

УДК 622.7; 622.7.017.2; 622.7:504.064.43; 622.73

**ВЫЯВЛЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ РАЗДЕЛЕНИЯ КАМЕННЫХ УГЛЕЙ  
ПО КЛАССАМ КРУПНОСТИ**

**В. И. Удовицкий<sup>1</sup>, В. А. Кандинский<sup>1</sup>, Е. Г. Шубина<sup>2</sup>,  
А. А. Бегунов<sup>1</sup>, Л. Н. Плотникова<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Кузбасский государственный технический университет имени Т. Ф. Горбачева,  
E-mail: uvi@kuzstu.ru, ул. Весенняя, 28, 650000, г. Кемерово, Россия

<sup>2</sup>Средняя общеобразовательная школа № 93 с углубленным изучением отдельных предметов,  
Ленинградский проспект, 34Б, 650003, г. Кемерово, Россия

Разработан и аналитически обоснован метод описания суммарных гранулометрических характеристик крупности углей на примере пластов “Безымянный” и “Внутренний” Прокопьевско-Киселевского угольного района Кузбасса с помощью проблемно-ориентированного программного комплекса для прогнозирования выхода и зольности продуктов обогащения. Установлено, что одной аппроксимацией из числа рассмотренных невозможно рассчитать с одинаковой точностью значения выходов и зольностей суммарных классов в диапазоне изменения размеров ячеек сит от 0 до 100 мм.

*Классы крупности, суммарные характеристики, приближающие аппроксимирующие функции, определение параметров функций, качество аппроксимаций, выход, зольность*

DOI: 10.15372/FTPRPI20210411

Предпроектные исследования обогатимости углей базируются на их гранулометрическом и фракционном составе, от которых зависит выбор крупности машинных классов и технология обогащения. Гранулометрический состав выполняют ситовым методом, который заключается в отсеивании топлива на ситах и определении выходов классов крупности. Размер сторон ячеек сетки сит, применяемых при ситовом анализе, выбирают в соответствии с государственным стандартом [1]. Основной ряд включает сита с размером ячеек 100, 50, 25, 13, 6, 3, 1, 0.5 мм.

В настоящее время в мировой и отечественной практике углеобогащения находят широкое применение винтовые сепараторы и гидросайзеры, что приводит к изменению крупности машинных классов, поступающих на обогащение. Одним из вариантов технологической схемы обогащения коксующихся углей может быть разделение класса 13–100 мм в тяжелосредних сепараторах, 2–13 мм — в отсадочных машинах, 0.2–12 мм — на винтовых сепараторах, гидросайзерах и класс менее 0.2 мм — флотацией.

Возникает необходимость определения в подготовительных и основных процессах гранулометрического состава машинных классов 2–13 и 0.2–12 мм, однако сито размером 2 мм не входит в состав основного ряда, предусмотренного [1]. Могут быть и другие размеры машинных классов, значения выходов и зольностей которых необходимо рассчитать методами математического моделирования на основе экспериментальных гранулометрических составов.

Государственный стандарт рекомендует применять аналитический метод на основе использования ЭВМ при расчете ожидаемых результатов обогащения и рассортировки при проектировании и реконструкции угольных предприятий, в решении задач автоматизированных систем управления технологическими процессами обогащения и т. п. Существует достаточно большое количество аппроксимирующих функций для описания закономерностей разделения каменных углей и минеральных комплексов по крупности, полученных экспериментально. Установив вид приближающих функций и определив параметры, можно рассчитать значения выходов и зольностей для классов, размер которых находится в заданном диапазоне крупности.

В настоящей работе поставлены и решены следующие задачи:

— разработан новый методический подход и инструментальные средства для выбора лучшей приближающей функции (функций) при описании суммарных характеристик крупности на примере углей пластов “Безымянный” и “Внутренний” Прокопьевско-Киселевского угольного района Кузнецкого бассейна;

— рассчитаны параметры функций с использованием проблемно-ориентированного программного комплекса методом наименьших квадратов. Качество аппроксимаций оценивалось по среднеквадратическому отклонению;

— определены виды лучших аппроксимирующих функций для прогнозирования не только выходов, но и зольностей суммарных классов углей шахтопластов в диапазоне 0–100 мм. Показано практическое применение программного комплекса для расчета значений выхода и зольности продуктов обогащения класса 2–13 мм, не входящего в основной ряд.

