

АППАРАТУРА И МЕТОДЫ ОПТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

УДК 629.735.33:551.6:621.371

Оценивание скорости диссипации турбулентной энергии в пограничном слое атмосферы из измерений радиальной скорости ветра микроимпульсными когерентными доплеровскими лидарами. I. Численный анализ

В.А. Банах, И.Н. Смалихо*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 20.04.2017 г.

Представлены результаты численных исследований точности метода азимутальной структурной функции оценивания скорости диссипации кинетической энергии турбулентности из массива радиальных скоростей, измеряемых низкоэнергетическими когерентными доплеровскими лидарами при коническом сканировании зондирующим пучком вокруг вертикальной оси. Определены границы применимости метода в зависимости от интенсивности турбулентности и отношения сигнал-шум.

Ключевые слова: скорость диссипации, доплеровский лидар, моделирование, интенсивность турбулентности, отношение сигнал-шум; *dissipation rate, Doppler lidar, simulation, turbulence strength, signal-to-noise ratio.*

Введение

Одним из ключевых параметров турбулентного поля ветра является скорость диссипации кинетической энергии турбулентности ε . В инерционном интервале пространственных масштабов неоднородностей поля скоростей каскадный процесс передачи турбулентной энергии от крупномасштабных неоднородностей к мелкомасштабным полностью определяется этим параметром и подчиняется «закону $2/3$ » Колмогорова [1]. Скорость диссипации характеризует интенсивность турбулентных процессов в атмосфере, поэтому при решении практических задач важно знать, как она изменяется в пространстве и во времени. Именно этим обусловлен значительный исследовательский интерес к разработке методов дистанционного, в частности, лидарного измерения скорости диссипации. Библиография исследований в этом направлении широко представлена в монографии [2] и обзоре [3]. Имеются и более поздние публикации на эту тему [4–6]. Так, в работе [6] предложено оценивать скорость диссипации в пределах инерционного интервала турбулентности в атмосфере из поперечной (азимутальной) структурной функции радиальной скорости, измеряемой импульсным когерентным доплеровским ветровым лидаром при коническом сканировании зондирующим пучком вокруг вертикальной оси. В [6] показано, что оценки скорости диссипации $\hat{\varepsilon}_L$, полученные этим методом из данных лидара

Stream Line, и одновременно измеренные акустическим анемометром на той же высоте значения скорости диссипации $\hat{\varepsilon}_S$ удовлетворительно согласуются друг с другом. Однако в общем случае анализ погрешности оценивания скорости диссипации этим методом из ветровых данных, получаемых с использованием микроимпульсных лидаров класса лидара Stream Line, в зависимости от атмосферных условий не проводился.

Световолоконные микроимпульсные когерентные доплеровские лидары (КДЛ) типа Stream Line относятся к классу низкоэнергетических лидаров, для которых характерны очень низкие отношения сигнал-шум при фоновой концентрации атмосферного аэрозоля. В [7] разработан метод оценивания скорости и направления ветра с приемлемой точностью из данных, измеряемых такими лидарами, которые могут содержать до 50% плохих [9] оценок радиальной скорости. Этот метод использует процедуру фильтрации хороших оценок радиальной скорости. Аналогичных процедур фильтрации, которые можно было бы использовать при оценивании параметров ветровой турбулентности, нет. Поэтому для определения параметров турбулентности можно использовать только мало зашумленные данные, при которых вероятность плохой оценки радиальной скорости близка к нулю. Вследствие этого высотный потолок восстановления профилей параметров турбулентности из лидарных данных существенно ниже максимальной высоты восстановления профилей скорости и направления ветра и требуется заранее знать, какие данные могут быть использованы для оценки турбулентных параметров.

* Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru); Игорь Николаевич Смалихо (smalikh@iao.ru).

В первой части настоящей работы проводится анализ точности метода азимутальной структурной функции (МАСФ) в зависимости от условий в атмосфере: концентрации аэрозоля (отношения сигнал-шум) и интенсивности турбулентности (скорости диссипации). Во второй части работы представлены результаты лидарных исследований этим методом ветровой турбулентности во время образования атмосферных внутренних волн и низкоуровневых струйных течений в пограничном слое атмосферы в прибрежной зоне оз. Байкал.

