

СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ПОТОКОМ ГАЗА ПРИ НАЛИЧИИ СИЛЬНОГО ЛОКАЛИЗОВАННОГО ДВУХФАЗНОГО ВДУВА С ЕГО ПОВЕРХНОСТИ

В. А. Антонов, В. Д. Гольдин, А. М. Гришин

(Томск)

Известно [1—3], что в целях тепловой защиты или улучшения аэродинамики обтекаемого тела используют сильный вдув газа-охлаждителя в набегающий сверхзвуковой поток. Анализ структуры течения в окрестности твердого тела при наличии сильного однофазного вдува и влияния вдува на аэродинамические характеристики некоторых осесимметричных тел дан, например, в [2—4].

В данной работе рассматривается сверхзвуковое обтекание осесимметричного затупленного тела чистым газом при вдуве через пронизываемый участок его боковой поверхности смеси газа с твердыми частицами. Такая ситуация может иметь место при моделировании процесса разрушения теплозащитного покрытия летательного аппарата при его входе в плотные слои атмосферы, а также в случае принудительного ввода частиц в поток вдуваемого газа с целью разрушения головной ударной волны и соответственно изменения сопротивления обтекаемого тела [5]. В результате численного и аналитического решения задачи получены картины траекторий частиц, на основании анализа которых делается вывод об их пересечении, а следовательно, и о неоднозначности параметров течения в окрестности линии, разделяющей набегающий поток и вдуваемую двухфазную смесь. Аналитически найдены достаточные условия неоднозначности, которые согласуются с результатами численных расчетов. Установлено что при изменении весовой доли частиц достаточно малого диаметра во вдуваемой смеси в пределах от 0,4 до 0,6 коэффициент сопротивления обтекаемого тела изменяется не более чем на 10%.

1. Постановка задачи. Как известно [4], при сильном вдуве, когда числа Рейнольдса, построенные по параметрам вдуваемого газа и газа набегающего потока, много больше единицы, область течения между ударной волной и телом представляется в виде двух областей невязкого течения (ударный слой и слой вдуваемых газов), разделенных слоем смешения. При расчете аэродинамических характеристик обтекаемого аппарата тонкий слой смешения, в котором существенны процессы молекулярного переноса, обычно заменяется поверхностью контактного разрыва. Поэтому задача о сверхзвуковом обтекании тела вращения чистым газом при наличии локализованного двухфазного вдува сводится к решению системы уравнений, описывающей газодинамику двухфазного монодисперсного потока [6—9]:

$$(1.1) \quad \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial r} + \mathbf{G} = 0, \quad p = (\gamma - 1) \rho \epsilon,$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \epsilon \\ \rho_s \\ \rho_s u_s \\ \rho_s v_s \\ \rho_s T_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho u(\epsilon + p/\rho) \\ \rho_s u_s \\ \rho_s u_s^2 \\ \rho_s u_s v_s \\ \rho_s u_s T_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho v(\epsilon + p/\rho) \\ \rho_s v_s \\ \rho_s u_s v_s \\ \rho_s v_s^2 \\ \rho_s v_s T_s \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v r^{-1} \\ \rho u v r^{-1} + \rho_s f_x \\ \rho v^2 r^{-1} + \rho_s f_r \\ \rho v(\epsilon + p/\rho) r^{-1} + \rho_s (c_s/c_p q + \mathbf{V}_s \cdot \mathbf{f}) \\ \rho_s v_s r^{-1} \\ \rho_s u_s v_s r^{-1} - \rho_s f_x \\ \rho_s v_s^2 r^{-1} - \rho_s f_r \\ \rho_s v_s T_s r^{-1} - \rho_s q \end{bmatrix}.$$

Здесь u, v — компоненты скорости газа \mathbf{V} ; u_s, v_s — компоненты вектора скорости «газа» частиц \mathbf{V}_s ; ρ, ρ_s — плотность газа и частиц соответственно; p — давление; $\varepsilon = e + (u^2 + v^2)/2$ — сумма внутренней и кинетической энергий газа; γ — показатель адиабаты для газа (замороженный); T_s — температура частиц; x, r — координаты в цилиндрической системе координат; t — время; индексы x, r, s соответствуют проекциям векторных величин на оси x, r и параметрам «газа» частиц.