#### **АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАМЕННЫХ УГЛЕЙ ПО КЛАССАМ КРУПНОСТИ**

Многими исследователями установлено, что характер распределения зерен по крупности дает возможность предполагать наличие закономерностей такого распределения, несмотря на различие в физических свойствах полезных ископаемых.

В [1, 2] показано построение суммарных характеристик крупности и представлен обзор результатов исследований, связанных с характеристиками обогатимости углей и их прогнозированием. В [2] продемонстрированы результаты исследований по суммарным характеристикам крупности углей и их прогнозированию. Описаны закономерности распределения частиц по классам крупности в продуктах дробления и измельчения.

Аналитическую зависимость между крупностью зерен продукта и их выходом первым предложил в 1916 г. А. О. Гейтс, который обнаружил, что кумулятивные характеристики продуктов, построенные в прямоугольной системе координат, имеют вид гипербол, а в логарифмических координатах — прямых линий [2, 3]. Работа не получила широкой известности, тем не менее автор обратил внимание на закономерность изменения гранулометрического состава материала, предложил выразить ее в виде аналитической зависимости, положив тем самым начало исследованиям этого вопроса.

А. М. Годэн рассмотрел большое количество экспериментальных данных гранулометрического состава продуктов дробления и измельчения, изобразив их в логарифмических координатах в виде частных характеристик распределения зерен по классам крупности, и получил характеристики, описываемые степенной функцией [4, 5]. С. Е. Андреев [6] применил уравнение А. М. Годэна для прогнозирования массовой кумулятивной (суммарной) характеристики, используемой в настоящее время при практических расчетах и теоретических исследованиях.

П. Розин и Е. Раммлер [7] изучали ситовый состав продуктов измельчения и строили их кривые распределения в логарифмической системе координат:  $\ln(\ln(100/y))$ ,  $\ln(x)$ . Для описания характеристик крупности известны формулы П. Роллера [8], Н. К. Белоглазова [9], А. М. Погосова [10] и Р. Шумана [11]. Вопросам определения грануметрических характеристик посвящены работы [12, 13].

Достаточно широко применяется для прогнозирования результатов линейная интерполяция в инженерных расчетах. Используется условие равенства значений интерполяционного многочлена и данной функции в узлах интерполяции. Это предъявляет высокие требования к точности численных значений функции. Совпадение в узлах может вовсе не означать совпадение характеров поведения экспериментальной и интерполирующей функций. Требование неукоснительного совпадения значений в узлах, если значения функции получены в результате физического эксперимента и измерений, выглядит неоправданным.

На основании анализа функций и результатов ранее проведенных вычислительных экспериментов [14–16] определены аппроксимации, которые целесообразно использовать для прогнозирования гранулометрического состава каменных углей:

$$\begin{aligned}
 y &= a_0 + a_1 \ln(x), & y &= \frac{100a_0x^{a_1}}{1 + a_0x^{a_1}}, \\
 y &= \frac{100}{a_0 + a_1x}, & y &= \frac{100}{\exp(a_0x^{a_1})}, \\
 y &= \exp(a_0 + a_1x), & y &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3.
 \end{aligned}$$

#### ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ. ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЕ СОСТАВЫ КАМЕННЫХ УГЛЕЙ

Для решения задачи по выбору лучших функций, аппроксимирующих суммарные характеристики крупности, использовались экспериментальные гранулометрические составы каменных углей пластов “Безымянный” и “Внутренний” (графы 2, 3, 6, 7 табл. 1).

ТАБЛИЦА 1. Экспериментальные гранулометрические составы углей пластов “Безымянный” и “Внутренний”

