

ЛИТЕРАТУРА

1. Nusselt W. Die Oberflächen Kondensation des Wasserdampfes.— Zeitschrift der VDI, 1916, Bd 60, N 27—28, S 541, 549.
2. Кутателадзе С. С. Влияние движения пара на коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации.—«Сов. котлотурбостроение», 1941, № 1, 2.
3. Фукс С. Н. Конденсация движущегося пара на горизонтальной трубе.—«Изв. ВТИ», 1953, № 3, с. 12—17.
4. Берман Л. Д. О теплоотдаче при пленочной конденсации движущегося пара.—«Теплоэнергетика», 1966, № 7, с. 56—62.
5. Берман Л. Д., Туманов Ю. А. Исследование теплоотдачи при конденсации движущегося пара на горизонтальной трубе.—«Теплоэнергетика», 1962, № 10, с. 77—83.
6. Берман Л. Д. Расчетные и опытные данные для коэффициента теплоотдачи при конденсации движущегося пара ($Re_k < Re_{кр.}$).— «Труды ЦКТИ», 1970, вып. 101, с. 262—272.
7. Берман Л. Д. Влияние скорости пара на теплообмен при ламинарной пленочной конденсации.— ТОХТ, 1973, т. VII, № 5, с. 706—716.
8. Фукс С. Н. Теплоотдача при конденсации движущегося пара в горизонтальном трубном пучке.—«Теплоэнергетика», 1957, № 1, с. 35—38.
9. Шекриладзе И. Г. Пленочная конденсация движущегося пара. — «Сообщения АН ГССР», 1964, т. XXXV, № 3, с. 619—625.
10. Шекриладзе И. Г., Жоржолдани Г. И. Анализ процесса пленочной конденсации движущегося пара на горизонтальном цилиндре.—«Инж.-физ. журн.», 1973, т. XXV, № 1, с. 14—19.
11. Иванов О. П., Бутырская С. Т., Мамченко В. О. Теплообмен при конденсации движущегося пара фреона-12 на пучках гладких и оребренных труб.—«Холодильная техника», 1971, № 9, с. 24—27.
12. Гогонни И. И., Дорохов А. Р. Теплообмен при конденсации движущегося пара фреона-21 на горизонтальной трубе.— ПМТФ, 1971, № 2, с. 129—133.
13. Sugawara S., Michiyoshi J., Minamiyama T. The condensation of vapour flowing normal to a horizontal pipe.—“Proc. 6th. Japan. Nat Congr. for. Appl. Mech.”, Tokyo, Ueno Park, 1957.
14. Денни, Миллс. Пленочная конденсация движущегося пара на горизонтальном цилиндре при ламинарной пленке, стекающей под действием силы тяжести.—«Теплопередача», 1969, т 91, № 4.
15. Fujii T., Uehara H., Kurata Ch. Laminar filmwise condensation of flowing vapour on a horizontal cylinder.—“Int. J. Heat Mass Transfer”, 1972, vol. 15, N 2, p. 235—246.
16. Fujii T., Uehara H., Hirata K., Oda I. Heat transfer and flow resistance in condensation of low pressure steam flowing through tube banks —«Int. J. Heat Mass Transfer», 1972, vol. 15, N 2, p. 247—260.
17. Томаповская В. Ф., Колотова Б. Е. Фреоны. Свойства и применение. Л., «Химия», 1970.
18. Теплофизические свойства фреонов. Сборник научных трудов. Новосибирск, «Наука», 1969.
19. Боришанский В. М., Кочурова Н. И. Учет влияния давления при расчете теплоотдачи конденсирующегося насыщенного пара.—«Энергомашиностроение», 1964, № 10.