Выражения для силы сопротивления f и теплового потока q в случае частиц сферической формы имеют вид [10]

$$(1.2) \quad \mathbf{f} = \frac{c_D \tau_r}{c_{D0} \tau_v} (\mathbf{V} - \mathbf{V}_s), \quad q = \frac{Nu \tau_r}{Nu_0 \tau_T} (T - T_s),$$

где $\tau_v = \rho_s^0 d_s^2 / 18\mu$ — время динамической релаксации частиц; μ — вязкость газа; d_s — диаметр частицы; ρ_s^0 — плотность материала частиц; $\tau_T = \frac{3}{2} Pr \frac{c_s}{c_p} \tau_v$ — время термической релаксации частиц; c_s/c_p — отношение теплоемкостей материала частиц и газа; $\tau_r = R/U_{\max, \infty}$ — характерное гидродинамическое время. Коэффициент сопротивления $c_{D0} = 24/Re$ и число Нуссельта $Nu_0 = 2$ соответствуют стоксовскому режиму обтекания частицы, т. е. при числах Рейнольдса $Re = \rho |\mathbf{V} - \mathbf{V}_s| d_s / \mu_s \ll 1$. Для определения коэффициентов c_D и Nu , которые в общем случае являются функциями числа Маха $M = |\mathbf{V} - \mathbf{V}_s| / a_0$ ($a_0 = \gamma p / \rho$), Рейнольдса Re и Прандтля $Pr = c_p \mu / \lambda$ (λ — коэффициент теплопроводности газа), используются зависимости, полученные на основе аппроксимации экспериментальных данных, например, в [8—14].

В данной работе коэффициенты c_D и Nu в случае двухфазного вдува в соответствии с [13, 14] вычислялись по формулам

$$(1.3) \quad c_D = c_{D0} [1 + 0,00026 Re^{1,38} + 0,197 Re^{0,63}], \quad Nu = Nu_0 + 0,459 Pr^{0,33} Re^{0,55}.$$

Из-за малости времени прохождения частицами области ударной волны по сравнению с временами релаксации τ_v и τ_T и малости объемной доли частиц в потоке влиянием дисперсной фазы на параметры газовой фазы за скачком можно пренебречь [8]. Поэтому параметры газовой фазы за отошедшей ударной волной находятся из соотношений Рэнкина — Гюгонио для чистого газа. На поверхности контактного разрыва в газе требуется выполнение известных условий непрерывности давления и нормальной составляющей скорости. На проницаемой поверхности тела, через которую осуществляется двухфазный вдув, задаются «замороженные» граничные условия [13]:

$$(1.4) \quad (\rho v_n)_w = g(s), \quad 0 \leq s \leq s_{\text{вд}},$$

$$v_{nw} = v_w \cos \varphi, \quad \frac{\gamma_w}{\gamma_w - 1} \frac{p_w}{\rho_w} + \frac{v_w^2}{2} = H,$$

$$v_{sw} = v_{nw}, \quad T_{sw} = T_w, \quad \rho_{sw} = \frac{z_s}{1 - z_s} \rho_w.$$

Здесь $s_{\text{вд}}$ — длина проницаемого участка боковой поверхности вдоль образующей; v_w — модуль вектора скорости вдуваемого газа; φ — угол между нормалью к поверхности вдува и вектором скорости \mathbf{V}_w ; γ_w — показатель адиабаты вдуваемого газа; $H = (1/2) h_{w0} / h_{\infty 0}$ ($h_{w0}, h_{\infty 0}$ — соответственно энтальпия торможения вдуваемого газа и газа набегающего потока); z_s — весовая доля частиц в смеси ($z_s = \rho_s / (\rho + \rho_s)$). На непроницаемой части боковой поверхности выставляются обычные условия непротекания. В силу того, что характеристиками системы уравнений (1.1) для «газа» частиц являются траектории частиц [12, 13], граничные условия для нее задаются только на поверхности вдува.

