

7. Башурин В. П., Голубев А. П., Терехин В. А. О бесстолкновительном торможении пеннизированного облака, разлетающегося в однородную замагниченную плазму // ПМТФ.— 1983.— № 5.
8. Кудряшов Н. А., Кучеренко С. С., Побережный Л. И. Численное решение задачи о распространении цилиндрической ударной волны в магнитном поле // ПМТФ.— 1986.— № 6.
9. Кестенбойм Х. С., Росляков Г. С., Чудов Л. А. Точечный взрыв. Методы расчета. Таблицы.— М.: Наука, 1974.
10. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике.— М.: Наука, 1982.
11. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. П. Применение модифицированного метода «крупных частиц» к решению задач волновой динамики // ЖВММФ.— 1976.— Т. 16, № 4.

г. Москва

Поступила 20/IV 1989 г.,  
в окончательном варианте — 11/XII 1989 г.

УДК 530.182

В. Н. Алексеев, К. А. Наугольных, С. А. Рыбак

### НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ ПРИ ЛАЗЕРНОМ НАГРЕВЕ

Рассмотрены два механизма возникновения поверхностной неустойчивости жидкости при ее нагреве с помощью лазерного излучения. Неоднородный нагрев вдоль поверхности жидкости приводит к термокапиллярной неустойчивости. В отличие от других работ исследован нестационарный режим нагрева вещества и приведены оценки минимального порога возникновения неустойчивости этого типа. При испарении вещества неоднородный нагрев жидкости по глубине приводит к возникновению неустойчивости другого типа. В этом случае получены оценки максимального инкремента нарастающих возмущений поверхности при минимуме предположений.

1. При воздействии мощного лазерного излучения на свободную поверхность жидкости возбуждаются поверхностные волны. В [1] рассмотрено возбуждение капиллярных волн импульсом давления отдачи, стимулированного лазерным излучением, в условиях, когда длительность воздействия мала по сравнению с периодом капиллярной волны. Возможна и обратная ситуация, когда возбуждение поверхностных волн происходит в результате развития неустойчивостей в процессе взаимодействия лазерного излучения с веществом. Раскачка поверхностных возмущений может при этом существенно изменить условия поглощения и рассеяния света и повлиять на развитие процесса взаимодействия света с жидкостью [2]. Один из возможных механизмов неустойчивости связан с неоднородностью нагрева приповерхностного слоя. При неоднородном распределении температуры вдоль поверхности возникает термокапиллярная сила [3], пропорциональная градиенту поверхностного натяжения  $\alpha$ . Эта тангенциальная сила действует на приповерхностный слой вещества и, вызывая его движение, приводит к образованию лунки, т. е. прогиба поверхности жидкости в месте повышения ее температуры [4].

Как показано в [5], при неоднородном нагреве жидкости на ее поверхности могут возбуждаться волны двух типов: гравитационно-капиллярные и термокапиллярные. Возникновение неустойчивости первого типа связано с искажением формы поверхности раздела двух сред  $z = \zeta(x, t)$ , ниже основное внимание будет уделено самовозбуждению именно гравитационно-капиллярных волн.

Известно [6], что изменение механической энергии колебаний произвольного типа описывается уравнением

$$(1.1) \quad \frac{dE_m}{dt} = -T \int \rho \dot{s} dr + \langle vf \rangle,$$

где  $E_m = \langle \int \rho v^2 dr \rangle$  — колебательная энергия (в данном случае поверхностных волн), усредненная по периоду колебаний  $2\pi/\omega$ . Наиболее просто эта энергия рассчитывается в приближении маловязкой жидкости, когда

движение вещества можно считать почти потенциальным. В этом случае скорость движения жидкости  $v$  определяется исключительно скалярным потенциалом и энергия поверхностных колебаний, приходящаяся на единицу площади, равна  $\rho\omega^2|\xi_0|^2/2k$  ( $\rho$  — плотность жидкости,  $k$  — волновое число распространяющейся поверхностной волны  $\zeta(x, t) = \xi_0 \exp(ikx - i\omega t)$ ).

