

**ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОГО ГАЗА В УДАРНОМ СЛОЕ ПРИ НАЛИЧИИ
РАВНОВЕСНЫХ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ**

И. М. Бреев, Ю. П. Головачев

(Ленинград)

Рассматривается стационарное обтекание сферы сверхзвуковым потоком воздуха с учетом вязкости, теплопроводности и реальных физико-химических процессов. В предположении о локальном термодинамическом равновесии исследуется течение в ударном слое при скоростях полета $3 \text{ км/сек} \leq V_\infty \leq 10 \text{ км/сек}$ ($10^4 \leq R_\infty \leq 10^6$). Для описания течения используются упрощенные уравнения Навье — Стокса, решение которых найдено методом конечных разностей. Рассмотрен случай охлаждаемой поверхности тела. Получено распределение газодинамических параметров в различных режимах течения. Исследовано распределение теплового потока и коэффициента трения в зависимости от параметров набегающего потока и радиуса сферы. Определены форма и положение ударной волны, построены линии тока и звуковые линии.

Для газа с постоянной теплоемкостью при числах Рейнольдса $R_\infty \leq 10^3$ сверхзвуковое обтекание затупленных тел рассматривалось на основе упрощенных и полных уравнений Навье — Стокса в работах [1-4].

1. Исследуется течение в области $ABCD$ (фиг. 1), заключенной между отошедшей ударной волной, поверхностью тела, осью симметрии и поверхностью л. Поверхность л выбирается таким образом, чтобы течение вниз по потоку от нее не оказывало существенного влияния на параметры газа в области $ABCD$. Используемые упрощенные уравнения Навье — Стокса, предложенные в [1], содержат в себе полностью члены газодинамических уравнений невязкого течения и уравнений пограничного слоя.

Все величины приведены к безразмерному виду следующим образом (штрихами отмечены безразмерные величины):

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{r_0}, & y' &= \frac{y}{r_0}, & r' &= \frac{r}{r_0}, & \theta &= \frac{s}{r_0} \\ \varepsilon' &= \frac{\varepsilon}{r_0}, & v' &= \frac{v}{V_m}, & u' &= \frac{u}{V_m}, & V_m^2 &= V_\infty^2 + 2h_\infty \\ h' &= \frac{h}{1/2 V_m^2}, & \rho' &= \frac{\rho}{\rho_\infty}, & p' &= \frac{p}{\rho_\infty V_m^2}, & T' &= \frac{T}{(m_\infty / R^\circ) V_m^2} \\ \mu' &= \frac{\mu}{\mu_s}, & \lambda' &= \frac{\lambda}{\lambda_s}, & R' &= \frac{V_m r_0 \rho_\infty}{\mu_s}, & P' &= \frac{R^\circ \mu_s}{m_\infty \lambda_s} \end{aligned}$$

Здесь x, y — декартовы координаты, ось x направлена навстречу потоку; r, θ — сферические полярные координаты; u, v — составляющие скорости V по r и θ соответственно; ε — отход ударной волны; h — энтальпия; ρ — плотность; p — давление; T — температура; V_m — максимальная скорость; r_0 — радиус сферы; m_∞ — молекулярный вес; R° — универсальная газовая постоянная; μ — коэффициент динамической вязкости; λ — полный коэффициент теплопроводности; R — число Рейнольдса; P — масштабное число Прандтля; μ_s, λ_s — значения μ и λ за ударной волной на оси симметрии; индексом ∞ отмечены значения параметров в набегающем потоке.

В безразмерных переменных исходная система уравнений имеет вид (штрихи у безразмерных величин опущены)

$$\begin{aligned} r \frac{\partial}{\partial r} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v) + \rho v \operatorname{ctg} \theta + 2\rho u &= 0 \\ r\rho u \frac{\partial u}{\partial r} + \rho v \frac{\partial u}{\partial \theta} - \rho v^2 &= -r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{4}{3R} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \\ &- \frac{2}{3R} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{2}{3R} \frac{\partial}{\partial r} (\mu v) \operatorname{ctg} \theta + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{u}{R} \frac{\partial v}{\partial r} \operatorname{ctg} \theta \\ r\rho u \frac{\partial v}{\partial r} + \rho v \frac{\partial v}{\partial \theta} + \rho uv &= -\frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{v}{R} \frac{\partial \mu}{\partial r} + \frac{\mu}{R} \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{r\rho u}{2} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\rho v}{2} \frac{\partial h}{\partial \theta} &= ru \frac{\partial p}{\partial r} + v \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{r\mu}{R} \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \right]^2 + \\ &+ \frac{1}{RP} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right] \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\rho = \rho(p, T), \quad h = h(p, T)$$