Параметры течения, входящие в систему уравнений (1.1) и граничные условия, представляют собой безразмерные величины: скорости фаз

отнесены к максимальной скорости в набегающем потоке $u_{\max, \infty}$, плотности фаз — к плотности газа набегающего потока ρ_{∞} , давление — к величине $\rho_{\infty} u_{\max, \infty}^2$, температуры фаз — к температуре $T_{\text{хар}} = u_{\max, \infty}^2 / c_{p\infty}$, линейные размеры — к радиусу затупления или миделева сечения R .

2. Численное и аналитическое исследование задачи при отсутствии обратного влияния частиц на параметры газовой фазы. Как показывают расчеты, для случая двухфазного сферически-симметричного течения [15] при весовом содержании частиц $z_s \leq 0,2$ параметры газа изменяются менее чем на 10%. В свою очередь, исследования, проведенные в [8], показали, что использование различных выражений для коэффициентов взаимодействия приводит к тому, что параметры двухфазного течения меняются в пределах 10%. Поэтому при $z_s \leq 0,2$ практически не имеет смысла учитывать влияние частиц на параметры газовой фазы.

Таким образом, при малом весовом содержании частиц во вдуваемом потоке можно решение исходной задачи проводить в два этапа. Первый этап включает в себя решение уравнений газовой динамики (1.1) без членов, отвечающих за межфазный обмен, с соответствующими граничными условиями. Решение задачи определения параметров течения газа при сверхзвуковом обтекании затупленного тела со вдувом проводилось методом установления С. К. Годунова с явным выделением головной ударной волны и поверхности контактного разрыва [3]. На втором этапе по известному установившемуся полю течения газовой фазы решается стационарная система уравнений для «газа» частиц с учетом членов межфазного обмена импульсом и энергией (1.2), записанная в характеристическом виде вдоль линий тока:

$$(2.1) \quad \frac{dx}{dz} = \frac{u_s}{\sqrt{u_s^2 + v_s^2}}, \quad \frac{dr}{dz} = \frac{v_s}{\sqrt{u_s^2 + v_s^2}},$$

$$u_s \frac{du_s}{dz} = \frac{f_x}{\sqrt{u_s^2 + v_s^2}}, \quad u_s \frac{dv_s}{dz} = \frac{f_r}{\sqrt{u_s^2 + v_s^2}}, \quad u_s \frac{dT_s}{dz} = \frac{q}{\sqrt{u_s^2 + v_s^2}},$$

где z — длина дуги линии тока. Система уравнений (2.1) с начальными условиями (1.4) решалась методом Рунге — Кутты четвертого порядка точности с автоматическим выбором шага интегрирования по заданной точности. Ниже приводятся результаты расчетов сверхзвукового ($M_{\infty} = 4,0$, $\gamma_{\infty} = 1,4$) обтекания конуса, затупленного по сфере, и конуса, затупленного по телу с уравнением образующей $x^{10} + r^{10} = 1$ при наличии двухфазного вдува по нормали к проницаемой поверхности со следующими параметрами:

$$(2.2) \quad (\rho v_n)_w = 0,5, \quad H = 0,5, \quad \gamma_w = \gamma_{\infty}, \quad \rho_s^0 = 3000, \quad c_p/c_s = 0,8, \quad \text{Pr} = 0,7,$$

где $S_{\text{вд}} = 0,75$ для тела со сферическим затуплением и $S_{\text{вд}} = 0,72$ для тела с торцевым затуплением.