1. Основные соотношения

Во время измерения лидаром радиальной скорости при коническом сканировании зондирующим пучком вокруг вертикальной оси угол места φ фиксирован, а азимутальный угол θ со временем t изменяется от 0 до 360° при угловой скорости сканирования ω_c . Исходными данными измерений лидаром Stream Line являются массивы оценок корреляционных функций комплексного сигнала $\hat{C}(lT_s; R_k, \theta_m, n)$, где $l = 0, 1, \dots, 6$; $T_s = 1/B$; $B = 50$ МГц – частотная полоса пропускания приемника; $R_k = R_0 + k\Delta R$ – расстояние от лидара до центра зондируемого объема, ΔR – шаг по дальности, который обычно задают равным 18 или 30 м, $k = 0, 1, 2, \dots, K$; $\theta_m = m\Delta\theta$ – азимутальный угол; $m = 1, 2, 3, \dots, M$, $\Delta\theta$ – разрешение по азимутальному углу и $n = 1, 2, 3, \dots, N$ – номер сканирования. Для каждой корреляционной функции $\hat{C}(lT_s; R_k, \theta_m, n)$ используется аккумуляция данных с одним и тем же числом N_a зондирующих импульсов. В случае лидара Stream Line частота следования импульсов $f_p = 15$ кГц. Например, при $N_a = 1500$ (минимально допустимое значение для такого лидара) время измерения корреляционной функции комплексного лидарного сигнала $T_C = N_a/f_p = 0,1$ с. Тогда при скорости сканирования $\omega_c = 10^\circ/\text{с}$ разрешение по азимутальному углу $\Delta\theta = \omega_c T_C = 1^\circ$, число лучей за одно полное сканирование $M = 360$ и продолжительность одного сканирования $T_{\text{scan}} = T_C M = 36$ с.

Для реализации возможности оценивания параметров турбулентности из ветровых данных важно проводить измерения с высоким разрешением по азимутальному углу. В то же время тангенциальная скорость перемещения зондируемого объема $V_t = \omega_c R_k \cos\varphi$ должна значительно превышать среднюю скорость ветра на высоте измерения.

Из оценок корреляционных функций $\hat{C}(lT_s; R_k, \theta_m, n)$ с использованием формул [8] рассчитываются доплеровские спектры $\hat{S}_D(f; R_k, \theta_m, n)$, по положениям максимумов которых получают массив оценок радиальных скоростей $\hat{V}_r(R_k, \theta_m, n)$. Также из массива $\hat{C}(lT_s; R_k, \theta_m, n)$ находят массив оценок отношения сигнал-шум как

$$\hat{S}\hat{N}R(R_k, \theta_m, n) = \hat{C}(0; R_k, \theta_m, n) / P_N - 1,$$

где P_N – мощность шума. Дальнейшая процедура обработки лидарных данных с целью получения оценок скорости диссипации $\hat{\epsilon}(h_k)$ на высотах $h_k = R_k \sin\varphi$ заключается в следующем.

Для каждой высоты h_k из массива оценок радиальных скоростей $\hat{V}_r(R_k, \theta_m, n)$ с помощью синусоидальной подгонки [2] определяют вектор средней скорости ветра $\mathbf{V} = \{V_z, V_x, V_y\}$ и рассчитывают флуктуации радиальной скорости

$$\hat{V}'_r(R_k, \theta_m, n) = \hat{V}_r(R_k, \theta_m, n) - \mathbf{S}_m \mathbf{V}(h_k), \quad (1)$$

где $\mathbf{S}_m = \{\sin\varphi, \cos\varphi \cos\theta_m, \cos\varphi \sin\theta_m\}$. Затем получают оценки азимутальной структурной функции радиальной скорости, измеряемой лидаром, с помощью формулы

$$\hat{D}_L(m'\Delta\theta) = N^{-1} \sum_{n=1}^N (M-m')^{-1} \sum_{m=1}^{M-m'} [\hat{V}'_r(R_k, \theta_m + m'\Delta\theta, n) - \hat{V}'_r(R_k, \theta_m, n)]^2, \quad (2)$$

$m' = 1, 2, 3, \dots, M'$, $M'\Delta\theta \ll \pi/2$, $\Delta\theta$ в радианах. Условие $M'\Delta\theta \ll \pi/2$ позволяет заменить азимутальную структурную функцию $D_L(m'\Delta\theta)$ на поперечную структурную функцию радиальной скорости $D_\perp(m'\Delta y_k)$, где $\Delta y_k = \Delta\theta R_k \cos\varphi$ – поперечный (к оптической оси) размер зондируемого объема. Скорость диссипации турбулентной энергии можно оценить из разности лидарных оценок азимутальной структурной функции [6]:

$$\Delta\hat{D}_L(M'\Delta\theta) = \hat{D}_L(M'\Delta\theta) - \hat{D}_L(\Delta\theta),$$

если $M'\Delta y$ не превышает верхнюю границу инерционного интервала турбулентности. Вероятность плохой оценки радиальной скорости P_b нулевая, и $\hat{V}'_r(R_k, \theta_m, n)$ представима в виде

$$\hat{V}'_r(R_k, \theta_m, n) = \bar{V}_r(R_k, \theta_m, n) + V_e(R_k, \theta_m, n), \quad (3)$$

где $\bar{V}_r(R_k, \theta_m, n)$ – радиальная скорость, усредненная по зондируемому объему; $V_e(R_k, \theta_m, n)$ – случайная инструментальная погрешность, обладающая свойствами белого шума с нулевым средним и дисперсией $\sigma_e^2 = \langle V_e^2 \rangle$.