УДК 539.374

О СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЕ В ВЯЗКОУПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

А. С. Семенов

(Одесса)

Распространение сферических волн в изотропной упругой среде изучено достаточно полно (см., например, [1—4]). Доказано [5, 6], что в несовершенных сплошных средах возможно возникновение и распространение волн, аналогичных волнам в упругих средах. С привлечением асимптотических методов об-

ращения трансформант в [7] исследована задача о точечном внутреннем источнике в вязкоупругой среде. Задача о взрыве в горных породах в полупространстве рассмотрена в [8]. Численное обращение трансформант Лапласа, предложенное Беллманом, применено в [9] для изучения действия взрывного импульса на поверхность сферической выемки в вязкоупругой среде типа Фойгта.

В данной работе изучается распространение сферической волны, образовавшейся от действия импульсной нагрузки на внутреннюю поверхность сферической выемки в вязкоупругом полупространстве. Потенциалы распространяющихся в среде волн строятся в виде рядов по специальным функциям. Для реализации вязкоупругости используется метод соответствия [10]. Обращение трансформант производится путем представления потенциалов в интегральной форме и последующего применения асимптотических методов для их вычисления. Тем самым получена возможность провести исследование поведения среды вблизи фронтов волн. Рассчитано радиальное напряжение на поверхности выемки.

Задается полупространство со сферической выемкой радиуса a на глубине h от поверхности ($h > a$). В момент времени $t=0$ к поверхности выемки прикладывается импульсная нагрузка. Ставится задача нахождения поля смещений и напряжений в полупространстве с учетом вязкоупругих свойств среды. Со свободной поверхностью полупространства и центром выемки связываются цилиндрическая r, z и сферическая R, θ системы координат соответственно. Предполагается независимость поля смещений и поля напряжений от азимутального угла. Задача состоит в решении уравнений Коши

$$\sigma_{kl,l} = \rho \ddot{u}_k,$$

удовлетворяющих условиям

$$u_k = 0, \quad t < 0; \quad \sigma_{kl} = f_1(R, t), \quad R = a, \quad t > 0; \quad \sigma_{kl} = f_2(r, t), \quad z = 0, \quad t > 0,$$

где $k=1,2; l=1,2$. Для учета диссипации энергии в вязкоупругой среде при колебании частиц в закон Гука вводятся дополнительные члены путем замены упругих постоянных Ламэ λ, μ некоторыми линейными операторами Λ и M или дифференциальными по времени с постоянными коэффициентами или интегральными по времени с разностными ядрами.

Решение поставленной нестационарной задачи путем применения преобразования Лапласа по времени с параметром s в соответствии с известными соотношениями сводится к нахождению потенциала Φ продольных и потенциала Ψ поперечных волн из уравнений

$$(1) \quad \begin{cases} (\nabla^2 - \alpha^2) \Phi = 0, \\ (\nabla^2 - \beta^2) \Psi = 0 \end{cases}$$

с учетом граничных условий

$$(2) \quad \begin{cases} \text{при } R = a \begin{cases} \sigma_{kk} = -P, \\ \sigma_{R\theta} = 0; \end{cases} \\ \text{при } z = 0 \begin{cases} \sigma_{zz} = 0, \\ \sigma_{rz} = 0. \end{cases} \end{cases}$$

Здесь Φ, Ψ, P — трансформанты Лапласа функций φ, ψ, p ; $j_1 = -P\delta(t)$; $P = \text{const}$;

$$\alpha = sv_p; \quad \beta = sv_s; \quad v_p = [\rho/(\Lambda + 2M)]^{1/2}; \quad v_s = (\rho/M)^{1/2}.$$

Искомые потенциалы представляются в виде

$$(3) \quad \Phi = \Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_2 + \dots = \sum_{m=0}^{\infty} \Phi_{2m} + \sum_{m=0}^{\infty} \Phi_{2m+1},$$

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_1 + \Psi_2 + \dots = \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_{2m} + \sum_{m=0}^{\infty} \Psi_{2m+1},$$