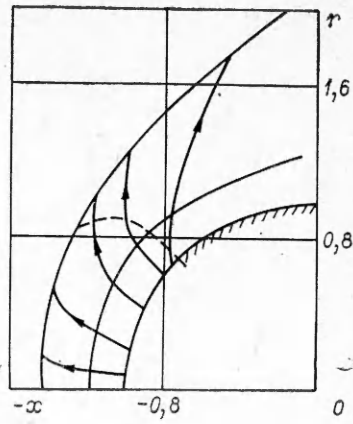
На фиг. 1 представлена картина течения около сферического затупления при двухфазном вдуве сферических частиц диаметром $d_s = 10^{-3}$, где сплошными линиями нанесены форма ударной волны, поверхности контактного разрыва в газе, а также линии тока частиц. Штриховая кривая изображает звуковую линию, построенную по параметрам газа. Построенные линии тока частиц показывают, что при достаточно большом их размере частицы проходят сквозь слой вдува и ударный слой и выходят за пределы области интегрирования исходной системы уравнений. В этом случае сила инерции частиц больше силы вязкого взаимодействия между фазами. Следует отметить, что используемая математическая модель не предусматривает влияния частиц на форму ударной волны (см. [5]).

Другая картина наблюдается при уменьшении размера частиц. В этом случае (см. фиг. 2, а) при $d_s = 7,5 \cdot 10^{-4}$ частицы тормозятся в ударном слое, разворачиваются и далее сносятся вниз по потоку. Части-

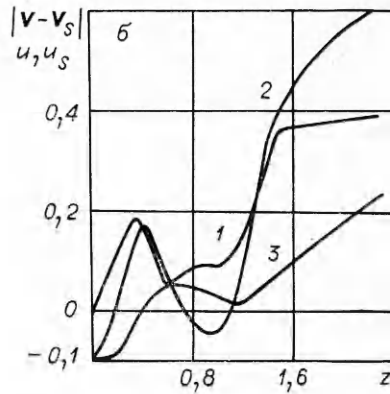
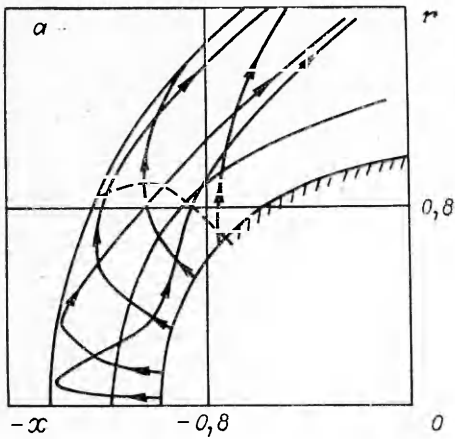
цы, вылетающие в окрестности оси симметрии, попадают даже в слой вдува, где опять тормозятся в потоке вдуваемого газа и выносятся в ударный слой.

На фиг. 2, б для этого случая представлены графики изменения модуля разности векторов фаз (кривая 1), а также компонент u и u_s (соответственно кривые 2 и 3) вдоль линии тока частиц, имеющей координаты выхода с поверхности тела $x = -1,0$, $r = 0,045$. Поведение кривых фиг. 2, б говорит о существенной скоростной неравновесности двухфазного течения вдоль линии тока. Локальный минимум на кривой 2, характеризующий изменение компоненты скорости u вдоль линии тока, показывает, что на этом участке линии тока частицы попадают в слой вдува, где компонента скорости u имеет отрицательные значения.

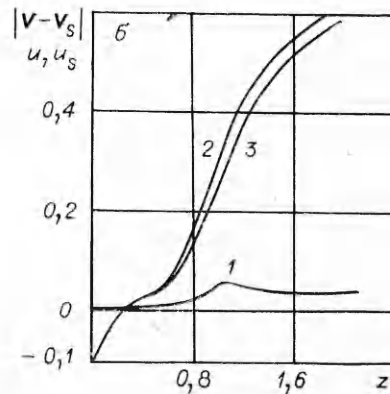
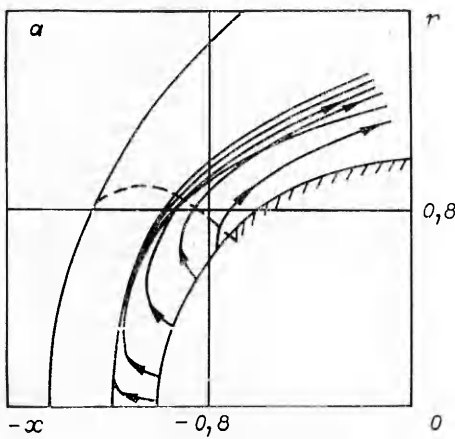
Таким образом, из анализа фиг. 2, а, б следует, что при $d_s = 7,5 \times 10^{-4}$ линии тока частиц могут пересекаться. Появление же неоднозначности по скоростям в переменных Эйлера требует уточнения постановки задачи. Из анализа кривых фиг. 2, а видно, что область неоднозначности, т. е. область пересечения линий тока частиц, по порядку величины совпадает с размерами области возмущенного течения. Как показали расчеты, при