Размер отверстий сит, мм	Пласт “Безымянный”				Пласт “Внутренний”			
	Частные		Суммарные		Частные		Суммарные	
	$\gamma$ , %	$A^d$ , %	$\gamma$ , %	$A^d$ , %	$\gamma$ , %	$A^d$ , %	$\gamma$ , %	$A^d$ , %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
100.00	34.9	8.5	34.9	8.50	5.3	30.2	5.3	30.20
50.00	19.2	8.5	54.1	8.50	8.5	27.9	13.8	28.78
25.00	16.4	13.2	70.5	9.59	13.0	23.8	26.8	26.37
13.00	10.9	14.5	81.4	10.25	13.8	33.9	40.6	28.93
6.00	8.3	14.7	89.7	10.66	13.8	33.4	54.4	30.06
3.00	3.3	15.2	93.0	10.82	13.0	25.8	67.4	29.24
1.00	3.7	16.1	96.7	11.03	13.6	21.2	81.0	27.89
0.50	1.2	14.2	97.9	11.06	10.0	16.0	91.0	26.58
0.20	0.6	11.5	98.5	11.07	4.3	11.8	95.3	25.92
0.10	0.6	11.6	99.1	11.07	2.1	16.4	97.4	25.71
0.05	0.3	11.7	99.4	11.07	1.1	20.3	98.5	25.65
0.00	0.6	17.5	100.0	11.11	1.5	27.1	100.0	25.67

Суммарные выходы и зольности (по “плюсу”) отдельных классов (графы 4, 5, 8, 9 табл. 1) определяются по известным формулам баланса.

Например, для класса более 50 мм:

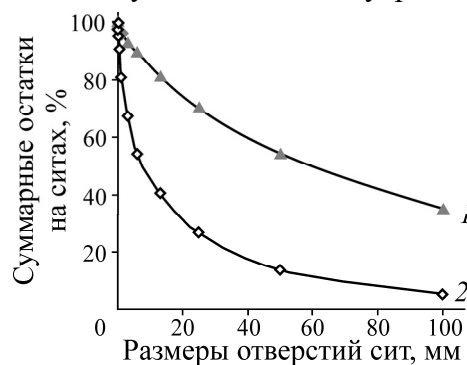
$$\gamma_{>50} = \gamma_{>100} - \gamma_{50-100},$$

$$A_{>50}^d = \frac{\gamma_{>100} A_{>100}^d - \gamma_{50-100} A_{50-100}^d}{\gamma_{>100} - \gamma_{50-100}},$$

где  $\gamma$ ,  $A_i^d$  — выход и зольность соответствующих классов, %.

Аналогично проводится расчет для других классов.

На рисунке представлены суммарные характеристики крупности углей указанных пластов. Кривые характеристик крупности отличаются между собой тем, что в углях пласта “Безымянный” преобладают крупные классы, а в углях пласта “Внутренний” — мелкие.



Суммарные характеристики углей пластов “Безымянный” (1) и “Внутренний” (2)

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, РЕАЛИЗОВАННЫЕ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ

Параметры функций рассчитывались проблемно-ориентированным программным комплексом с использованием известного метода наименьших квадратов. Особенность применения метода заключается в том, что функции должны быть линейными или приведенными к линейному виду.

Рассмотрим последовательность математических преобразований для получения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно выбранных функций.

Подберем параметры ( $a_0$  и  $a_1$ ) для функции

$$y = a_0 + a_1 \ln x \quad (1)$$

так, чтобы обеспечить минимум суммы квадратов отклонений между экспериментальными  $y_i$  и расчетными значениями функции:

$$UK(a_0, a_1) = \frac{1}{n} \sum (a_0 + a_1 \ln x_i - y_i)^2.$$

Дифференцируя  $UK(a_0, a_1)$  по  $a_0$  и  $a_1$ : и приравнявая производные к нулю, получаем систему

$$a_0 + a_1 \frac{1}{n} \sum \ln x_i = \frac{1}{n} \sum y_i,$$

$$a_0 \frac{1}{n} \sum \ln x_i + a_1 \frac{1}{n} \sum \ln^2 x_i = \frac{1}{n} \sum \ln x_i y_i.$$

Введем обозначения:

$$S_0 = 1, S_1 = \frac{1}{n} \sum \ln x_i, S_2 = \frac{1}{n} \sum \ln^2 x_i,$$

$$B_0 = \frac{1}{n} \sum y_i, B_1 = \frac{1}{n} \sum \ln x_i y_i$$

и запишем систему в компактном виде:

$$a_0 S_0 + a_1 S_1 = B_0,$$

$$a_0 S_1 + a_1 S_2 = B_1.$$

После вычисления значений  $S_1, S_2, B_0, B_1$  из системы уравнений определяем  $a_0$  и  $a_1$ .  
Далее рассмотрим функцию

$$y = \frac{100}{a_0 + a_1 x}. \quad (2)$$

Приведем ее к линейному виду:

$$\frac{100}{y} = a_0 + a_1 x.$$

Сумма квадратов отклонений между экспериментальными  $y_i$  и расчетными значениями функции имеет вид:

$$UK(a_0, a_1) = \frac{1}{n} \sum \left( a_0 + a_1 x_i - \frac{100}{y_i} \right)^2.$$