где Φ_0, Ψ_0 — потенциалы первичных волн; Φ_{2m}, Ψ_{2m} — потенциалы волн, отраженных от сферической выемки; Φ_{2m+1}, Ψ_{2m+1} — потенциалы волн, отраженных от поверхности полупространства. Решение строится для всех $\Phi_m, \Psi_m (m = 0, 1, 2, 3, \dots)$ по отдельности в виде ряда по сферическим функциям Ханкеля $h_n(z)$ первого или второго рода (это, в частности, дает возможность представить окончательное решение в виде комбинаций элементарных функций)

$$(4) \quad \Phi_m = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^m h_n(i\alpha R_k) P_n(\cos\theta);$$

$$\Psi_m = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^m h_n(i\beta R_k) \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta},$$

где a_n^m, b_n^m — неизвестные, определяемые из граничных условий; $P_n(\cos\theta)$ — присоединенные полиномы Лежандра; $k=1, 2; R_1=R; R_2=r$. Ограничимся отысканием трех первых слагаемых в (3). Рассматривая уравнение (1) в сферической системе координат R, θ с началом в центре сферической выемки и полагая в (4) $m=0, R_k=R_1=R, h_n^{(1)}(i\alpha R)$ — сферической функцией Ханкеля первого рода, определяем потенциал первичной волны

$$\Psi_0 = 0, \Phi_0 = -\frac{P}{A(a)} h_0^{(1)}(i\alpha R).$$

Неизвестная $A(a)$ определяется из граничного условия (2)

$$A(a) = -(M/\alpha a^3)(\beta^2 a^2 + 4\alpha a + 4).$$

Окончательно

$$(5) \quad \Phi_0 = (Pa^3/RM) [e^{-\alpha(R-\alpha)} / (\beta^2 a^2 + 4\alpha a + 4)].$$

Для определения потенциалов

$$\Phi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^1 h_n^{(2)}(i\alpha r) P_n(\cos\theta),$$

$$\Psi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^1 h_n^{(2)}(i\beta r) \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta}$$

волн, отраженных от поверхности полупространства, используется интегральное представление Зоммерфельда сферических функций [4]

$$h_0^{(2)}(i\alpha R) = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{k^2+c^2}R} \frac{J_0(kr)}{\sqrt{k^2+c^2}} k dk,$$

что позволяет записать решение уравнений (1) в цилиндрической системе

координат r, z , связанной с поверхностью полупространства, в виде

$$\Phi_{2m+1} = \int_0^{\infty} A(k) \frac{J_0(kr)k}{\sqrt{k^2 + \alpha^2}} e^{-\sqrt{k^2 + \alpha^2} z} dk;$$

$$\Psi_{2m+1} = \int_0^{\infty} B(k) \frac{J_1(kr)k}{\sqrt{k^2 + \beta^2}} e^{-\sqrt{k^2 + \beta^2} z} dk.$$

Условие исчезновения напряжений, возникающих за счет потенциалов $\Phi_{2m} + \Phi_{2m+1}, \Psi_{2m} + \Psi_{2m+1}$ при $z=0$ приводит к системе уравнений для нахождения неизвестных $A(k)$ и $B(k)$. Окончательно потенциалы однократно отраженных волн приобретают вид

$$\Phi_1 = \frac{P}{\alpha A(a)} \int_0^{\infty} \frac{T(k)k}{R(k)\sqrt{k^2 + \alpha^2}} J_0(kr) e^{-(n-z)\sqrt{k^2 + \alpha^2}} dk;$$

$$\Psi_1 = -\frac{P}{\alpha A(a)} \int_0^{\infty} \frac{4(2k^2 + \beta^2)k^2}{R(k)} J_1(kr) e^{-h\sqrt{k^2 + \alpha^2} + z\sqrt{k^2 + \beta^2}} dk,$$

где $z < h$; $R(k) = (2k^2 + \beta^2)^2 - 4k^2\sqrt{k^2 + \alpha^2}\sqrt{k^2 + \beta^2}$; $T(k) = (2k^2 + \beta^2)^2 + 4k^2\sqrt{k^2 + \alpha^2}\sqrt{k^2 + \beta^2}$. Обращение трансформант упростится при