Если увеличение энтропии вещества  $s$  зависит в основном от вязких потерь, то первый член справа в равенстве (1.1) преобразуется к выражению  $(1/2) \langle \int \sigma_{ik}^2 dx \rangle$  и при плоской монохроматической поверхностной волне равен  $2\eta k \omega^2 |\xi_0|^2$  [3] ( $\sigma_{ik}$  — тензор вязких напряжений,  $\eta = \nu\rho$  — динамическая вязкость). Однако изменение колебательной энергии  $E_m$  в общем случае может происходить как за счет увеличения энтропии вещества, так и за счет совершения дополнительной работы  $\langle v f \rangle$ . Так же как в стационарном потоке возможна раскачка колебаний за счет энергии поступательного движения внешнего потока [6], так и в случае теплового источника возможно самовозбуждение поверхностных волн за счет работы термокапиллярной силы, пропорциональной  $\partial\alpha/\partial x$  ( $x$  — координата вдоль поверхности жидкости). Считая, что коэффициент поверхностного натяжения является однозначной функцией температуры и с ростом ее  $\alpha(T)$  падает, найдем, что мощность этой силы, отнесенная к единице поверхности  $S$ , есть  $\langle v_x f \rangle / S = \left| \frac{d\alpha}{dT} \right| \left\langle v_x \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \xi_x \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=\zeta} \right\rangle$ . Подставляя сюда  $v_x(z = \zeta) = -\omega \xi$  и амплитудные значения температуры, получим, что в квадратичном приближении по  $\zeta$  искомая мощность

$$(1.2) \quad \langle v_x f \rangle = \frac{\omega k S}{2} \left| \frac{d\alpha}{dT} \right| \operatorname{Re} (iT_1 \xi_0^*)$$

( $T_1$  — амплитуда колебаний температуры жидкости, линейная по  $\zeta$ ).

В случае стационарного, нулевого по  $\zeta$  потока тепла правую часть уравнения (1.1) можно свести к выражению  $\gamma E_m$ , где постоянная во времени величина  $\gamma$  имеет физический смысл декремента (или инкремента при  $\gamma > 0$ ) колебаний. Приравняв  $\gamma$  нулю, можно найти порог возникновения неустойчивости [5, 7]. Приведенная схема расчета относится, однако, к случаю стационарного распределения температуры в приповерхностном слое жидкости. В отличие от этого, рассмотрим далее вопрос о самовозбуждении поверхностных возмущений в условиях, когда распределение температуры находится из решения задачи о нагреве приповерхностного слоя жидкости лазерным излучением и оказывается, как увидим, исключительно нестационарным.

2. Пусть на поверхность жидкости со стороны  $z < 0$  падает излучение интенсивностью  $I(t)$  и поглощается в тонком слое вещества толщиной  $\sim 1/\mu$ . Для простоты будем считать, что коэффициент отражения излучения равен нулю, а диаметр лазерного пятна  $d$  велик по сравнению с толщиной  $1/\mu$ . Распределение температуры в жидкости описывается обычным уравнением теплопроводности

$$(2.1) \quad \rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \nu \nabla T \right) = \kappa \Delta T + \mu I(t) \exp \{ -\mu [z - \zeta(x, t)] \}, \quad z \geq 0,$$

