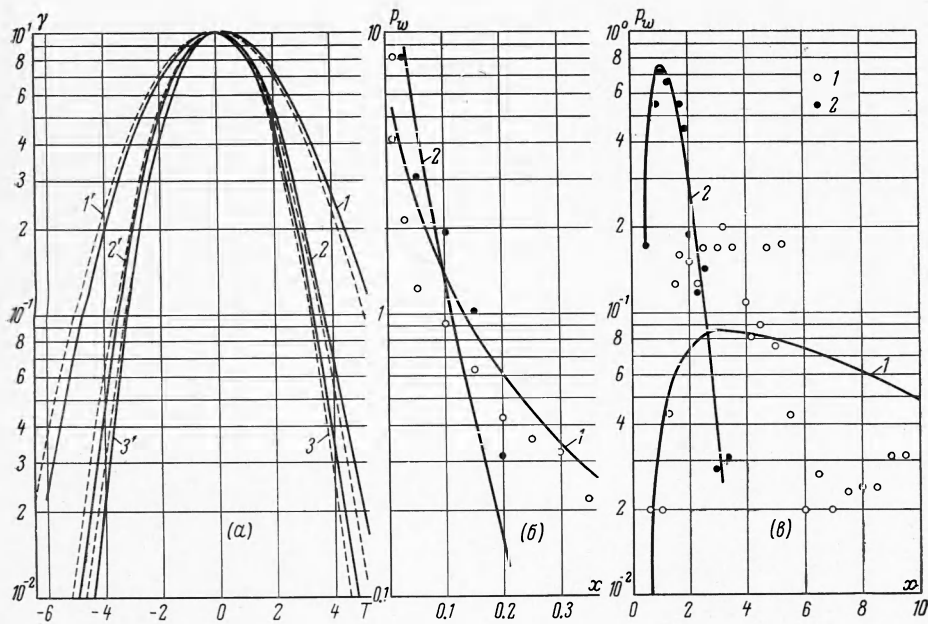
Отсюда следует, что при заданных  $k_y/k_x$  и  $u/U_1$ , кривые изменения концентрации по времени подобны, если временным масштабом выбрать  $\sqrt{k_x x u^{-3}}$ , а масштабом концентрации —  $c(x, y, 0, t_m)$ .

Расчеты по формуле (8) для  $k_x = k_y = 2 k_z$ , равных 0,5, 1,5, 5  $\text{м}^2/\text{сек}$ ,  $U = 1, 2$  и 4  $\text{м/сек}$  и  $U_1 = 3 \text{ м/сек}$ , показали, что независимо от расстояний  $x$  и  $y$  (расчет для  $x = 1, 3, 5, 7, 10 \text{ км}$  и  $y = 1 \text{ км}$ ) при заданной скорости ветра все закономерности изменения концентрации в координатах

$$\gamma = \frac{q(x, y, 0, t)}{q(x, y, 0, t_m)}, \quad T = \frac{t - t_m}{\sqrt{2k_x x u^{-3}}}$$

ложатся на одну кривую. Сплошные кривые 1, 2, 3, на фиг. 1, а соответствуют значениям  $u = 1, 2, 4 \text{ м/сек}$ .

Там же пунктирными линиями показаны результаты расчета по формуле (9) для тех же значений параметров (кривая 1' соответствует кривой 1 и т. д.). Наибольшие расхождения между соответствующими кривыми, получаемые при концентрации,



Фиг. 1

равной 0.1 своего максимального значения, не превышают 15—25%. Эта неточность, безусловно, окупается простотой расчета. Добавка  $A'_0(t_m)(t - t_m)$  к величине  $A_0(t_m)$  в формуле (9) уменьшает расхождение до нескольких процентов.

Концентрация примеси от высотного источника обычно заметно отличается от нуля при удалениях, равных нескольким высотам. При  $x \gg h$  формулу (9) следует переписать в виде

$$c(x, y, z, t) \approx \frac{2^{-3/2} Q}{\pi A_0(t_m)} (k_x k_y k_z)^{-1/2} \exp \left( -\frac{h^2 u}{4k_z x} - \frac{(t - t_m)^2}{2\sigma^2} \right)$$

При оценке эффективности аэрозольных и авиацимических обработок, вероятно, существенное значение имеет не сама концентрация, а величина дозы, определяемая следующим образом:

$$D_w = \int_0^{\infty} c_w dt \tag{10}$$

Индекс  $w$  указывает, что доза  $D$  и концентрация  $c$  зависят от скорости оседания частиц, т. е. от их размера. Плотность осадка, которая наиболее часто определяется в экспериментах по рассеянию и тяжелой примеси, в силу граничных условий (3) линейно связана с дозой

$$p_w = w D_w \tag{11}$$

Для полидисперсной примеси соотношения (10) и (11) интегрируются по всем размерам

$$D = \int_0^{\infty} D_w f(w) dw, \quad p = \int_0^{\infty} p_w f(w) dw$$

• Здесь  $f(w)$  — функция распределения по скоростям оседания (по размерам), нормированная к единице. Таким образом, все интересующие величины можно рассчитать, если известно выражение для дозы монодисперсного аэрозоля. После подстановки  $c_w$  из равенств (4) и (5) в уравнение (10) выражение для дозы  $D_w$  представляется в следующем виде:

$$D_w = \frac{QB_1}{4\pi^{3/2} \sqrt{k_x k_y k_z}} - \frac{QwB_2}{4\pi k_z \sqrt{k_x k_y}} \tag{12}$$