замене переменной интегрирования

$$(6) \quad k = sv_p p.$$

Переходя от функций Бесселя к функциям Ханкеля и используя асимптотическое представление последних, интегралы можно вычислить по методу перевала

$$(7) \quad \Phi_1 = \frac{2PF_r e^{-i\frac{\pi}{4} - sv_p R'}}{\alpha A(a, s) R'}; \quad \Psi_1 = \frac{2PF_s e^{-i\frac{3\pi}{4} - sv_p d}}{\alpha A(a, s) \sqrt{r}},$$

где $R' = [r^2 + (h-z)^2]^{1/2}$; $d = h \sec \alpha_1 - zv \sec \alpha_2$; $v = v_p/v_s$;

$$(8) \quad F_p = \frac{(2r^2 - v^2 R'^2) + 4r^2 R' (h-z) \sqrt{R'^2 v^2 - r^2}}{(2r^2 - v^2 R'^2)^2 - 4r^2 R' (h-z) \sqrt{R'^2 v^2 - r^2}};$$

$$F_s = \frac{v^{3/2} \sin^2 \alpha_2 \cos 2\alpha_2}{(v \cos^2 2\alpha_2 + 4 \sin^2 \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2) \sqrt{vh \sec^3 \alpha_1 - z \sec^3 \alpha_2}},$$

причем выполняются соотношения

$$\sin \alpha_1/v_p = \sin \alpha_2/v_s, \quad r = h \operatorname{tg} \alpha_1 - z \operatorname{tg} \alpha_2$$

(α_1 — угол падения на границу полупространства продольной волны; α_2 — угол отражения образовавшейся поперечной волны).

Рассматривая уравнения (1) в системе координат, связанной с центром выемки, при $m=2$ в (4) потенциалы Φ_2, Ψ_2 дважды отраженных волн пред-

ставляются в виде

$$\Phi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n^2 h_n^{(1)}(i\alpha R) P_n(\cos \theta); \Psi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} b_n^2 h_n^{(1)}(i\beta R) \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta}.$$

Неизвестные a_n^2 и b_n^2 можно выразить через a_n^1 и b_n^1 , учитывая исчезновение напряжений, возникающих за счет потенциалов $\Phi_{2m+2} + \Phi_{2m+1}$, $\Psi_{2m+2} + \Psi_{2m+1}$ при $R=a$, т. е. на поверхности выемки. Условие это приводит к системе уравнений

$$\begin{cases} A_n(a) a_n^{2m+2} + B_n(a) b_n^{2m+2} = - [E_n(a) a_n^{2m+1} + F_n(a) b_n^{2m+1}], \\ C_n(a) a_n^{2m+2} + D_n(a) b_n^{2m+2} = - [G_n(a) a_n^{2m+1} + L_n(a) b_n^{2m+1}]. \end{cases}$$

Коэффициенты E_n, F_n, G_n, L_n совпадают с A_n, B_n, C_n, D_n соответственно, когда в последних вместо сферических функций первого рода взяты сферические функции второго рода. Система решается при $m=2$ относительно неизвестных a_n^2, b_n^2 . Таким образом,

$$\begin{aligned} \Phi_2 = \Phi_{22} + \Psi_{21} &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n^1 \frac{B_n G_n - D_n E_n}{\Delta} h_n^{(1)}(i\alpha R) P_n(\cos \theta) + \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} b_n^1 \frac{B_n L_n - F_n D_n}{\Delta} h_n^{(1)}(i\alpha R) P_n(\cos \theta); \\ \Psi_2 = \Phi_{21} + \Psi_{22} &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n G_n - C_n E_n}{\Delta} a_n^1 h_n^{(1)}(i\beta R) \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} + \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{G_n F_n - A_n L_n}{\Delta} b_n^1 h_n^{(1)}(i\beta R) \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta}, \end{aligned}$$