где  $c_p$  — удельная теплоемкость жидкости;  $\kappa = \gamma \rho c_p$  — коэффициент ее теплопроводности. Условие  $d \gg 1/\mu$  позволяет в приближении плоской границы раздела фаз  $\zeta = 0$  рассматривать «нулевую» задачу одномерной и заменить, в частности, лапласиан  $\Delta$  в (2.1) на  $\partial^2/\partial z^2$ . При умеренной интенсивности электромагнитного излучения, когда нагрев вещества не сопровождается его испарением, уравнение (2.1) надо дополнить граничным условием

$$(2.2) \quad (\mathbf{n} \nabla T)_{z=\zeta(x, t)} = 0$$

( $\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности  $z = \zeta(x, t)$ ). Заметим, что условие (2.2) является точным для жидкости, граничащей с вакуумом, и приближенным для жидкости, граничащей с реальным газом. Так как теплопровод-

ность газа  $\kappa'$  обычно мала, то тепловым потоком со стороны газа  $\kappa'(\nabla T')_{z=\zeta}$  в правой части (2.2) можно пренебречь.

Положив в уравнении (2.1) возмущение  $\zeta$  равным нулю, а также  $v = 0$  и заменив  $\Delta$  на  $\partial^2/\partial z^2$ , найдем нулевое решение уравнения теплопроводности (2.1). При этом граничное условие (2.2) сводится просто к равенству нулю производной  $\partial T_0/\partial z$  на поверхности  $z = 0$ . В таком случае решение задачи может быть записано в квадратурах:

$$(2.3) \quad T_0(z, t) = T_\infty + \frac{\mu}{\rho c_p} \int_0^t dt' I(t') \exp\left(\frac{t-t'}{t_1}\right) \int_{(t-t')/t_1}^{\infty} \frac{d\eta}{\sqrt{\pi\eta}} \exp\left(-\frac{z^2\mu^2}{4\eta} - \eta\right).$$

Здесь  $T_\infty$  — первоначальная температура жидкости;  $t_1 = 1/\chi\mu^2$  — время (за которое тепловая волна достигает «конца» зоны поглощения), определяющееся из равенства  $\sqrt{\chi t_1} = 1/\mu$ . Анализ выражения (2.3) показывает, что стационарный режим в одномерном случае и при отсутствии испарения жидкости практически никогда не осуществляется. Действительно, из полученного решения (2.3) следует, что вначале (при  $t \ll t_1$ ) температура в каждой точке пространства растет пропорционально количеству выделившегося тепла и приближенно равна

$$T_0(z, t) = T_\infty + (\mu/\rho c_p) \exp(-\mu z) \int_0^t dt' I(t').$$

При постоянной интенсивности излучения это означает, что температура  $T_0$  растет во времени линейно. При  $t \geq t_1$  существенно сказывается роль теплопроводности. От поверхности жидкости начинается отток тепла пропорционально  $\sqrt{t}$ , и рост  $T_0$  во времени несколько замедляется. В предельном случае  $t \gg t_1$ , и при условии, что лазерный импульс вывелился, температура  $T_0$  в каждой точке пространства, достигнув максимума, падает до первоначального значения  $T_\infty$ . Асимптотика (2.3) приобретает при этом очень простой вид, и  $T_0$  изменяется по закону

$$(2.4) \quad T_0(z, t) = T_\infty + \frac{Q/\rho c_p}{\sqrt{\pi\chi t}} \exp\left(-\frac{z^2}{4\chi t}\right)$$

( $Q = \int_0^\infty dt' I(t')$  — полная энергия лазерного излучения, поглощенная в жидкости).

Отсюда следует, что обычный подход к задаче о возникновении неустойчивости термокапиллярных волн здесь не проходит. Вычисление мощности термокапиллярной силы в этом случае по формуле (1.2) еще возможно в приближении «замороженной» температуры  $T_0$ . Правда, для этого необходимо, чтобы время существенного изменения  $T_0$  было много больше обратной частоты колебаний. Но при этом мощность термокапиллярной силы  $\langle v_x f \rangle$ , усредненная по периоду колебаний  $2\pi/\omega$ , оказывается функцией «медленного» времени. Как следствие этого является функцией времени и декремент колебаний  $\gamma$ , а с ним и комплексная частота соответствующего дисперсионного уравнения, поскольку  $\text{Im } \omega(k) = \gamma(t)/2$ . Таким образом, нахождение порога возникновения неустойчивости термокапиллярных волн, согласно традиционной схеме, вызывает определенные трудности. В связи с этим откажемся от поиска точного значения декремента колебаний  $\gamma(t)$  как функции времени и, рассматривая задачу исключительно вблизи порога неустойчивости  $\gamma = 0$ , ограничимся нахождением минимального значения лазерного излучения, начиная с которого возможно возникновение неустойчивости.