Приравнявая производные  $UK(a_0, a_1)$  по  $a_0$  и  $a_1$  к нулю, получаем систему уравнений

$$a_0 S_0 + a_1 S_1 = B_0,$$

$$a_0 S_1 + a_1 S_2 = B_1,$$

где

$$S_0 = 1, S_1 = \frac{1}{n} \sum x_i, S_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2,$$

$$B_0 = \frac{1}{n} \sum \frac{100}{y_i}, B_1 = \frac{1}{n} \sum x_i \frac{100}{y_i}.$$

Следующая аппроксимирующая функция

$$y = \exp(a_0 + a_1 x). \quad (3)$$

Прологарифмируем ее:

$$\ln y = a_0 + a_1 x,$$

тогда

$$UK(a_0, a_1) = \frac{1}{n} \sum (a_0 + a_1 x_i - \ln y_i)^2,$$

Как и ранее, приравнявая производные  $UK(a_0, a_1)$  по  $a_0$  и  $a_1$  к нулю, получаем систему уравнений

$$a_0 S_0 + a_1 S_1 = B_0,$$

$$a_0 S_1 + a_1 S_2 = B_1.$$

где

$$S_0 = 1, S_1 = \frac{1}{n} \sum x_i, S_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2,$$

$$B_0 = \frac{1}{n} \sum \ln y_i, B_1 = \frac{1}{n} \sum x_i \ln y_i.$$

Следующая аппроксимирующая функция

$$y = \frac{100 a_0 x^{a_1}}{1 + a_0 x^{a_1}} \text{ — формула А. М. Погосова.} \quad (4)$$

Приведем ее к линейному виду:

$$y + y a_0 x^{a_1} = 100 a_0 x^{a_1},$$

$$y = a_0 x^{a_1} (100 - y),$$

$$\frac{y}{100 - y} = a_0 x^{a_1},$$

и прологарифмируем:

$$\ln \frac{y}{100 - y} = \ln a_0 + a_1 \ln x.$$

Введем обозначение:

$$c = \ln a_0,$$

тогда

$$UK(c, a_1) = \frac{1}{n} \sum \left( c + a_1 \ln x_i - \ln \frac{y_i}{100 - y_i} \right)^2.$$

Приравнявая производные  $UK(c, a_1)$  по  $c$  и  $a_1$  к нулю, получаем систему уравнений

$$c S_0 + a_1 S_1 = B_0,$$

$$c S_1 + a_1 S_2 = B_1,$$

где

$$S_0 = 1, S_1 = \frac{1}{n} \sum \ln x_i, S_2 = \frac{1}{n} \sum \ln^2 x_i,$$

$$B_0 = \frac{1}{n} \sum \ln \frac{y_i}{100 - y_i}, \quad B_1 = \frac{1}{n} \sum x_i \ln \frac{y_i}{100 - y_i}.$$

После определения  $c$  и  $a_1$ , вычисляем:

$$a_0 = \exp(c).$$

Рассмотрим уравнение Розина – Раммлера

$$y = \frac{100}{\exp(a_0 \cdot x^{a_1})}. \quad (5)$$

Выполним следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \frac{100}{y} &= \exp(a_0 x^{a_1}), \\ \ln\left(\ln \frac{100}{y}\right) &= \ln a_0 + a_1 \ln x, \\ c &= \ln a_0. \end{aligned}$$

Тогда

$$UK(c, a_1) = \frac{1}{n} \sum \left( c + a_1 \ln x_i - \ln \left( \ln \frac{100}{y_i} \right) \right)^2.$$