где $\Delta = A_n D_n = B_n C_n$;

$$(9) \quad \begin{aligned} a_n^1 &= \frac{P_i^n (2n+1)}{\alpha A(a)} \int_0^{\infty} \frac{T(k) k}{R(k) \sqrt{k^2 + \alpha^2}} P_n\left(\frac{\sqrt{k^2 + \alpha^2}}{\alpha}\right) e^{-2h\sqrt{k^2 + \alpha^2}} dk; \\ b_n^1 &= -\frac{P_i^{n-2} (2n+1)}{\alpha \beta n (n+1) A(a)} \int_0^{\infty} \frac{4(2k^2 + \beta^2) k^3}{R(k)} P_n'\left(\frac{\sqrt{k^2 + \beta^2}}{\beta}\right) e^{-h(\sqrt{k^2 + \alpha^2} + \sqrt{k^2 + \beta^2})} dk; \end{aligned}$$

Φ_{22}, Ψ_{21} — потенциалы отраженных продольной и поперечной волн, возникающих от падения продольной волны; Φ_{21}, Ψ_{22} — потенциалы отраженных продольной и поперечной волн, возникающих от падения поперечной волны. В целях удобства обращения потенциалы Φ_2, Ψ_2 представляются в интегральной форме. Для этого можно использовать асимптотическое представление сферических функций, интегральное представление полиномов Лежандра и метод Ватсона представления рядов в виде интегралов. С учетом ранее введенной замены (6) и формул (9) потенциал, например, дважды отраженной продольной волны приобретает вид

$$(10) \quad \Phi_{22} = -\frac{P e^{i\frac{\pi}{4}}}{(2\pi)^2 \alpha A(a)} \int_{\mathcal{L}_n} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{c_{\xi}}^{\infty} \int_{c_{\eta}}^{\infty} F(p, n) e^t dndpd\xi d\eta,$$

$$\text{где } f = f(s, p, n, \xi, \eta) = -sv_p(2a + R + 2h\sqrt{p^2 + 1}) - i7\pi n/4 + \\ + n \ln [(\sqrt{p^2 + 1} - p \cos \xi)(-\cos \theta - i \sin \theta \cos \eta)];$$

$$F(p, n) = \frac{T(p) p i^{n+1} (2n+1)}{2R(p) \sqrt{p^2 + 1} \sin n\pi};$$

\mathcal{L}_n — контур интегрирования в комплексной n плоскости, состоящий из петли, охватывающей положительную часть действительной оси от точки $\text{Re}(n) < 1/2$; C_ξ, C_η — замкнутые контуры интегрирования соответственно в ξ и η комплексных плоскостях, содержащих внутри себя точки $\xi=0$ и $\eta=0$. Интегралы в (10) можно вычислить, например, по методу перевала. Потенциалы $\Psi_{21}, \Phi_{21}, \Psi_{22}$, исходя из тех же замечаний, можно представить в аналогичной форме и вычислить по методу перевала.

Обращение найденных трансформант производится в предположении, что вязкоупругая среда обладает мгновенной упругостью и

$$v_p/v_s = v = \text{const.}$$

Согласно [10], значение v_p заменяется на $v_p(s) = [\rho I(s)]^{1/2}$, где $I(s)$ для довольно широкого класса вязкоупругих материалов можно представить в виде

$$(11) \quad I(s) = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}.$$

С привлечением асимптотических методов могут быть изучены явления на фронтах сильного разрыва [6]. В этом случае изучается асимптотическое поведение решения при $s \rightarrow \infty$, и $v_p(s)$ можно представить в виде

$$v_p(s) = [\rho I(s)]^{1/2} = \kappa^{-1} \left[1 + \frac{A}{2s} + \left(B - \frac{A^2}{4} \right) \frac{1}{2s^2} + \left(C - \frac{AB}{2} + \frac{A^3}{8} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{2s^3} + O(s^{-4}) \right],$$