Как видно из формулы (1.2), для нахождения мощности термокапиллярной силы необходимо определить значение амплитуды колебаний температуры  $T_1$ , линейной по  $\zeta$  в точке  $z = 0$ . Линеаризуя уравнение теплопроводности (2.1), можно найти соответствующее уравнение для  $T_1$ . При этом граничное условие (2.2) после линеаризации становится неоднородным:  $(\partial T_1/\partial z)_{z=0} = -\zeta(x, t)(\partial^2 T_0/\partial z^2)_{z=0}$ .

Введя вспомогательную функцию  $\theta(x, z, t) = T_1(x, z, t) + \zeta(x, t) \times (\partial T_0 / \partial z)$ , задачу можно свести к решению неоднородного уравнения для  $\theta$  с однородным граничным условием прежнего вида:  $(\partial \theta / \partial z)_{z=0} = 0$ . При этом уравнение для вспомогательной функции  $\theta$  будет как обычное уравнение теплопроводности с источником:

$$(2.5) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) + \left( \dot{\zeta} - v_z - \kappa \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \right) \frac{\partial T_0}{\partial z}.$$

При решении уравнения (2.5) будем исходить из того, что возбуждение поверхности  $\zeta(x, t)$  имеет вид все той же плоской монохроматической волны  $\zeta_0 \exp(ikx - i\omega t)$ . Поэтому зависимость амплитуды колебаний температуры  $\theta_1(x, z, t)$  от продольной координаты  $x$  определяется тем же экспоненциальным множителем  $\exp(ikx)$ , что и у  $\zeta(x, t)$ , а  $\partial^2 \theta / \partial x^2 = -k^2 \theta$ ,  $\partial^2 \zeta / \partial x^2 = -k^2 \zeta$ . Однако зависимость  $\theta(t)$  от времени сложнее, чем у  $\zeta(x, t)$ , и не станет сводиться к аналогичному временному множителю  $\exp(-i\omega t)$ . Кроме того, при решении уравнения (2.5) будем, как и ранее, считать для простоты, что движение жидкости потенциально и поэтому скорость  $v_z$  равна  $\dot{\zeta} \exp(-kz)$ . Уравнение (2.5) вместе со своим граничным условием решается точно, и его решение может быть записано в квадратурах. Поскольку нас интересует значение температуры  $T_1$  только в нуле, то здесь приведем выражение для  $\theta_1(z=0, t) = T_1(z=0, t)$ , записанное сразу же при  $z=0$ :

$$(2.6) \quad T_1(x, z=0, t) = 2\chi k^2 \int_0^\infty \frac{dt' \zeta(x, t')}{\sqrt{4\pi\chi(t-t')}} \exp[-\chi k^2(t-t')] \times \\ \times \int_0^\infty dz' \frac{\partial T_0}{\partial z'} \left\{ 1 - \frac{i\omega}{\chi k^2} + \frac{i\omega}{\chi k^2} \exp(-kz') \right\} \exp\left[-\frac{z'^2}{4\chi(t-t')}\right].$$