Вероятность плохой оценки радиальной скорости из лидарных данных зависит от атмосферных условий, главным образом от концентрации аэрозольных частиц, что проявляется через отношение сигнал-шум. Таким образом, чтобы определить условия применимости МАСФ для оценивания скорости диссипации [6], нужно найти то минимальное значение отношения сигнал-шум SNR, при котором вероятность плохой оценки P_b в массиве оценок $\hat{V}'_r(R_k, \theta_m, n)$, полученных из измерений лидаром Stream Line, близка к нулю (не превышает сколько угодно малого заданного числа). Для этого нужно знать зависимость $P_b(\text{SNR})$. Эту зависимость мож-

но найти, воспользовавшись теорией когерентных доплеровских лидаров [2].

2. Плотность вероятностей плохой оценки радиальной скорости из лидарных данных

В соответствии с [2] выражение для оценки нормированной на средний спектр шума спектральной плотности мощности импульсного доплеровского эхосигнала $\hat{S}_D(f)$ для параметров световолоконных КДЛ можно представить в виде

$$\hat{S}_D(f) = AS(f) + \tilde{n}(f), \quad (4)$$

где $f = f_l = f_1 + (l - L/2)\Delta f$ – частота, f_1 – промежуточная частота (разность частот зондирующего и опорного излучения), $l = 1, 2, \dots, L - 1$ – номер спектрального канала, $L \geq \tau_p B$ – число спектральных каналов, B – полоса частот пропускания приемника, τ_p – длительность импульса, $\Delta f = B/L$ – ширина спектрального канала; $A = \text{SNRB}/\tau_p$ – величина, не зависящая от длительности импульса и имеющая размерность с^{-2} ;

$$S(f) = \tau_p^2 \int_0^1 d\xi (1 - \xi)^2 \times \sum_{i=1}^2 \text{sinc}^2(\pi\tau_p[f - f_1 - 2V_r(R + (-1)^i \Delta z \xi)/\lambda](1 - \xi)) \quad (5)$$

– нормированный доплеровский спектр размерностью с^2 ; $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$; $V_r(z')$ – распределение радиальной скорости вдоль оси зондирующего пучка z' ; R – расстояние от лидача до центра зондируемого объема; $\Delta z = c\tau_p/2$ – продольный размер зондируемого объема; c – скорость света и λ – длина волны зондирующего излучения. В (4) $\tilde{n}(f)$ – безразмерная шумовая составляющая оценки доплеровского спектра с нулевым средним: $\langle \tilde{n} \rangle = 0$. Как правило, низкоэнергетические оптоволоконные импульсные КДЛ имеют очень высокую частоту повторения импульсов и для аккумуляции исходных лидарных данных используют не менее $N_a = 1000$ импульсов. Вследствие этого распределение функции плотности вероятностей $p(\tilde{n})$ близко к нормальному распределению с дисперсией $\sigma_n^2 = \langle \tilde{n}^2 \rangle$.

Для рассматриваемого здесь типа КДЛ оценку радиальной скорости $\hat{V}_r(R)$ получают по положению максимума измеренного доплеровского спектра:

$$\max\{\hat{S}_D(f)\} = \hat{S}_D(f_{\max}), \quad (6)$$

$$\hat{V}_r = (f_{\max} - f_1)\lambda/2. \quad (7)$$

Из (5) следует, что в случае однородного ветра ($V_r(R + z') = \text{const}$, $|z'| \leq \Delta z$) спектр $S(f)$ описывается формулой

$$S(f) = \frac{1 - \text{sinc}[2\pi\tau_p(f - f_1 - 2V_r/\lambda)]}{[\pi(f - f_1 - 2V_r/\lambda)]^2}. \quad (8)$$

При этом пиковое значение спектра $S(f_{\max}) = (2/3)\tau_p^2$, где $f_{\max} = f_1 + 2V_r/\lambda$, имеет квадратичную зависимость от длительности импульса.

Если второе слагаемое в правой части формулы (4) на частоте f , отстоящей от частоты, на которой $S(f)$ имеет максимум, более чем на $1/\tau_p$, превысит первое слагаемое, то полученная по алгоритму (6), (7) оценка радиальной скорости \hat{V}_r , следуя введенной в [9] терминологии, является плохой (т.е. ложной) оценкой. Когда зависимость дисперсии σ_n^2 от частоты f не существенна, то можно положить $\sigma_n^2 = N_a^{-1}$. С учетом нормальности распределения $p(\tilde{n})$ получаем формулу вероятности плохой оценки радиальной скорости P_b в виде

$$P_b = 1 - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \text{erf}(x + x_0) \exp\{-x^2\} \right]^{N_s - 1}, \quad (9)$$

где

$$x_0 = A\sqrt{N_a/2} \max\{S(f)\}; \quad (10)$$

$\text{erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^{\infty} d\xi \exp(-\xi^2)$ – интеграл вероятности и $N_s = B\tau_p$ – число независимых спектральных каналов.