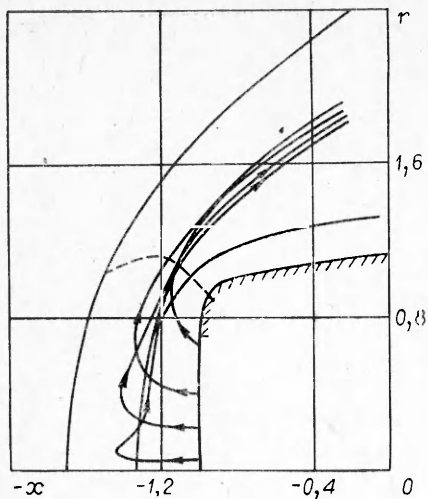
Ф и г. 1



Ф и г. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4

На фиг. 4 представлена картина течения при сверхзвуковом обтекании конуса с углом полураствора 10° , затупленного по телу с уравнением образующей $x^{10} + r^{10} = 1$ при наличии вдува смеси газа с частицами диаметром $d_s = 2,5 \cdot 10^{-4}$. Видно, что и в случае обтекания торцевого затупления качественная картина течения остается неизменной.

Анализ полученных картин течения показывает наличие при некоторых параметрах разделяющей линии между областью течения, свободной от частиц, и областью ударного слоя, в которой частицы присутствуют. Эта линия является огибающей семейства линий тока частиц, проникающих через слой вдува в ударный слой. Рассмотрим поведение частиц вблизи этой линии, для чего перейдем к системе координат xOy , связанной с ней. В этой системе координат уравнения неразрывности и движения для «газа» частиц примут вид

$$(2.3) \quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho_s u_s r) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_s v_s r H_1) = 0, \quad H_1 = 1 + \kappa,$$

$$\frac{1}{H_1} u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial u_s}{\partial y} + \frac{\kappa u_s v_s}{H_1} = -\beta (u_s - u),$$

$$\frac{1}{H_1} u_s \frac{\partial v_s}{\partial x} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial y} - \frac{\kappa u_s^2}{H_1} = -\beta (v_s - v),$$

где κ — кривизна разделяющей линии, на которой $v_s = 0$; $\beta = c_D \tau_r / (c_{D0} \tau_r)$.

При малых значениях $(-y)$, т. е. вблизи разделяющей линии, искомые функции можно записать в виде разложения в обобщенный степенной ряд

$$f(x, y) = f_0(x) + f_1(x)(-y)^k + \dots$$

Тогда с учетом того, что $v_s = 0$ при $y = 0$, разложение для v_s будет иметь вид

$$v_s(x, y) = v_{s1}(x)(-y)^n + \dots$$

Подставляя в третье уравнение системы (2.3) главные члены разложения искомых функций, получим

$$(2.4) \quad u_{s0}(-y)^n \frac{\partial v_{s1}}{\partial x} - n v_{s1}^2 (-y)^{n-1} - \kappa u_{s0}^2 = -v_{s1}(-y)^n \beta + v_0 \beta.$$

Здесь в зависимости от значения выражения $\kappa u_{s0}^2 + \beta v_0$ возможны два случая.

дальнейшем уменьшении диаметра частиц эта область уменьшается и при некотором достаточно малом значении практически исчезает. Это подтверждается картиной течения (фиг. 3, а и б), полученной при $d_s = 3 \cdot 10^{-5}$ и прежних значениях остальных параметров. В этом случае за счет увеличения силы межфазного взаимодействия наблюдается почти равновесное течение, что видно из поведения кривых фиг. 3, б. Здесь кривая 1 иллюстрирует поведение величины $|\mathbf{V} - \mathbf{V}_s|$ вдоль линии тока с теми же координатами выхода, а кривые 2 и 3 — соответственно изменение компонент скорости u и u_s . Дальнейшее уменьшение размеров частиц приводит к равновесному течению, когда линии тока частиц и газа практически совпадают.