Градиент «нулевой» температуры во внутреннем интеграле (2.6) можно найти с помощью точного решения (2.3) для температуры  $T_0$ . Подставив это значение  $\partial T_0 / \partial z'$  в формулу (2.6), получим также точное выражение и для линейной температуры  $T_1$ . Однако это выражение для  $T_1$  оказывается очень сложным и громоздким, выражаясь в общем случае через четырехкратный интеграл. Для облегчения анализа поведения  $T_1(x, z=0, t)$  во времени воспользуемся следующим приближением. Во-первых, при нахождении производной  $\partial T_0 / \partial z'$  воспользуемся для  $T_0(z, t)$  не точной формулой (2.3), а ее асимптотикой (2.4). Кроме того, при вычислении внутреннего интеграла в формуле (2.6) линейную экспоненту  $\exp(-kz')$  в фигурных скобках заменим на квадратичную  $\exp(-k^2 z'^2)$ . Все это даст возможность провести интегрирование в элементарных функциях, сохранив достаточную точность вычислений и качественный характер поведения температуры  $T_1$  во времени.

Произведя интегрирование в (2.6) с учетом сделанных замечаний, находим

$$(2.7) \quad T_1(x, z=0, t) = -\frac{k^2 \zeta_0}{\rho c_p} \Psi\left(\omega t, \frac{\chi k^2}{\omega}\right),$$

где безразмерная величина  $\Psi$  является функцией двух безразмерных параметров  $\omega t$  и  $\chi k^2 / \omega$ . При вычислении мощности термокапиллярной силы понадобится не сама величина  $\Psi$ , а только ее мнимая часть

$$(2.8) \quad \text{Im } \Psi = \int_0^1 d\xi \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}} \sin(\omega t \xi) e^{-\chi k^2 t \xi} - \\ - 4\omega t \int_0^1 d\xi \frac{\xi^{3/2} (1-\xi)^{1/2} \cos(\omega t \xi)}{1 + 4\chi k^2 t \xi (1-\xi)} e^{-\chi k^2 t \xi}.$$

Рассмотрим теперь поведение  $\text{Im } \Psi$  как функции от  $\omega t$ . При этом заметим, что параметр  $\chi k^2/\omega$  достигает своего наибольшего значения при предельных значениях  $\omega_{\max}$  и  $k_{\max}$ , которые находятся из условия, что  $\text{Im } \omega \simeq \text{Re } \omega$ . С учетом дисперсионного соотношения для гравитационно-капиллярных волн следует, что наибольшее значение  $(\chi k^2/\omega)_{\max}$  равно  $\simeq \gamma/2\nu$ , что, например, для воды составляет  $\simeq 0,08$  в области температур до  $100^\circ\text{C}$ . Поэтому в области изменения переменной  $\omega t$  от нуля до величины порядка единицы комбинации  $\chi k^2 t \xi$  и  $4\chi k^2 t \xi(1 - \xi)$  оказываются также малыми величинами и в формуле (2.8) ими можно пренебречь. В данном случае выражение (2.8) сильно упрощается, и его можно переписать в виде

$$(2.9) \quad \text{Im } \Psi(\omega t) \simeq \int_0^1 d\xi \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}} (7 - 8\xi) \sin(\omega t \xi).$$

Устремляя аргумент  $\omega t$  к нулю, найдем, что  $\text{Im } \Psi(0) = \omega t \pi/8$ . С увеличением  $\omega t$  линейный рост (2.9) замедляется и где-то в области  $\omega t \simeq \pi/2$  мнимая часть  $\Psi$  достигает максимума. Далее происходит падение  $\text{Im } \Psi$  до нуля, после чего рассматриваемая величина становится отрицательной. При дальнейшем росте аргумента происходят колебания  $\text{Im } \Psi$  около нуля, а сама амплитуда колебаний падает сначала как  $(\omega t)^{-3/2}$ , а затем и экспоненциальным образом. Ниже нас будет интересовать наибольшее положительное значение  $\text{Im } \Psi$ . Простые оценки выражения (2.9) показывают, что  $(\text{Im } \Psi)_{\max}$  не превышает  $\simeq 0,5$ . Кроме того, заметим, что если бы для нулевой температуры воспользовались точным выражением (2.3), а не его асимптотикой (2.4), то мнимая часть  $\Psi$  оказалась бы функцией еще одной дополнительной переменной  $t/t_1$ . Однако можно показать, что при  $t \leq t_1$   $\text{Im } \Psi$  по модулю значительно меньше найденного выше максимального значения. Поэтому максимум  $\text{Im } \Psi$ , равный приблизительно  $\simeq 0,5$ , оказывается справедливым во всей области изменения времени  $t$ . Физически рассмотренный анализ соответствует тому, что амплитуда колебаний температуры  $T_1$  вначале растет от нуля, далее достигает своего максимального значения, а затем вновь падает.