Приравнявая производные  $UK(c, a_1)$  по  $c$  и  $a_1$  к нулю, получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} cS_0 + a_1 S_1 &= B_0, \\ cS_1 + a_1 S_2 &= B_1, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} S_0 &= 1, S_1 = \frac{1}{n} \sum \ln x_i, S_2 = \frac{1}{n} \sum \ln^2 x_i, \\ B_0 &= \frac{1}{n} \sum \ln \left( \ln \frac{100}{y_i} \right), B_1 = \frac{1}{n} \sum x_i \cdot \ln \left( \ln \frac{100}{y_i} \right). \end{aligned}$$

Определив параметр  $c$ , найдем  $a_0$ :

$$a_0 = \exp(c).$$

Последней рассмотрим аппроксимирующую функцию

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \text{ — формула Вейнинга.} \quad (6)$$

Сумма квадратов отклонений между экспериментальными  $y_i$  и расчетными значениями функции имеет вид

$$UK(a_0, a_1, a_2, a_3) = \frac{1}{n} \sum (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + a_3 x_i^3 - y_i)^2.$$

Приравнявая производные  $UK(a_0, a_1, a_2, a_3)$  по  $a_0, a_1, a_2, a_3$  к нулю, получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} a_0 S_0 + a_1 S_1 + a_2 S_2 + a_3 S_3 &= B_0, \\ a_0 S_1 + a_1 S_2 + a_2 S_3 + a_3 S_4 &= B_1, \\ a_0 S_2 + a_1 S_3 + a_2 S_4 + a_3 S_5 &= B_2, \\ a_0 S_3 + a_1 S_4 + a_2 S_5 + a_3 S_6 &= B_3, \end{aligned}$$

где

$$S_0 = 1; S_1 = \frac{1}{n} \sum x_i; S_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2; S_3 = \frac{1}{n} \sum x_i^3,$$

$$S_4 = \frac{1}{n} \sum x_i^4; S_5 = \frac{1}{n} \sum x_i^5; S_6 = \frac{1}{n} \sum x_i^6,$$

$$B_0 = \frac{1}{n} \sum y_i; B_1 = \frac{1}{n} \sum y_i x_i; B_2 = \frac{1}{n} \sum y_i x_i^2; B_3 = \frac{1}{n} \sum y_i x_i^3.$$

Таким образом, задача по определению параметров приближающих функций (1)–(6) свелась к решению систем линейных алгебраических уравнений.

В электронных таблицах Excel для решения систем линейных алгебраических уравнений и нахождения параметров  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n$  и  $c$  применялся метод Крамера. В проблемно-ориентированном программном комплексе для решения СЛАУ в TurboPascal использован метод Гаусса (приведение матрицы к треугольному виду [14–17]).

### РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ПРОГНОЗИРОВАНИИ СУММАРНЫХ ВЫХОДОВ И ЗОЛЬНОСТЕЙ КЛАССОВ УГЛЕЙ

Допущения, принятые при вычислениях:

- размер отверстий сита, равный 100 мм, принимался за 99.99999;
- суммарный выход классов, равный 100 %, принимался за 99.99999;
- крупность частиц размером больше “нуля” в расчетах принималась как более 0.00001 мм.

В соответствии с допущениями формулы прогнозирования значений выходов и зольностей суммарных классов углей должны отображать распределение частиц по классам на всем диапазоне крупности от 0.00001 до 99.99999 мм.

Расчет параметров аппроксимирующих функций проведен с помощью проблемно-ориентированного программного комплекса (табл. 2–7). Качество аппроксимаций оценивалось среднеквадратическим отклонением *Sigma* (последние колонки табл. 4, 5, 7, 8) между экспериментальными и расчетными значениями функции (выходов или зольностей). После запуска программного комплекса из базы данных загружаются экспериментальные гранулометрические составы углей пластов “Безымянный” и “Внутренний” (табл. 1).