Рассмотрим случай $\kappa u_{s0}^2 + \beta v_0 < 0$. Это неравенство выполняется, когда центробежная сила частицы меньше силы сопротивления со стороны газа. Тогда из анализа уравнения (2.4) получаем

$$n = \frac{1}{2}, \quad v_{s1}^2 = -2(\kappa u_{s0}^2 + \beta v_0) > 0.$$

Отсюда видно, что при условии $\kappa u_{s0}^2 + \beta v_0 < 0$, которое выполняется, по крайней мере, в окрестности оси симметрии, в каждой точке течения вблизи разделяющей линии составляющая v_s скорости частиц может принимать два значения, равных по модулю и противоположных по направлению. Физически это означает, что в данной области течения присутствуют не только частицы, движущиеся по направлению к ударной волне, но и частицы, движущиеся в противоположном направлении, что подтверждается и приведенными выше результатами численных расчетов.

Таким образом, в области пересечения линий тока частиц имеются, по крайней мере, три скорости, и можно говорить о существовании третьей фазы — фазы частиц, «отраженных» от разделяющей линии. В этом случае исходная система уравнений (1.1) должна быть дополнена уравнениями для частиц этой третьей фазы, а уравнения для газа — членами, отвечающими за обмен импульсом и энергией с этими частицами.

Анализ уравнения неразрывности для «газа» частиц, аналогичный представленному выше, дает выражение для ρ_s при $(-y) \rightarrow 0$

$$\rho_s(x, y) = \rho_{s0}(x) + \rho_{s1}(x) \frac{1}{\sqrt{-y}} + \dots$$

Отсюда следует, что при приближении к разделяющей линии плотность ρ_s частиц стремится к бесконечности. Такое поведение величины ρ_s , очевидно, является следствием исходного предположения, что частицы не взаимодействуют между собой. По-видимому, в окрестности разделяющей линии это предположение не выполняется. Введение третьей фазы — частиц, «отраженных» от разделяющей линии, требует постановки граничных условий для системы уравнений, описывающей течение этой фазы. Из анализа законов сохранения на разделяющей линии получаем

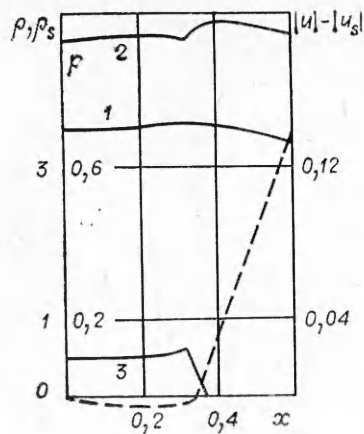
$$\begin{aligned} \text{при } y \rightarrow -0 \quad \rho_s v_s &= -\rho_{s3} v_{s3}, \quad v_{s3}/v_s = -1, \quad v_s = 0, \\ T_{s3} &= T_s, \quad u_{s3} = u_s, \end{aligned}$$

где индекс 3 означает принадлежность к третьей фазе. Таким образом, при $\kappa u_{s0}^2 + \beta v_0 < 0$ разделяющая линия $y = 0$ является линией слабого разрыва для несущей фазы и линией контактного разрыва для «газа» частиц.

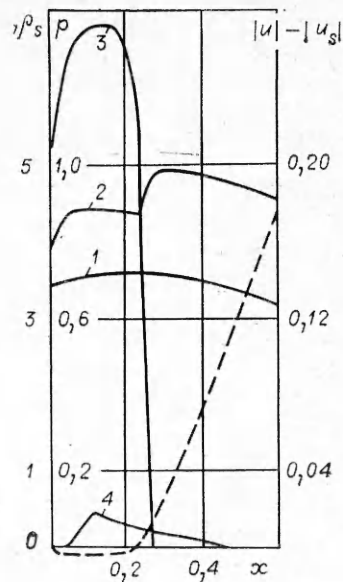
Если $\kappa u_{s0}^2 + \beta v_0 = 0$, то в этом случае никакой двузначности для v_s не возникает. Частицы при этом достигают линии раздела, а затем движутся вдоль нее. В отличие от предыдущего случая производные по y по обе стороны от линии $y = 0$ конечны для всех параметров течения.