Подставим теперь выражение (2.7) для линейной температуры в формулу (1.2) и найдем усредненную мощность термокапиллярной силы. Как и ожидалось,  $\langle v_{xf} \rangle$  оказывается функцией времени. Не вдаваясь в детальное изучение поведения всей картины явления во времени, сделаем грубую оценку устойчивости относительно возникновения поверхностных волн. Для этого приравняем максимальное значение  $\langle v_{xf} \rangle_{\max}$  потерям на вязкость и найдем минимальный порог самовозбуждения капиллярных волн

$$(2.10) \quad Q_{\min} = \frac{8\pi\rho^2\nu c_p \omega}{k^2 |d\alpha/dT| (\text{Im } \Psi)_{\max}}.$$

Из полученного соотношения следует, что при  $Q < Q_{\min}$  нагрев жидкости лазерным излучением происходит устойчиво, а возбуждение поверхностных волн возможно лишь при  $Q > Q_{\min}$  или значительно выше. Если воспользоваться найденной оценкой  $(\text{Im } \Psi)_{\max} \simeq 0,5$  и принять во внимание дисперсионное соотношение  $\omega^2 \simeq \alpha k^3$ , то соотношение (2.10) можно переписать в виде

$$(2.11) \quad Q_{\min} \simeq 16\pi\rho^2\nu c_p \sqrt{\frac{\alpha}{\xi\rho}} \left| \frac{d\alpha}{dT} \right|^{-1}.$$

В отличие от [5] соотношения (2.10) и (2.11) накладывают ограничения не на интенсивность лазерного излучения  $I(t)$ , а на полную энергию поглощенного излучения. Поскольку мощность термокапиллярной силы определяется исключительно температурой, достигнутой на поверхности жидкости, то в стационарном случае, который только и рассматривался в [5], температуры  $T_0$  и  $T_1$ , а с ними и мощность  $\langle v_{xf} \rangle$  оказывались функ-

циями постоянной интенсивности излучения. В нестационарном же случае это не так и температура, а с ней и искомая мощность силы  $\langle v_{xf} \rangle$  определяются уже не интенсивностью, а всей энергией излучения, поглощенной к моменту времени  $t$ :  $Q_t = \int_0^t dt' I(t')$ .

В качестве примера использования формул (2.10) и (2.11) приведем численное значение порога  $Q_{\min}$  при нагревании воды излучением лазера на  $\text{CO}_2$  с длиной волны 10,6 мкм. Данные для воды возьмем в области температуры  $\approx 50^\circ\text{C}$ :  $c_p \approx 4,2$  Дж/г,  $\alpha \approx 70$  мДж/м<sup>2</sup>,  $\nu \approx 0,01$  см<sup>2</sup>/с,  $|d\alpha/dT| \approx 0,17$  мДж/(м<sup>2</sup>·град),  $\mu \approx 870$  см<sup>-1</sup>. В этом случае минимальный порог возникновения неустойчивости будет пропорциональным квадратному корню из длины возмущения и равным  $Q_{\min} \approx 90/\sqrt{k}$  Дж/см<sup>2</sup>.