где $\kappa = (\rho a_m/b_m)^{-1/2}$ — скорость распространения волны; коэффициенты A, B, C определяются путем разложения (11) в ряд по отрицательным степеням s . При обращении трансформант следует учитывать, что от параметра преобразования s зависит лишь выражение

$$(12) \quad e^{-sv_p f} / \alpha A(a, s),$$

где f — функция, не зависящая от s и принимающая в каждом случае конкретный вид. Ограничимся обращением потенциалов первичных и однократно отраженных волн. Разложение (12) в ряд и использование известной формулы обращения приводит к выражению

$$(13) \quad \Phi_0 = \frac{Pa^3}{\rho R 2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{\exp\left\{- (R-a)\left(\frac{s}{\kappa} + \gamma\right) + st\right\}}{a^2 s^2 + 4a^2 v^2 \kappa^2 s + 4v^2 \kappa^2 + 2av^2 \kappa A} \times \\ \times \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} + \frac{B}{2\kappa} - \frac{A^2}{8\kappa} \right) \frac{1}{s} + O(s^{-2}) \right] ds.$$

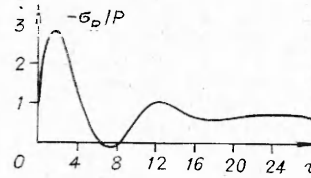
Представление потенциалов Φ_1 и Ψ_1 , отраженных от поверхности полу-

пространства волн (можно заметить из сравнения (5) и (7)), аналогично по форме.

Полагая в (11) $a_2 \neq 0, b_2 \neq 0, b_0 \neq 0$, все остальные a_n и b_n — равными нулю, имеем $\gamma = 0, A = 0, B = -b_0/2b_2, \epsilon_1 = -(2av^2/\kappa)b_0/b_2, \epsilon_0 = a^2s^2 + 4av^2\kappa s + 4\kappa^2v^2$.

По лемме Жордана интеграл в (13) отличен от нуля при $t \geq \frac{R-a}{\kappa}$ и равен сумме вычетов в особых точках подынтегральной функции. Следовательно, потенциалы будут отличны от нуля лишь с того момента времени, когда в рассматриваемую точку приходит фронт соответствующей волны. Вычисления для первых двух членов ряда в безразмерных параметрах $t\kappa/a = \tau, sa/\kappa = \xi, R/a = R_0$ приводят к следующим выражениям: для потенциала первичной волны

$$\frac{\varphi_0}{aP} = \frac{1}{2R_0} \left\{ \frac{1}{v\sqrt{1-v^2}} e^{-2v^2(\tau-R_0+1)} \sin \gamma_0 + \frac{b_0 a_2}{4b_2^2 v^2} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - e^{-2v^2(\tau-R_0+1)} \left(\cos \gamma_0 - \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} \sin \gamma_0 \right) \right] \right\},$$



где $\gamma_0 = 2v\sqrt{1-v^2}(\tau - R_0 + 1)$; для потенциалов однократно отраженных волн

$$\frac{\varphi_1}{aP} = \frac{\sqrt{2} F_p}{2R_1} \left\{ \frac{e^{-2v^2(\tau-R_1+1)}}{v\sqrt{1-v^2}} \sin \gamma_1 + \frac{b_0 a_2}{8b_2^2 v^2} \left[1 - e^{-2v^2(\tau-R_1+1)} \left(\cos \gamma_1 - \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} \sin \gamma_1 \right) \right] \right\}; \\ \frac{\psi_1}{aP} = - \frac{\sqrt{2} F_s}{2\sqrt{r_1}} \left\{ \frac{e^{-2v^2(\tau-d+1)}}{v\sqrt{1-v^2}} \sin \gamma_2 + \frac{b_0 a_2}{8b_2^2 v^2} \left[1 - e^{-2v^2(\tau-d+1)} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\cos \gamma_2 - \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} \sin \gamma_2 \right) \right] \right\},$$