3. Влияние конденсированной фазы на аэродинамику обтекаемого тела. Как показали расчеты без учета обратного влияния частиц на параметры несущей фазы, при достаточно малом размере частиц область пересечения линий тока частиц практически исчезает. В этом случае возможно использование системы уравнений (1.1) — (1.4) для математического описания двухфазного вдува в сверхзвуковой набегающий поток. Для ее решения использовался метод установления С. К. Годунова [16] с выделением поверхностей разрыва в газовой фазе. Для определения «больших» величин на границах соседних ячеек для «газа» частиц использовалась процедура, описанная в методе с донорными ячейками [17] и методе «потоков» [18].

Приводимые ниже результаты расчетов получены при следующих параметрах: $M_\infty = 4,0$, $\gamma_\infty = \gamma_w = 1,4$, $[(\rho + \rho_s)v_n]_w = 0,5$, $s_{вд} = 0,72$, $H = 0,5$, $Pr = 0,7$, $c_p/c_s = 0,8$, $\rho_s^0 = 3000$, $d_s = 3 \cdot 10^{-5}$. Весовая доля частиц z_s во вдуваемом потоке при этом изменялась от 0 до 0,7.



Ф и г. 5



Ф и г. 6

На фиг. 5 представлены графики изменения давления p (кривая 1), плотности газа и частиц (кривые 2 и 3 соответственно), а также разности модулей компонент скоростей u и u_s (штриховая кривая) вдоль оси симметрии от поверхности тела до ударной волны при $z_s = 0,1$. Давление в слое вдува ($x \leq 0,337$) практически постоянно, как и в случае отсутствия частиц, а в ударном слое падает линейно до своего значения на ударной волне. При подходе к поверхности, разделяющей газ набегающего потока от вдуваемого газа, плотность ρ_s частиц несколько возрастает, а затем резко падает до нуля. График изменения разности модулей скоростей газа и частиц $|u| - |u_s|$ показывает, что для частиц достаточно малого размера скоростное отставание газа в окрестности оси симметрии незначительно, а при $x > 0,337$, т. е. в ударном слое, этот график соответствует изменению u -компоненты скорости газа.

При увеличении весовой доли частиц z_s во вдуваемом потоке геометрическая картина течения качественно не меняется, за исключением формы звуковой линии. Увеличение параметра z_s делает ее вытянутой вниз по потоку, т. е. в этом случае скорость газа позже достигает скорости звука, что происходит из-за подтормаживающего действия дисперсной фазы. Увеличение весового содержания частиц приводит также к уменьшению плотности газовой фазы и увеличению плотности смеси в целом в слое вдува, что при постоянном расходе двухфазного потока влечет за собой уменьшение скорости вдува и тем самым уменьшение удельного расхода газа $(\rho v_n)_w$. Поэтому увеличение параметра z_s приводит к уменьшению отхода контактной поверхности в газе на 28% и отхода ударной волны на 11% при $z_s = 0,6$ по сравнению со случаем $z_s = 0,1$.

На фиг. 6 для случая $z_s = 0,6$ представлены: кривая 1 — распределение давления поперек ударного слоя; 2 — распределение плотности газовой фазы ρ вдоль оси симметрии в зависимости от координаты x , отвечающей расстоянию от критической точки тела до ударной волны; кривая 3 и штриховая линия — соответственно распределение плотности дисперсной фазы ρ_s и разности модулей скоростей фаз $|u| - |u_s|$ вдоль оси симметрии; 4 — распределение плотности частиц вдоль последнего луча расчетной сетки от боковой поверхности конуса до ударной волны. Поведение этой кривой говорит о том, что у боковой поверхности конуса существует слой чистого газа, а частицы вниз по потоку сосредоточены в достаточно узкой зоне по сравнению с суммарной толщиной слоя вдува и ударного слоя. Из поведения кривых 2 и 3 видно, что в этом случае плотность конденсированной фазы стала больше плотности газовой фазы,

а плотность двухфазной смеси возросла более чем в 2 раза по сравнению со случаем $z_s = 0,1$.