#### Пласт “Безымянный”

Для суммарных выходов и зольностей углей пласта “Безымянный” (графы 4, 5 табл. 1) рассчитываются значения параметров шести аппроксимаций (1)–(6) в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2. Значения параметров функций при расчете суммарных выходов и зольностей пласта “Безымянный”

Номер функции	Параметр функции при расчете суммарных							
	выходов				зольностей			
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
(1)	84.083	-3.230	—	—	10.37	-0.152	—	—
(2)	1.001	0.018	—	—	9.181	0.032	—	—
(3)	4.574	-0.011	—	—	2.388	-0.003	—	—
(4)	33.371	-0.978	—	—	9.115	-0.017	—	—
(5)	0.027	0.954	—	—	2.269	0.007	—	—
(6)	98.842	-1.543	0.0171	-0.0001	11.078	-0.067	0.0002	-0.0000



В табл. 3 в первой строке представлены размеры отверстий сит (из графы 1 табл. 1); во второй — экспериментальные суммарные остатки на них (из графы 4 табл. 1); ниже — расчетные значения выходов (суммарные остатки на ситах), вычисленные с помощью функций, номера которых представлены в первой колонке. По строкам программа выстраивает массив суммарных выходов в зависимости от возрастания среднеквадратического отклонения  $\sigma$  (табл. 3), т. е. функция (6) рассчитывает суммарные выходы с большей точностью ( $\sigma=0.65$ ), чем остальные.

ТАБЛИЦА 3. Сравнение точности расчета суммарных выходов для классов углей пласта “Безымянный”

х, мм	100	50	25	13	6	3	1	0.5	0.2	0.1	0.05	0	Sigma
у, %	34.9	54.1	70.5	81.4	89.7	93.0	96.7	97.9	98.5	99.1	99.4	100	
Номер функции	Расчетные значения суммарных выходов, %												
(6)	34.9	54.4	69.7	81.9	90.2	94.4	97.3	98.1	98.5	98.7	98.8	98.8	0.65
(2)	35.4	52.3	68.6	80.8	90.1	94.7	98.1	99.0	99.5	99.7	99.8	99.9	1.13
(3)	33.4	56.9	74.3	84.4	91.0	93.9	95.9	96.5	96.8	96.9	96.9	97.0	2.27
(4)	26.9	42.1	58.9	73.1	85.3	91.9	97.1	98.5	99.4	99.7	99.8	100.0	6.02
(5)	11.5	32.7	56.2	73.4	86.3	92.7	94.7	98.6	99.4	99.7	99.8	100.0	10.37
(1)	69.2	71.4	73.7	75.8	78.3	80.5	84.1	86.3	89.3	91.5	93.8	121.0	15.07

Аналогично рассчитываются значения суммарных зольностей для классов углей пласта “Безымянный”.

ТАБЛИЦА 4. Сравнение точности расчета суммарных зольностей для классов углей пласта “Безымянный”

х, мм	100	50	25	13	6	3	1	0.5	0.2	0.1	0.05	0	Sigma
у, %	8.5	8.5	9.6	10.3	10.7	10.8	11.0	11.1	11.1	11.1	11.1	11.1	
Номер функции	Расчетные значения суммарных зольностей, %												
(6)	8.5	8.5	9.6	10.3	10.7	10.9	11.0	11.0	11.1	11.1	11.1	11.1	0.02
(2)	8.1	9.3	10.0	10.4	10.7	10.8	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9	0.32
(3)	8.0	9.3	10.1	10.5	10.7	10.8	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9	10.9	0.35
(1)	9.7	9.8	9.9	10.0	10.1	10.2	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	12.1	0.71
(5)	9.6	9.7	9.9	9.9	10.1	10.2	10.3	10.5	10.6	10.7	10.8	12.2	0.72
(4)	9.6	9.7	9.8	9.9	10.0	10.2	10.3	10.4	10.6	10.7	10.8	12.3	0.73

### Пласт “Внутренний”

По аналогии с пластом “Безымянный” (табл. 2–4) рассчитаны табл. 5–7 для пласта “Внутренний”.

ТАБЛИЦА 5. Значения параметров функций при расчете суммарных выходов и зольностей пласта “Внутренний”

Номер функции	Параметры функций при расчете суммарных							
	выходов				зольностей			
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$
(1)	63.270	-6.378	—	—	27.628	0.280	—	—
(2)	0.708	0.169	—	—	3.709	-0.004	—	—
(3)	4.391	-0.030	—	—	3.296	0.001	—	—
(4)	6.999	-1.120	—	—	0.381	0.014	—	—
(5)	0.094	1.034	—	—	1.287	-0.008	—	—
(6)	93.006	-5.305	0.1071	-0.0006	26.727	0.181	-0.0048	0.0000

ТАБЛИЦА 6. Сравнение точности расчета суммарных выходов для классов углей пласта “Внутренний”