3. Когда температура  $T_0$  на поверхности жидкости достигает температуры кипения, то наряду с рассмотренным механизмом возбуждения поверхностных волн возникает еще один механизм поверхностной неустойчивости. Новый механизм связан с неоднородным распределением температуры, по не вдоль поверхности жидкости, как ранее, а с глубиной. Неустойчивость этого рода наиболее подробно исследована в [7]. При испарении вещества граничное условие (2.2) изменяется радикальным образом и в пренебрежении тепловым потоком в сторону газа  $\kappa' (\nabla T')_{z=\zeta}$  записывается в виде

$$(3.1) \quad \kappa(\mathbf{n}\nabla T)_{z=\zeta(x,t)} \approx jL.$$

Здесь  $L$  — теплота парообразования;  $j$  — поток испаряющейся массы. Из равенства (3.1) вытекает, что при испарении вещества максимум температуры сдвигается с поверхности жидкости вглубь, а граничное условие (3.1) записывается теперь на движущейся поверхности  $z = z_0(t)$  даже при отсутствии поверхностных волн. При этом скорость изменения положения границы за счет испарения связана с потоком массы как  $j \approx \rho \dot{z}_0$ . Что касается величины самого потока массы  $j$ , то она может быть найдена в самом простейшем случае из уравнения Герца — Кнудсена

$$(3.2) \quad j = \frac{p_s(T_0) - p'}{\sqrt{2\pi RT}} \beta,$$

где  $\beta$  — коэффициент конденсации;  $p_s(T_0)$  — давление насыщенного пара при температуре  $T_0$  на поверхности жидкости;  $R$  — газовая постоянная.

Неоднородное распределение температуры по глубине жидкости приводит к тому, что при случайном прогибе поверхности раздела фаз уменьшается толщина пограничного слоя, т. е. длины, на которой происходит существенное изменение температуры. Тогда, согласно равенству (3.1), увеличивается поток массы за счет дополнительного испарения вещества и как следствие этого прогиб поверхности еще более возрастает. Решение уравнения теплопроводности (2.1) с учетом нового граничного условия (3.1) позволяет в принципе найти инкремент нарастающих возмущений поверхности как функции длины возмущений. В [7] получена зависимость  $\gamma(k)$  в режиме стационарного испарения ( $I = \text{const}$ ). Однако некоторые простые оценки  $\gamma$  можно сделать и в этом случае, не прибегая к сложным вычислениям и к серьезным ограничениям.

Как следует из уравнения (3.2), скорость границы  $z_0(t)$  является функцией температуры  $T_0$  на поверхности жидкости, т. е.  $z_0 = \Phi(T_0)$ . Из решения же системы уравнений (2.1), (3.1) и (3.2) вытекает, что температура  $T_0$  сама должна быть функцией  $z_0(t)$ . Поэтому для возмущения поверхности  $\zeta$  бесконечной длины, т. е. случайного прогиба  $\delta z_0(t)$ , соответствующее уравнение находится просто в результате разложения



функции  $\Phi(T_0(z_0))$  в ряд по  $\delta z_0$ :

$$(3.3) \quad \frac{d}{dt} \delta z_0 = \frac{d\Phi}{dT_0} \left( \frac{\partial T_0}{\partial z} + \frac{1}{z_0} \frac{\partial T_0}{\partial t} \right) \delta z_0$$

( $\Phi = j/\rho = \beta [p_s(T_0) - p'] / \sqrt{2\pi R T_0 \rho^2}$ ). Считая, что производная  $\partial T_0 / \partial t$  мала по сравнению с  $\dot{z}_0 (\partial T_0 / \partial z)$ , а также используя граничное условие (3.1) для нахождения пространственной производной  $(\partial T_0 / \partial z)_{z=z_0}$ , из уравнения (3.3) сразу же получаем искомое выражение для инкремента

$$(3.4) \quad \gamma \approx \frac{\dot{z}_0^2 L^2 \rho'}{p_s(T_0) \chi c_p T_0} \left( 1 - \frac{p_s(T_0)}{2\rho' L} \right).$$