Меняя порядок интегрирования по  $t$  и  $\tau$  и вводя вместо  $t$  новую переменную

$$\frac{y - U_1(t - \tau) - v\tau}{\sqrt{2k_y\tau}}$$

для  $B_1$  и  $B_2$  получаем такие выражения

$$B_1 = \frac{2\sqrt{\pi k_y}}{U_1} \exp \frac{wh}{2k_z} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\varphi(\tau)}}{\tau} \left[ \Phi \left( \frac{y - v\tau}{\sqrt{2k_y\tau}} \right) - \Phi \left( \frac{y - l - v\tau}{\sqrt{2k_y\tau}} \right) \right] d\tau \quad (13)$$

$$B_2 = \frac{2\sqrt{\pi k_y}}{U_1} \exp \frac{wh}{k_z} \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\tau}} \exp \frac{-(x - u\tau)^2}{4k_x\tau} \Phi \left( -\frac{h + w\tau}{\sqrt{2k_y\tau}} \right) \times \\ \times \left[ \Phi \left( \frac{y - v\tau}{\sqrt{2k_y\tau}} \right) - \Phi \left( \frac{y - l - v\tau}{\sqrt{2k_y\tau}} \right) \right] d\tau \\ \varphi(\tau) = \frac{(x - u\tau)^2}{4k_x\tau} + \frac{w^2\tau}{4k_z} + \frac{h^2}{4k_z\tau}$$

Здесь  $l = U_1 t_1$  — путь, пройденный генератором. В формуле (13) у интеграла вероятности, стоящего за фигурной скобкой, аргумент отрицателен и принимает минимальное значение, равное  $\sqrt{2hwk_z}^{-1}$ . С увеличением размера частиц и высоты источника абсолютное значение его растет. Для малых частиц второе слагаемое в формуле (12) мало, так как перед  $B_2$  стоит множитель  $w$ . Поэтому без особых ошибок можно заменить интеграл вероятности его асимптотическим разложением. Взяв первый член этого разложения, получим

$$B_2 \approx \frac{2\sqrt{k_y k_x}}{U_1} \exp \frac{wh}{2k_z} \int_0^{\infty} \frac{\tau e^{-\varphi(\tau)}}{h + w\tau} \frac{d\tau}{\tau} \left[ \Phi \left( \frac{y - v\tau}{\sqrt{2k_y\tau}} \right) - \Phi \left( \frac{y - l - v\tau}{\sqrt{2k_y\tau}} \right) \right]$$

Вычисление интегралов, входящих в выражения для  $B_1$  и  $B_2$ , проводится методом Лапласа. Легко видеть, что  $B_2$  отличается от  $B_1$  множителем

$$\frac{\tau_m k_z^{1/2}}{\pi^{1/2}(h + w\tau_m)}, \quad \tau_m = \frac{(x^2 k_z + h^2 k_x)^{1/2}}{(u^2 k_z + w^2 k_x)^{1/2}}$$

Здесь  $\tau_m$  — корень уравнения  $\varphi'(\tau) = 0$ . На практике обычно достаточно хорошо выполняются условия

$$(h/x)^2 \ll 1, \quad (w/u)^2 \ll 1$$

В этом случае  $\tau_m = x/u$ , выражения для дозы после подстановки  $B_1$  и  $B_2$  в формулу (12) принимают вид

$$D_w \approx \frac{Q}{U_1} \left(1 + \frac{xw}{ku}\right)^{-1} (\pi x u k_z)^{-1/2} \exp \left[ -\frac{h^2 u}{4k_z x} \left(1 - \frac{xw}{hu}\right)^2 \right] \times \\ \times \left[ \Phi \left( \frac{y - xv/u}{\sqrt{2k_y x/u}} \right) - \Phi \left( \frac{y - l - vx/u}{\sqrt{2k_y x/u}} \right) \right] \quad (14)$$

Сопоставим результаты расчетов по этим формулам с имеющимися экспериментальными данными. Исследования дисперсного состава аэрозольной волны от мощного аэрозольного генератора показали, что более 90% массы аэрозоля содержится в каплях менее 10 мкм в диаметре. Так как из (14) следует, что частицы менее 10 мкм при единичной плотности, образующих их веществ практически невесомы, то облако, создаваемое генератором, можно также рассматривать невесомым.

Ось реактивного сопла генератора находится на высоте около двух метров от земли, однако облако может всплывать на высоту нескольких десятков метров за счет начального превышения температуры в нем над температурой окружающего воздуха. Когда высота всплывания не превышает 10 м, на расстояниях более 1 км от линии движения генератора, этим подъемом можно пренебречь и считать источник наземным. В этом случае величина дозы невесомой примеси должна быть максимальной при прочих равных условиях.