Для определения минимального значения SNR, при котором вероятность плохой оценки в массиве радиальных скоростей $\hat{V}_r(R_k, \theta_m, n)$, полученных из измерений лидаром Stream Line, не превышает $(MN)^{-1}$, была рассчитана зависимость $P_b(\text{SNR})$ по формуле (9), в которой параметр $N_s - 1$ был заменен на $6MN$, а выражение (10) для x_0 представлено в виде

$$x_0 = \text{SNR}\sqrt{N_a/2} \max\{S_N(f)\}. \quad (11)$$

Здесь $S_N(f)$ – безразмерный доплеровский спектр. Для лидара Stream Line при использовании временного окна шириной $\tau_w = 6T_s = 120$ нс основной вклад в величину $\max\{S_N(f)\}$ вносит инструментальное уширение доплеровского спектра даже при сильной ветровой турбулентности. Поэтому для расчетов $\max\{S_N(f)\}$ можно положить $V_r(R, \theta) = \text{const}$, в результате чего, с учетом гауссова временного профиля мощности излучения $P_L(t)$ в микроимпульсных лидарах,

$$\max\{S_N(f)\} = 1 + 2 \sum_{l=1}^6 (1 - l/7) \exp[-(\gamma l)^2], \quad (12)$$

где $\gamma = T_s/(2\sigma_p)$ и $\sigma_p = \tau_p/(2\sqrt{\ln 2})$. Для лидара Stream Line длительность импульса $\tau_p = 170$ нс и, согласно расчету по формуле (12), $\max\{S_N(f)\} = 6,5$.

Тогда из формул (9), (11) при $N_a = 1500$, $M = 360$ и $N = 20$ находим, что вероятность плохой оценки радиальной скорости становится меньше $(MN)^{-1}$ ($P_b \leq (MN)^{-1}$) при $\text{SNR} \geq 0,03$.

3. Азимутальная структурная функция радиальной скорости

Условие $M'\Delta y_k \leq L_I$ (L_I – масштаб, соответствующий внешней границе инерционного интервала) позволяет при расчете азимутальной структурной функции радиальной скорости

$$D_L(m'\Delta\theta) = \langle \hat{D}_L(m'\Delta\theta) \rangle$$

считать турбулентность изотропной. Тогда с учетом (3) в случае статистической однородности по горизонтали и стационарности турбулентного поля ветра

$$D_L(m'\Delta\theta) = \bar{D}(m'\Delta\theta) + 2\sigma_e^2, \quad (13)$$

где

$$\bar{D}(m'\Delta\theta) = \langle [\bar{V}'_r(R_k, \theta_m + m'\Delta\theta, n) - \bar{V}'_r(R_k, \theta_m, n)]^2 \rangle$$

– азимутальная структурная функция радиальной скорости, усредненной по зондируемому объему, и $\bar{V}'_r = \bar{V}_r - \langle V_r \rangle$. Для расчета структурной функции $\bar{D}(m'\Delta\theta)$ (13) при $\sigma_e^2 = 0$ использовался метод статистических испытаний на основе алгоритма компьютерной генерации случайных двумерных распределений радиальной скорости $V_r(R + z', \theta)$ [10].

На рис. 1 приведен пример моделирования случайных реализаций зависимостей от азимутального угла θ_m радиальной скорости $V_r(R, \theta_m)$ (кривая 2) и лидарной оценки радиальной скорости по положению максимумов доплеровских спектров $\hat{V}'_r(R, \theta_m)$ (кривая 3) при средней скорости ветра 10 м/с для угла места $\varphi = 60^\circ$, расстояния до центра зондируемого объема $R = 344$ м (высота $h \approx 300$ м), разрешения по азимутальному углу $\Delta\theta = 1^\circ$ ($\Delta y_k = 3$ м), скорости диссипации энергии турбулентности $\varepsilon = 10^{-2}$ м²/с³ и интегрального масштаба корреляции флуктуаций скорости ветра $L_V = 250$ м. Так как $\sigma_e^2 = 0$, то, согласно (3), лидарная оценка радиальной скорости

$$\hat{V}'_r(R, \theta_m) = \bar{V}'_r(R, \theta_m).$$

Видно, что кривая 3 на рис. 1 более сглаженная по сравнению с кривой 2, т.е. имеет место усреднение по зондируемому объему, продольный размер которого в случае лидара Stream Line $\Delta z = 30$ м.