Здесь  $\rho'$  — плотность пара; кроме того, при выводе выражения (3.4) использовалось уравнение Клаузиуса — Клапейрона:  $dp_s/dT \approx \rho' L / T_0$ . Вплоть до температуры взрывного кипения  $T_L$  [8] множитель в круглых скобках правой части (3.4) с хорошей точностью равен единице. В этом случае выражение (3.4) совпадает с максимальным инкрементом  $\gamma(k)$ , полученным в [7] в предположении установившегося стационарного режима испарения при  $I = \text{const}$ . Дальнейшее разложение функции  $\Phi$  в ряд по  $\delta z_0$  с точностью до квадратичных членов позволяет найти коэффициент  $\gamma_2$  при  $\delta z_0^2$ , который оказывается отрицательным. Это свидетельствует о том, что рассматриваемая неустойчивость носит мягкий характер и в конце концов происходит установление конечной амплитуды нарастающих возмущений с  $(\delta z_0)_{\text{max}} = \gamma / \gamma_2$ .

Как видно из выражения (3.4), инкремент  $\gamma$  растет с увеличением скорости поверхностного испарения  $\dot{z}_0$ , которая в свою очередь оказывается пропорциональной интенсивности излучения (в квазистационарном режиме испарения имеет место равенство  $I = jL_{\text{эф}}$  [9]). Наибольшее значение инкремент  $\gamma$  приобретает при достижении  $T_0$  температуры взрывного кипения, при которой скорость  $\dot{z}_0$  максимальна при поверхностном кипении. Так, для воды из формулы (3.4) следует, что при  $T_L \approx 574$  К ( $p \approx 0,1$  МПа),  $(\dot{z}_0)_{\text{max}} \approx 40$  м/с и  $I_{\text{max}} \approx 2,5 \cdot 10^5$  Вт/см<sup>2</sup> максимальный инкремент  $\gamma_{\text{max}} \approx 3 \cdot 10^6$  с<sup>-1</sup>. При условии  $1/\gamma > \tau$  это требует поглощения энергии  $I/\gamma \sim 0,1$  Дж/см<sup>2</sup>. При дальнейшем увеличении интенсивности и энергии лазерного излучения поверхностное испарение жидкости сменяется объемным и неустойчивость поверхности раздела фаз приобретает абсолютный характер.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зосимов В. В., Кукушкин М. Ю., Наугольных К. А., Пученков О. В. Гидродинамические явления при взаимодействии оптического излучения с сильно поглощающими диэлектрическими жидкостями // ПМТФ.— 1989.— № 1.
2. Бункин Ф. В., Трибельский М. И. Нерезонансное взаимодействие мощного оптического излучения с жидкостью // УФН.— 1980.— Т. 130, № 2.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика.— М.: Физматгиз, 1959.
4. Scriven L. E., Sterling C. V. The Marangoni effects // Nature.— 1960.— V. 187, N 4733.
5. Левченко Е. Б., Черняков А. Л. Неустойчивость поверхностных волн в неоднородно нагретой жидкости // ЖЭТФ.— 1981.— Т. 81, вып. 4(7).
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика.— М.: Наука, 1986.
7. Хохлов В. А. Неустойчивость испарения слоя расплава в поле тяжести // ЖТФ.— 1988.— Т. 58, вып. 7.
8. Скрипов В. П., Синицын Е. Н., Павлов П. А. и др. Теплофизические свойства жидкостей в метастабильном состоянии.— М.: Атомиздат, 1980.
9. Анисимов С. И., Имас Я. А., Романов Г. С., Ходыко Ю. В. Действие излучения большой мощности на металлы.— М.: Наука, 1970.

г. Москва

Поступила 17/II 1989 г.,  
в окончательном варианте — 4/XII 1989 г.