$x$ , мм	100	50	25	13	6	3	1	0.5	0.2	0.1	0.05	0	$\Sigma$
$y$ , %	5.3	13.8	26.8	40.6	54.4	67.4	81.0	91.0	95.3	97.4	98.5	100	
Номер функции	Расчетные значения суммарных выходов, %												$\Sigma$
(4)	3.9	8.0	16.0	28.4	48.5	67.2	87.5	93.8	97.7	98.9	99.5	100	
(6)	5.1	16.9	17.5	40.8	64.9	78.0	87.8	90.4	91.9	92.5	92.7	93.0	6.35
(5)	0.0	0.5	7.3	26.5	55.0	74.7	91.1	95.5	98.2	99.1	99.6	100	9.00
(3)	4.0	18.0	38.1	54.7	67.4	73.8	78.3	79.5	80.2	80.5	80.6	80.7	12.6
(1)	33.9	38.3	42.7	46.9	51.8	56.3	63.3	67.7	73.5	78.0	82.4	137	20.74
(2)	5.7	10.9	20.3	34.5	58.1	82.3	114.0	126.2	134.8	137.9	139.5	142	27.74

ТАБЛИЦА 7. Сравнение точности расчета суммарных зольностей для классов углей пласта “Внутренний”

$x$ , мм	100	50	25	13	6	3	1	0.5	0.2	0.1	0.05	0	$\Sigma$
$y$ , %	30.2	28.8	26.4	28.9	30.1	29.2	27.9	26.6	25.9	25.7	25.7	25.7	
Номер функции	Расчетные значения суммарных зольностей, %												$\Sigma$
(4)	29.8	29.3	28.9	28.5	28.1	27.7	27.2	26.9	26.6	26.3	26.1	25.5	
(5)	28.9	28.7	28.5	28.3	28.1	27.9	27.6	27.4	27.2	27.0	26.8	24.5	1.25
(1)	28.9	28.7	28.5	28.3	28.1	27.9	27.6	27.4	27.2	27.0	26.8	24.4	1.26
(6)	30.3	28.0	28.8	28.4	27.6	27.2	26.9	26.8	26.8	26.7	26.7	26.7	1.35
(3)	30.3	28.6	27.8	27.4	27.2	27.1	27.0	27.0	27.0	27.0	27.0	27.0	1.43
(2)	30.4	28.6	27.7	27.4	27.1	27.1	27.0	27.0	27.0	27.0	27.0	27.0	1.44

### Практическое применение результатов исследований для расчета выхода и зольности класса 2–13 мм пласта “Безымянный”

Значения выходов и зольностей определяются из уравнений баланса (7) и (8):

$$\gamma_{2-13} = \gamma_{>2} - \gamma_{>13}, \quad (7)$$

$$A_{2-13}^d = \frac{\gamma_{>2} A_{>2}^d - \gamma_{>13} A_{>13}^d}{\gamma_{>2} - \gamma_{>13}}. \quad (8)$$

Расчетные значения выходов и зольностей класса более 13 мм принимаются из табл. 3 и 4:

$$\gamma_{>13} = 81.9\%, \quad A^d_{>13} = 10.3\%.$$

Выход класса более 2 мм рассчитываем по лучшей аппроксимации (6) (табл. 3,  $\text{Sigma} = 0.65$ ), параметры которой определены программным комплексом и представлены в табл. 2 ( $a_0 = 98.842$ ;  $a_1 = -1.543$ ;  $a_2 = 0.0171$ ;  $a_3 = -0.0001$ ):

$$\gamma_2 = 98.842 + (-1.543) \cdot 2 + 0.0171 \cdot 2^2 + (-0.0001) \cdot 2^3 = 95.8\%.$$

По формуле (7) определяем выход класса 2–13 мм:

$$\gamma_{2-13} = 95.8 - 81.9 = 13.9\%.$$

Лучшей аппроксимацией для зольности также оказалась формула (6), параметры которой  $a_0 = 11.078$ ;  $a_1 = -0.067$ ;  $a_2 = 0.0002$ ;  $a_3 = -0.0000$ .