Для численного решения задачи целесообразно перейти к новым независимым переменным

$$\xi = \frac{r - G(\theta)}{F(\theta) - G(\theta)}, \quad \zeta = \theta \quad (1.2)$$

и сгустить координатные линии $\xi = \text{const}$ к поверхности тела с помощью преобразования

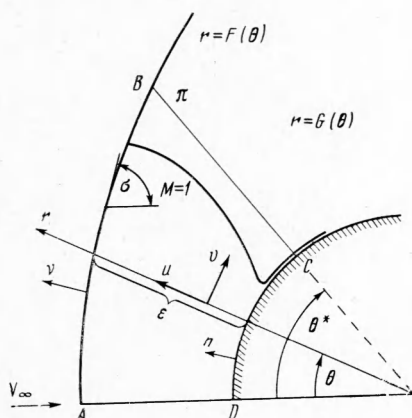
$$z = \frac{\ln(1 + \sqrt{R}\xi)}{\ln(1 + \sqrt{R})} \quad (1.3)$$

Граничные условия ставятся следующим образом. Головная ударная волна считается поверхностью разрыва, условия на ней определяются соотношениями Ренкина—Гюгонно, а положение ее находится в процессе решения. На осевой линии $\theta = 0$ используются условия симметрии. Условия на поверхности тела имеют вид

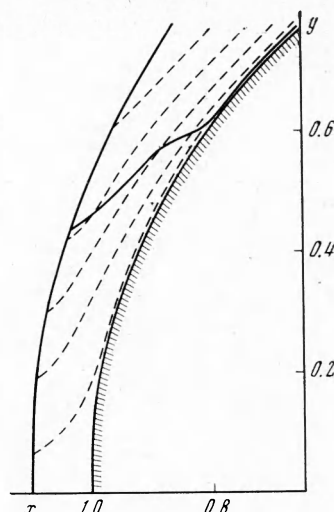
$$u = 0, \quad v = 0, \quad T = \text{const} \quad (1.4)$$

Температура поверхности тела принималась равной 2000°K .

Для термодинамических функций воздуха использовались аппроксимации [5]. Коэффициент вязкости и полный коэффициент теплопроводности заимствовались из работы [6].



Фиг. 1



Фиг. 2

Решение задачи получено методом конечных разностей с помощью девятиточечной схемы. Система разностных уравнений, недоопределенная при заранее неизвестном положении ударной волны, замыкалась использованием на поверхности тела проекции уравнения количества движения на ось z . Решение нелинейной системы разностных уравнений найдено методом Ньютона.

Расчеты проводились в следующем диапазоне начальных условий:

$$10 \leq M_\infty \leq 34, \quad 0.0002 \text{ атм} \leq p_\infty \leq 0.004 \text{ атм} \quad (10^4 \leq R \leq 10^5)$$

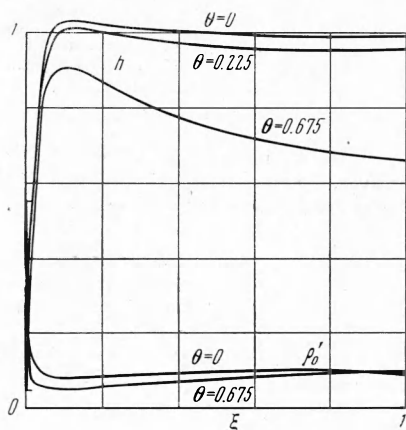
В результате определены отход ударной волны, значения газодинамических параметров в ударном слое, напряжение трения τ и тепловой поток q на поверхности тела

$$c_f = \frac{\tau}{1/2 \rho_\infty V_m^2}, \quad \tau = \mu \left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=r_0}$$