где d, F_p, F_s берутся из (8) с подстановкой вместо r, R', h, z безразмерных параметров $r_1 = r/a, R_1 = R'/a, H = h/a, Z = z/a; \gamma_1 = 2v\sqrt{1-v^2}(\tau - R_1 + 1); \gamma_2 = 2v\sqrt{1-v^2}(\tau - d + 1)$. По известным формулам можно вычислить смещения и напряжения в точках полупространства. Например, радиальное напряжение, возникающее от распространения первичной волны, вычисляется по формуле

$$-\frac{\bar{\sigma}_R}{P} = \frac{1}{R_0^3} \left\langle e^{-2v^2(\tau-R_0+1)} \left[\frac{(1-v)(1+R_0-4vR_0^2) + 2v(1-2v)}{2(1-2v)} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \cos \gamma_0 + \frac{(1-2v^2R_0)^2}{v\sqrt{1-v^2}} \sin \gamma_0 \right] + \frac{b_0 a_2}{4b_2^2} \left[\frac{1-4v^2}{4v^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + e^{-2v^2(\tau-R_0+1)} \left[\frac{v(1-4R_0v^2) - (1-v)(1+2v)(1-R_0^2v)}{4v^2(1-2v)} \cos \gamma_0 + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{(1-v)(1-2R_0v^2)^2 - v(1-2R_0)}{4v^2\sqrt{1-v^2}} \sin \gamma_0 \right] \right] \right\rangle.$$

При $R_0 = 1, \tau = 0$ формула дает давление на поверхности выемки в начальный момент времени $\sigma_R = -P$. Определено изменение напряжения

на поверхности выемки до момента прихода отраженной волны при $\nu = 0,3$; $R_0 = 1$; $H = 15$; $0 \leq \tau < 28$; $b_0 a_2 / b_2^2 = 1$. Результаты вычислений представлены на фигуре.

Поступили 20 I 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Петрашень Г. И., Огурцов К. И. Динамические задачи для упругого полупространства в случае осевой симметрии.—Учен. зап. Ленингр. ун-та, 1951, вып. 24, № 149.
2. Головчан В. Т. Дифракция волн в сферических полостях.—Акуст. журнал, 1973, т. 19, вып. 2.
3. Онисько И. И., Шемякин Е. И. Движение свободной поверхности однородного грунта при подземном взрыве.—ПМТФ, 1961, № 4.
4. Thiruvengkatachar V. R., Viswanthan K. Dynamic response of an elastic half-space to time dependent surface tractions over an embedded spherical cavity.—Proc. Roy. Soc., 1965, Ser. A., vol. 287, N 1411.
5. Брук С. З. Задача Лэмба для вязкоупругой полуплоскости.—Изв. АН СССР. МТТ, 1972, № 3.
6. Ильюшин А. А., Победра Б. Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М., «Наука», 1970.
7. De T. K. Propagation of waves in a visco-elastic half-space due to internal sources.—«Pure and Appl. Geophysics», 1970, vol. 80, N 3.
8. Медведева Н. С., Шемякин Е. И. Волны нагрузки при подземном взрыве в горных породах.—ПМТФ, 1961, № 6.
9. Tsay L. J. On the attenuation of transient spherical waves in a four element visco-elastic model and its implications.—«Pure and Appl. Geophysics», 1973, vol. 110, N 9.
10. Бленд Д. Теория линейной вязкоупругости. М., «Мир», 1965.

УДК 532.593

ВОЛНЫ СЖАТИЯ И РАЗРЕЖЕНИЯ В УДАРНО-СЖАТЫХ МЕТАЛЛАХ

А. Н. Дремин, Г. И. Канель

(Москва)

Исследовано поведение дуралюмина и меди в условиях нагружения образцов последовательно двумя идущими друг за другом ударными волнами и при разгрузке после ударного сжатия. Амплитуда первой ударной волны составляла 150—250 кбар. Проведено прямое измерение разности главных напряжений за фронтом ударной волны в дуралюмине. Полученные результаты не соответствуют существующим представлениям о поведении твердого тела при динамическом нагружении. Обсуждаются возможные причины этого расхождения.

По существующим представлениям [1—3] напряженное состояние металлов за фронтом ударной волны соответствует пределу текучести при данном давлении. В процессе дальнейшего сжатия материал должен вести себя сугубо пластически, скорость слабых волн сжатия определяется объемной скоростью звука. В волне разгрузки должен выделяться