Расчет зольности класса более 2 мм:

$$A^d_{>2} = 11.078 + (-0.067) \cdot 2 + 0.0002 \cdot 2^2 + (-0.0000) \cdot 2^3 = 10.94\%.$$

Зольность класса 2–13 мм рассчитываем по формуле (8):

$$A^d_{2-13} = \frac{95.8 \cdot 10.94 - 81.9 \cdot 10.3}{95.8 - 81.9} = 14.71\%.$$

## ВЫВОДЫ

Предложен метод использования проблемно-ориентированного программного комплекса для выбора лучшей аппроксимации из шести приближающих функций для прогнозирования суммарных выходов и зольностей классов на примере углей пластов “Безымянный” и “Внутренний”.

Для описания с одинаковой точностью распределения угольных частиц различных пластов по классам на всем диапазоне крупности от 0 до 100 мм не удается найти приближающую функцию из числа рассмотренных.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 2093-82. Топливо твердое. Ситовый метод определения гранулометрического состава. — М.: ИПК Изд-во стандартов. Дата введения 01.01.83. Ограничение срока действия снято Постановлением Госстандарта СССР от 11.12.91. № 1933.
2. Земляков Б. А. Прогнозирование характеристик обогатимости. — М.: Недра, 1978. — 128 с.
3. Gates A. O. An Experimental investigation in rock crushing, Trans. AIME, 1916. — P. 875–909.
4. Коткин А. М., Ямпольский М. Н., Геращенко К. Д. Оценка обогатимости угля и эффективности процессов обогащения. — М.: Недра, 1982. — 200 с.
5. Gaudin A. M. An investigation of crushing phenomena, Trans. AIME, 1926, Vol. 73. — P. 253–310.
6. Андреев С. Е., Товаров В. В., Перов В. А. Закономерности измельчения и исчисление характеристик гранулометрического состава. — М.: Metallurgizdat, 1959. — 429 с.
7. Rosin P. and Rammler E. Gesetze des mahlgutes, Berichte der keramischen Gesellschaft, 1934, Vol. 15. — P. 399–416.
8. Roller P. S. Statistical analysis of size distribution of paticulate materials with special reference to bimodal and frequency distributions, J. Phys. Chem., 1941, No. 2. — P. 241–281.
9. Белоглазов Н. К. Уравнение характеристики крупности продуктов измельчения мономинеральных руд // Зап. Горного института. — 1956. — № 32 (3). — С. 229–334.

10. **Погосов А. М.** Уравнение характеристики крупности продуктов измельчения // Горное дело, обогащение и металлургия цветных металлов. — 1960. — № 6. — С. 140–149.
11. **Schuhmann R.** Principles of comminution, size distribution and surface calculations, Mining Technology, 1940, No. 4. — P. 34–40.
12. **Фрасцзак Т., Мютце Т., Люхац Б., Ортлепп О., Пойкер У. А.** Способ определения гранулометрического состава отбитой горной породы // ФТПРПИ. — 2019. — № 1. — С. 36–44.
13. **Люи Жень, Вэйэн Цзэн, Сяоце Жун, Ци Ван, Шанлинь Цзэн** Влияние измельчения и классификации на процесс обогащения ванадийсодержащего каменного угля // ФТПРПИ. — 2019. — № 5. — С. 170–178.
14. **Кандинский В. А., Удовицкий В. И.** Сравнение точности описания суммарных характеристик крупности углей Кузнецкого бассейна функциями первой степени // Фундаментальные и прикладные проблемы в горном деле: материалы Всерос. науч.-практ. конф., Междуреченск, 25 февраля 2016 г. — С. 100–104.
15. **Кандинский В. А.** Прогнозирование суммарных характеристик крупности каменных углей // Проблемы геологии и освоения недр: труды XX Междунар. симпозиума им. акад. М. А. Усова. — Томск: ТПУ, 2016. — С. 608–610.
16. **Udovitsky V., Kandinsky V.** Selection of functions of the first degree for forecasting the aggregate bituminous coal size characteristics, Proc. 9<sup>th</sup> China-Russia Symp. COAL 2018. — P. 357–360.
17. **Удовицкий В. И.** Моделирование подготовительных и основных процессов переработки каменных углей. — Кемерово: Кубассвуиздат, 1998. — 500 с.

*Поступила в редакцию 12/V 2021*

*После доработки 10/VI 2021*

*Принята к публикации 30/VI 2021*