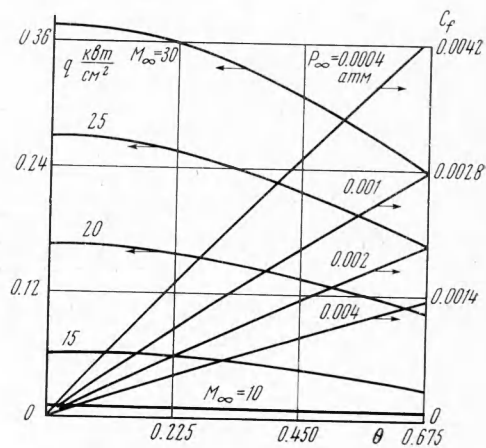
$$q' = \frac{q}{\rho_\infty V_m^3}, \quad q = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0}$$

2. На фиг. 2 показано положение ударной волны, звуковой линии (сплошные кривые) и линий тока (пунктирные кривые) при $M_\infty = 10$, $T_\infty = 250^\circ \text{K}$, $p_\infty = 0.001 \text{ атм}$. На фиг. 3 представлено распределение энтальпии h и приведенной плотности $\rho_0' = \rho / \rho_0$ поперек ударного слоя (ρ_0 — плотность в критической точке) для $M_\infty = 33.75$, $T_\infty = 240.6^\circ \text{K}$, $p_\infty = 0.0002234 \text{ атм}$ при различных значениях продоль-

ной координаты θ . При $\xi \approx 0.1$ энтальпия имеет максимум, а плотность — минимум. Эта немонотонность становится более заметной с увеличением θ . На фиг. 4 приведено изменение коэффициента трения c_f ($M_\infty = 20$, $T_\infty = 250^\circ \text{K}$) и теплового потока q ($p_\infty = 0.001 \text{ атм}$; $T_\infty = 250^\circ \text{K}$) вдоль поверхности сферы $r_0 = 1.5 \text{ м}$. Видно, что с уменьшением M_∞ тепловой поток уменьшается по величине, а профиль его приближается к линейному. На фиг. 5 сплошной линией представлена зависимость отхода ударной волны вдоль оси симметрии ϵ_0 от скорости набегающего потока V_∞ ($p_\infty = 0.001 \text{ атм}$)

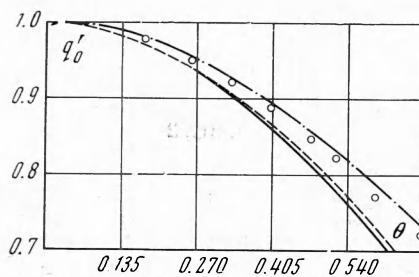


Фиг. 3

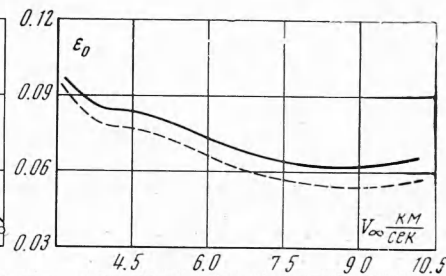


Фиг. 4

Пунктирной линией показаны результаты расчета для невязкого газа по схеме II метода интегральных соотношений [2]. Учет вязкости и теплопроводности газа приводит к возрастанию отхода ударной волны в рассматриваемом диапазоне скоростей на 10—12%. На фиг. 6 представлено распределение приведенного теплового потока $q_0' = q / q_0$ (q_0 — поток в критической точке) вдоль поверхности сферы и сравнение



Фиг. 5



Фиг. 6

с результатами расчета по теории пограничного слоя. Следует отметить, что значения теплового потока для разных чисел Маха $10 \leq M_\infty \leq 30$ и различных величин давления в набегающем потоке $0.0004 \text{ атм} \leq p_\infty \leq 0.004 \text{ атм}$ практически не отличаются одно от другого и ложатся на одну расчетную кривую (сплошная линия), что подтверждает вывод об универсальном характере распределения тепловых потоков по сфере для $M_\infty > 10$ и $h_0 \ll h_s$, сделанный в [7]. Пунктирная линия построена по аппроксимационной формуле работы [7]

$$q_0' = 0.55 + 0.45 \cos 2\theta$$

Штрих-пунктирная линия — результаты работы [8], вычисленные в приближении локальной автомодельности уравнений пограничного слоя. Точками отмечены экспериментальные данные, полученные в работе [8].