Согласно (13) разностная структурная функция $\Delta D_L(m'\Delta\theta) = D_L(m'\Delta\theta) - D_L(\Delta\theta)$ не зависит от инструментальной погрешности оценки радиальной скорости σ_e и представляет собой разность $\Delta \bar{D}(y) = \bar{D}(m'\Delta\theta) - \bar{D}(\Delta\theta)$, где $y = m'\Delta y_k$. Чтобы определить, как сказывается усреднение по зондируемому объему на разностной структурной функции, были рассчитаны методом статистических испыта-

ний разностные структурные функции радиальной скорости $\Delta \bar{D}_{\max}(y)$ и $\Delta \bar{D}_{\text{cnt}}(y)$, где индексы max и cnt указывают на то, что радиальная скорость оценивалась соответственно по положению максимума спектра и по центру тяжести спектрального распределения.

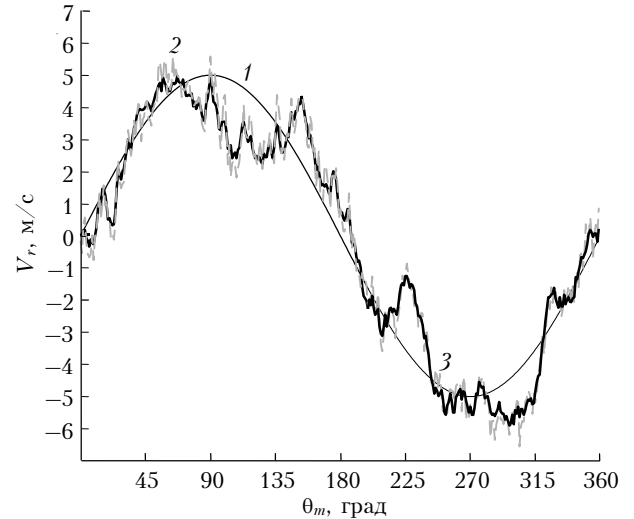


Рис. 1. Азимутальные зависимости средней радиальной скорости (кривая 1), радиальной скорости в центре зондируемого объема, перемещающегося по основанию конуса сканирования (кривая 2) и лидарной оценки радиальной скорости (кривая 3)

На рис. 2 представлены результаты расчетов разностных структурных функций

$$\Delta D(y) = D(m'\Delta\theta) - D(\Delta\theta),$$

где

$$D(m'\Delta\theta) = \langle [V'_r(R, \theta_m + m'\Delta\theta) - V'_r(R, \theta_m)]^2 \rangle$$

– структурная функция радиальной скорости (без усреднения по зондируемому объему), $\Delta \bar{D}_{\max}(y)$ и $\Delta \bar{D}_{\text{cnt}}(y)$.

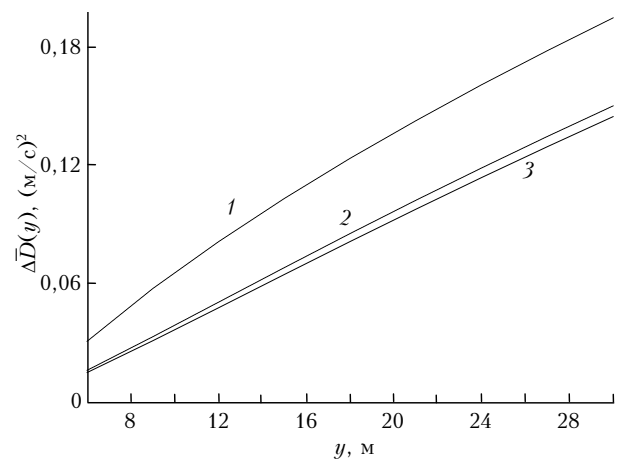


Рис. 2. Разностные структурные функции $\Delta D(y)$ (кривая 1), $\Delta \bar{D}_{\max}(y)$ (кривая 2) и $\Delta \bar{D}_{\text{cnt}}(y)$ (кривая 3) при $\varepsilon = 10^{-3}$ м²/с³ и $L_V = 300$ м

Видно, что из-за усреднения радиальной скорости по зондируемому объему $\Delta\bar{D}_{\text{cnt}}(y)$ и $\Delta\bar{D}_{\text{max}}(y)$ существенно меньше $\Delta D(y)$ в рассматриваемом диапазоне значений y (в 2–1,4 раза). Поэтому при оценивании скорости диссипации из лидарных данных обязательно необходимо учитывать усреднение по объему зондирования.

4. Относительное смещение оценки скорости диссипации

Так как лидар Stream Line формирует зондируемый объем с небольшими продольным ($\Delta z = 30$ м) и поперечным ($\Delta y_k = 3$ м) размерами, то функция $\Delta\bar{D}_{\text{max}}(y)$, как это следует из рис. 2, довольно близка к $\Delta\bar{D}_{\text{cnt}}(y)$ даже при сильной ветровой турбулентности. Тем не менее имеет смысл рассчитать относительное смещение оценки скорости диссипации $b_\varepsilon = [\langle \hat{\varepsilon} \rangle / \varepsilon - 1] \times 100\%$, возникающее при использовании $\Delta\bar{D}_{\text{max}}(y)$ для оценивания скорости диссипации по [6, формулы (6)–(8)], определяющим $\Delta\bar{D}_{\text{cnt}}(y)/\varepsilon^{2/3}$. Основываясь на соотношениях [6], можно показать, что это смещение определяется формулой

$$b_\varepsilon = (3/2)[\Delta\bar{D}_{\text{max}}(y)/\Delta\bar{D}_{\text{cnt}}(y) - 1] \times 100\%. \quad (14)$$