Следует отметить, что распределения давления по боковой поверхности обтекаемого тела количественно мало отличаются в обоих случаях. Заметно некоторое увеличение давления в окрестности точки прекращения вдува при увеличении z_s , что приводит к увеличению коэффициента волнового сопротивления при $z_s = 0,6$ на 7,7% по сравнению со случаем $z_s = 0,1$, а полного сопротивления с учетом реактивного действия вдуваемого потока приблизительно на 6%. На основании расчетов можно сделать вывод о незначительном влиянии весового содержания частиц малого размера во вдуваемом потоке на сопротивление обтекаемого тела при изменении z_s в пределах $0,1 \leq z_s \leq 0,6$.

Поступила 22 XII 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Краснов Н. Ф., Кошевой В. Н. Управление и стабилизация в аэродинамике. М.: Высш. школа, 1978.
2. Коваль М. А., Стулов В. П., Швец А. П. Некоторые особенности взаимодействия сильного вдува со встречным сверхзвуковым потоком.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 1.
3. Антонов В. А., Гришин А. М. Исследование аэродинамики осесимметричных тел в сверхзвуковом потоке при наличии локализованного вдува.— ПМТФ, 1982, № 4.
4. Гершбейн Э. А. Теория гиперзвукового вязкого ударного слоя при больших числах Рейнольдса и при сильном вдуве инородных газов.— ПММ, 1974, т. 38, № 6.
5. Яненко Н. Н., Алхимов А. П. и др. Изменение волновой структуры при обтекании тел сверхзвуковым двухфазным потоком.— ДАН СССР, 1981, т. 260, № 4.
6. Клингел Дж., Никерсон Г. Течение смеси газа и твердых частиц в осесимметричном сопле.— В кн.: Детонация и двухфазное течение. М.: Мир, 1966.
7. Крайко А. Н., Стернин Л. Е. К теории течений двухскоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами.— ПММ, 1965, т. 29, № 3.
8. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974.
9. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
10. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971.
11. Панкратов Б. М., Полежаев Ю. В., Рудько А. К. Взаимодействие материалов с газовыми потоками. М.: Машиностроение, 1976.
12. Яненко Н. П., Солоухин Р. П., Папырин А. Н., Фомин В. М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980.
13. Васенин И. М., Рычков А. Д. Численное решение задачи о течении смеси газа и частиц в осесимметричном сопле Лаваля.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1973, № 5.
14. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами/Под ред. Л. Е. Стернина. М.: Машиностроение, 1980.
15. Стасенко А. Л., Чеховский В. Ф. Сферически-симметричное течение двухфазной смеси в пустоту.— Тр. ЦАГИ, 1974, вып. 1612.
16. Численное решение многомерных задач газовой динамики/Под ред. С. К. Годунова. М.: Наука, 1976.
17. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
18. Численные методы в динамике жидкостей/Под ред. О. М. Белоцерковского и В. П. Шидловского. М.: Мир, 1981.

УДК 532.556.533

МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ В РАСЧЕТЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА ГАЗА С ЛАМИНАРНЫМ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ ПРИ НАЛИЧИИ СРЫВНОЙ ЗОНЫ

Д. О. Лыжин

(Москва)

Один из путей исследования вязко-невязкого взаимодействия состоит в том, что в качестве основных уравнений выбираются классические уравнения двумерного сжимаемого пограничного слоя, которые дополняются соотношением, описывающим взаимодействие пограничного слоя с внешним невязким течением (см., например, [1]). При этом в случае сверхзвукового обтекания необходимо задавать некоторое нижнее по течению граничное условие для замыкания исходной системы, т. е. задача является краевой (например, [2]). Метод «пристрелки» параметров в начале расчетной области