Авторы благодарят Ю. П. Лунькина и Ф. Д. Попова за помощь в постановке задачи и постоянное внимание к работе.

Поступила 19 I 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Толстых А. И. О численном расчете сверхзвукового обтекания затупленных тел потоком вязкого газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1966, т. 6, № 1.
2. Обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком газа. Тр. ВЦ АН СССР, Изд. 2, М., 1967.
3. Павлов Б. М. О расчете сверхзвукового обтекания затупленных тел с использованием полных уравнений Навье — Стокса. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.
4. Молодцов В. К. Численный расчет сверхзвукового обтекания сферы потоком вязкого совершенного газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1969, т. 9, № 5.
5. Михайлов В. В. Приближенное аналитическое представление термодинамических функций воздуха. Инж., сб., 1961, т. 31.
6. Hansen C. F. Approximations for the thermodynamic and transport properties of high-temperature air. NASA TR, R—50, 1959.
7. Мурзин И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равновесно диссоциированного воздуха. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 2.
8. Kemp N. H., Rose P. H., Detra R. W. Laminar heat transfer around blunt bodies in dissociated air. JASS, 1959, vol. 26, No. 6. (Рус. перев.: Ламинарный теплообмен тупых тел с потоком диссоциированного воздуха. Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. М., изд-во иностр. лит., 1962.)

**ОБ УСЛОВИЯХ СУЩЕСТВОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ
СОСТОЯНИЙ В ПРОТОЧНОМ АДИАБАТИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ СО СЛОЕМ
КАТАЛИЗАТОРА**

Э. А. Чернова

(Москва)

Рассматривается проточный адиабатический реактор с неподвижным мелкозернистым слоем катализатора. На внешней поверхности зерен проходящая смесь вступает в химическую реакцию, сопровождающуюся выделением там тепла и изменением концентрации смеси с последующим тепломассообменом между этой поверхностью и основным потоком. Скорость реакции зависит от температуры и концентрации реагентов, причем зависимость от температуры сильно нелинейная.

Подобные системы имеют широкое применение в химической технологии, а также в гетерогенном горении. Особенностью их является неединственность стационарных состояний. Эта неединственность может быть обусловлена рядом причин, в частности, продольным смешиванием в потоке при ограниченной длине реактора (что рассматривалось в ряде работ, например в [1-5]), теплоотводом через стенки (что было показано в [5, 6]), а также сопротивлением тепломассообмену между поверхностью зерен и основным потоком. Последнее приводит здесь к существованию принципиально различных стационарных состояний: при кинетических режимах, например, температуры в потоке и на катализаторе близки, диффузионные же, наоборот, сопровождаются сильным разогреванием (воспламенением) катализатора. При этом переход от одного режима к другому происходит обычно скачком.

В практике в одних случаях используются кинетические режимы, в других — диффузионные (в некоторых промышленных процессах температуры катализатора и потока отличаются на сотни градусов, в большинстве же, наоборот, значительное разогревание катализатора недопустимо).

Ниже производится качественное исследование соответствующих стационарных уравнений с целью определения областей изменения параметров, в которых существует каждый из упомянутых выше режимов, в частности областей, где могут иметь место как кинетические, так и диффузионные режимы, а также областей, в которых, наоборот, не существует ни одного устойчивого стационарного состояния. Выявляются также области, где возможны так называемые верхние диффузионные режимы, при которых температура катализатора превышает адиабатический нагрев реагирующей смеси при полном превращении.

Подобная задача для отдельного зерна (или ячейки) в предположении, что температура и концентрация в основном потоке известны, исследовалась ранее (например, в [7-10]). В [11-13] производилось численное интегрирование соответствующих нестационарных уравнений для всего реактора и показана возможность множественности стационарных режимов, вызванная неединственностью стационарных состояний на отдельном зерне.