Проведенные авторами [11] исследования показывают, что в пограничном слое атмосферы верхняя граница инерционного интервала турбулентности L_I может варьироваться в широких пределах. На высотах h , превышающих 100 м, L_I не меньше 20 м. Поэтому в расчетах функций $\Delta\bar{D}_{\text{max}}(y)$ и $\Delta\bar{D}_{\text{cnt}}(y)$, используемых для оценивания скорости диссипации ε , задавался разнос $y = 7\Delta y_k = 21$ м.

На рис. 3 представлены результаты расчета относительного смещения оценки скорости диссипации в зависимости от заданного значения ε на основе моделируемых данных микроимпульсного лидара.

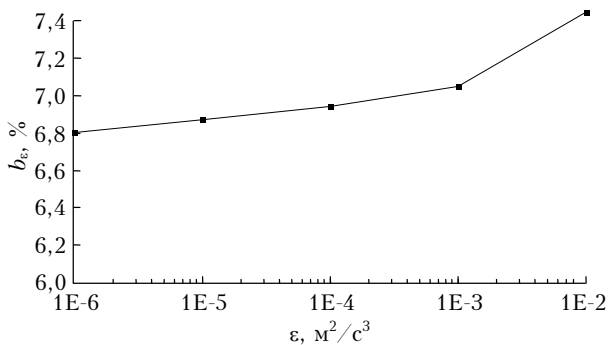


Рис. 3. Относительное смещение лидарной оценки скорости диссипации энергии турбулентности в зависимости от интенсивности ветровой турбулентности

Видно, что в широком диапазоне значений ε смещение b_ε изменяется незначительно и составляет в среднем 7%. Так как b_ε слабо зависит от интен-

сивности турбулентности, его нетрудно учесть при получении конечного результата обработки исходных данных, измеренных лидаром Stream Line.

После корректировки данных путем умножения теоретически рассчитываемой величины $\Delta\bar{D}_{\text{cnt}}(y)/\varepsilon^{2/3}$ на $(1,07)^{2/3} \approx 1,046$ лидарная оценка $\hat{\varepsilon}$ становится практически несмещенной.

5. Относительная погрешность лидарной оценки скорости диссипации

Относительная погрешность лидарной оценки скорости диссипации $E_\varepsilon = \sqrt{\langle (\hat{\varepsilon}/\varepsilon - 1)^2 \rangle}$ рассчитывалась для $N_a = 1500$, $N = 20$, $M = 360$, $\Delta y_k = 3$ м и $M' = 7$ ($y = 21$ м) при различных SNR и скорости диссипации ε . Для получения лидарных оценок скорости диссипации $\hat{\varepsilon}$ можно было бы воспользоваться алгоритмом [10, формула (14)] численного моделирования случайных реализаций лидарного сигнала с последующей обработкой моделируемых доплеровских спектров по алгоритму (1)–(3), (11)–(13). Однако возможности современных персональных компьютеров не позволяют провести полноценный статистический анализ результатов оценивания скорости диссипации. Поэтому мы были вынуждены существенно упростить задачу, сделав ряд допущений.

Для отношения оценки скорости диссипации $\hat{\varepsilon}$ к ее заданному значению ε справедливо выражение

$$\hat{\varepsilon}/\varepsilon = [\Delta\hat{D}_L(y)/\Delta\bar{D}(y)]^{3/2},$$

где

$$\Delta\hat{D}_L(y) = \hat{D}_L(y) - \hat{D}_L(\Delta y_k).$$

Будем считать, что погрешность $E_\varepsilon \ll 1$. Тогда ее можно представить в виде

$$E_\varepsilon = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{\langle [\Delta\hat{D}_L(y) - \Delta\bar{D}(y)]^2 \rangle}}{\Delta\bar{D}(y)}. \quad (15)$$

Использование в (15) формул (2), (3) с учетом неравенства $M' \gg 1$ и свойств случайной инструментальной погрешности оценивания радиальной скорости

$$\langle V_e(m\Delta\theta, n)V_e(m'\Delta\theta, n') \rangle = \sigma_e^2 \delta_{m-m'} \delta_{n-n'}$$

(δ_α – символ Кронекера) позволяет для E_ε получить следующее выражение:

$$E_\varepsilon = (3/2) \sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_I^2}, \quad (16)$$

где σ_D^2 – относительная дисперсия $\Delta\hat{D}_L(y)$ при $\sigma_e^2 = 0$ и

$$\sigma_I^2 = \frac{8}{(M - M')N} \left(1 + \frac{\sigma_e^2}{\Delta\bar{D}(y)} \right) \frac{\sigma_e^2}{\Delta\bar{D}(y)}. \quad (17)$$

Величина $\sigma_{\bar{D}}$ была рассчитана с помощью численного моделирования случайных реализаций $V_r(R+z',\theta)$ и оценивания радиальной скорости по положению максимумов доплеровских спектров из моделируемых данных импульсного лидара. При $N = 20$, $M = 360$, $\Delta y_k = 3$ м и $M' = 7$ мы получили значение $\sigma_{\bar{D}} = 0,04$, не зависящее от скорости диссипации ε . Величина $\Delta\bar{D}(y)$, которая пропорциональна $\varepsilon^{2/3}$, рассчитывалась нами по приведенным в [6] формулам (6)–(8).

Чтобы найти инструментальную погрешность оценки радиальной скорости σ_e в зависимости от SNR, мы предполагали, что лидарные измерения проводятся при слабой ветровой турбулентности и скорость диссипации $\varepsilon \leq 10^{-3}$ м²/с³. В этом случае ветровую турбулентность при моделировании случайных реализаций лидарного сигнала можно не учитывать и становится реальным с использованием персонального компьютера рассчитать инструментальную погрешность σ_e на основе данных численного моделирования. Из результатов проведенного при таких допущениях численного анализа следует, что зависимость σ_e (SNR) хорошо аппроксимируется простым аналитическим выражением

$$\sigma_e = \left(1 + \frac{1}{\text{SNR}}\right) \frac{\Delta v}{\sqrt{N_a}}, \quad (18)$$

где $\Delta v = 0,4$ м/с. Полученная формула (18) хорошо согласуется с развитой в [12] теорией.

На рис. 4 представлены результаты расчета зависимости относительной погрешности лидарной оценки скорости диссипации кинетической энергии турбулентности $E_\varepsilon \times 100\%$ от отношения сигнал-шум при различной интенсивности ветровой турбулентности.

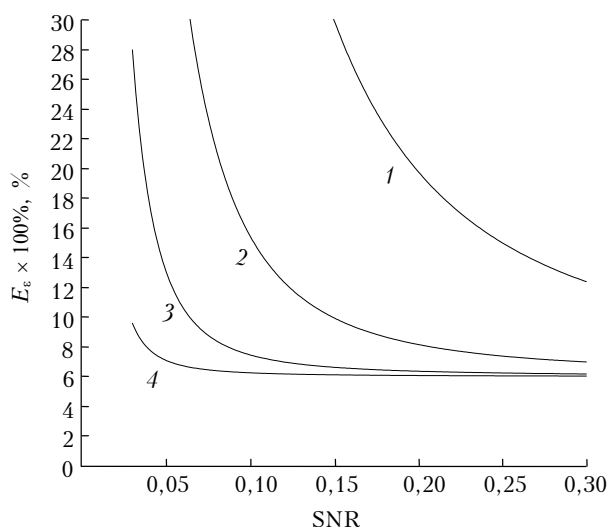


Рис. 4. Зависимость относительной погрешности лидарной оценки скорости диссипации от отношения сигнал-шум при $\varepsilon = 10^{-6}$ (1), 10^{-5} (2), 10^{-4} (3) и 10^{-3} (4) м²/с³

Видно, что оценки скорости диссипации с приемлемой точностью можно получать из измерений лидаром Stream Lin даже при очень слабой турбулентности, когда $\varepsilon = 10^{-6}$ м²/с³, если $\text{SNR} \geq 0,24$.

По данным численного моделирования с использованием (16)–(18) были определены значения ε и SNR, при которых $\sigma_l \leq 0,1$. С учетом того, что $\sigma_{\bar{D}} = 0,04$, относительная погрешность $E_\varepsilon \times 100\%$ в этом случае не должна превышать 16%.

Рис. 5 показывает зависимость отношения сигнал-шум от скорости диссипации энергии турбулентности, при которой относительная погрешность $E_\varepsilon \times 100\% = 16\%$.

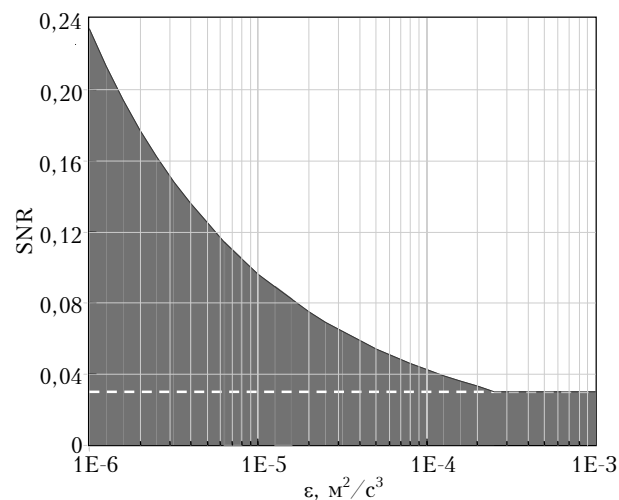


Рис. 5. Зависимость отношения сигнал-шум от скорости диссипации энергии турбулентности при $E_\varepsilon \times 100\% = 16\%$

Серым цветом показана область значений ε и SNR, при которых погрешность лидарной оценки скорости диссипации превышает 16% или такая оценка в принципе невозможна из-за недостаточно полной статистической выборки данных, когда отношение $\Delta\hat{D}_L(y)/[\Delta\bar{D}(y)/\varepsilon^{2/3}]$ может принимать отрицательные значения. Пунктирной линией на рисунке показан уровень $\text{SNR} = 0,03$, ниже которого оценка скорости диссипации невозможна при любом значении ε из-за наличия в измеренном массиве радиальных скоростей плохих оценок. Рис. 5 полезен тем, что дает возможность судить о репрезентативности оценки скорости диссипации $\hat{\varepsilon}$ по измеренному отношению сигнал-шум $\hat{\text{SNR}}$.

Заключение

В работе предложен новый способ расчета относительной погрешности лидарной оценки скорости диссипации кинетической энергии турбулентности и выполнен численный анализ точности метода азимутальной структурной функции оценивания скорости диссипации из массива радиальных скоростей, измеряемых когерентными доплеровскими

лидарами при коническом сканировании зондирующим пучком вокруг вертикальной оси. Определены границы применимости метода азимутальной структурной функции для оценивания скорости диссипации из данных измерений низкоэнергетическими световолоконными когерентными лидарами класса лидара Stream Line в зависимости от интенсивности турбулентности и отношения сигнал-шум.

Работа выполнена в рамках проекта РФФ № 14-17-00386-П.

1. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1941. Т. 30, № 4. С. 299–303.
2. Банах В.А., Смалихо И.Н. Когерентные доплеровские ветровые лидары в турбулентной атмосфере. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2013. 304 с.
3. Sathe A., Mann J. A review of turbulence measurements using ground-based wind lidars // Atmos. Meas. Tech. 2013. V. 6. P. 3147–3167.
4. Sathe A., Banta R., Pauscher L., Vogstad K., Schlipf D., Wylie S. Estimating turbulence statistics and parameters from ground and nacelle-based lidar measurements // IEA Wind Expert Report. DTU Wind Energy, 2015.
5. Sathe A., Mann J., Vasiljevic N., Lea G. A six-beam method to measure turbulence statistics using ground-based wind lidars // Atmos. Meas. Tech. 2015. V. 8. P. 729–740.
6. Смалихо И.Н., Банах В.А., Фалиц А.В., Руди Ю.А. Определение скорости диссипации энергии турбулентности из данных, измеренных лидаром «Stream Line» в приземном слое атмосферы // Оптика атмосфер. и океана. 2015. Т. 28, № 10. С. 901–905.
7. Банах В.А., Смалихо И.Н. Измерение ветра в пограничном слое атмосферы микроимпульсными когерентными доплеровскими лидарами // Оптика и спектроскопия. 2016. Т. 121, № 1. С. 164–171.
8. Банах В.А., Брюер А., Пичугина Е.Л., Смалихо И.Н. Измерения скорости и направления ветра когерентным доплеровским лидаром в условиях слабого эхосигнала // Оптика атмосфер. и океана. 2010. Т. 23, № 5. С. 333–340.
9. Frehlich R.G., Yadlowsky M.J. Performance of mean-frequency estimators for Doppler radar and lidar // J. Atmos. Ocean. Technol. 1994. V. 11, N 5. P. 1217–1230.
10. Смалихо И.Н., Банах В.А. Точность оценивания скорости диссипации энергии турбулентности из измерений ветра импульсным когерентным доплеровским лидаром при коническом сканировании зондирующим пучком. Часть I. Алгоритм обработки лидарных данных // Оптика атмосфер. и океана. 2013. Т. 26, № 3. С. 213–219.
11. Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер Е.К. Турбулентность в пограничном слое атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 263 с.
12. Ray B.J., Hardesty R.M. Discrete spectral peak estimation in incoherent backscatter heterodyne lidar. I: Spectral accumulation and Cramer–Rao lower bound // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 1993. V. 31, N 1. P. 16–27.

V.A. Banakh, I.N. Smalikhov. Estimation of the turbulence energy dissipation rate in the atmospheric boundary layer based on measurements of wind radial velocity by a micropulsed coherent Doppler lidar. I. Numerical analysis.

The results of numerical study of accuracy of the method of azimuthal structure function for estimation of the dissipation rate of kinetic energy of turbulence from measurements by low energy coherent Doppler lidars are presented. Conical scanning of probing beam of a lidar around the vertical axis is considered. Applicability of the azimuthal structure function method depending on turbulence strength and signal-to-noise ratio is analyzed.