

## СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ И ФОРМА ВОЗДУШНЫХ ПУЗЫРЕЙ В ВОДЕ

И. В. Белов, Е. В. Проколов

(Свердловск)

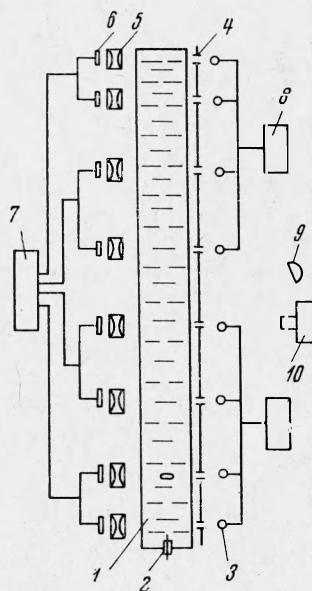
Экспериментально установлено, что движение газового пузыря в жидкости определяется формоизменением во времени его оболочки. Степень деформации пузыря в момент отрыва, обусловленная реакцией жидкости, определяется ее плотностью, поверхностным натяжением и размером выходного отверстия сопла. В дальнейшем движении пузыря происходят не связанные с движением затухающие колебания его оболочки, сопровождающиеся постепенным восстановлением ею сферической формы. Это приводит к увеличению силы лобового сопротивления и к постепенному уменьшению скорости всплывания. Как следствие этого, мгновенная скорость всплывания пузыря определяется его отрывным диаметром и временем от начала движения. Приведены формулы для расчета скорости всплывания и формы пузырей.

Известные [1-5] формулы для расчета скорости всплывания  $u$  сравнительно крупных газовых пузырей, как правило, выведены в предположении, что движение жидкости около пузыря потенциально, а деформация пузыря вызвана силой сопротивления. Расчет по формулам различных авторов дает существенно различные результаты. Так, используя понятие эквивалентного диаметра  $d$ , т. е. диаметра сферы, равной по объему пузырю, для скорости всплывания в воде пузыря диаметром  $d = 0.718 \cdot 10^{-2}$  м получим: по Рихшину [1, стр. 41] — 0.166 м/сек; по Тейлору [2] — 0.189 м/сек; по Левичу [3] — 0.391 м/сек; по Бякову [4] и Франк-Каменецкому [5, стр. 98] — 0.224 м/сек. Некоторые из этих формул [1,2] дают зависимость  $u$  от диаметра пузыря, а другие [3-5] — только от физических свойств жидкости, и все они выведены для стационарного движения пузырей постоянного объема.

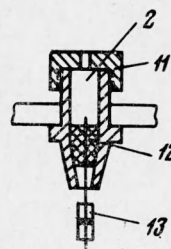
Между тем экспериментально установлены факты нестационарности движения пузыря [6] и взаимосвязь скорости всплывания пузыря и его формы [7].

Ниже приведены некоторые результаты исследования движения в дистиллированной воде воздушных пузырей начальным диаметром  $(0.58-0.64) \cdot 10^{-2}$  м.

1. Опыты проводились в прозрачной колонне (фиг. 1) высотой 2 м, поперечным сечением  $0.2 \times 0.2$  м. Единичный пузырь формировался плавным выдавливанием воздуха из медицинского шприца 13 в сопло 2, укрепленное в дне колонны 1.



Фиг. 1а



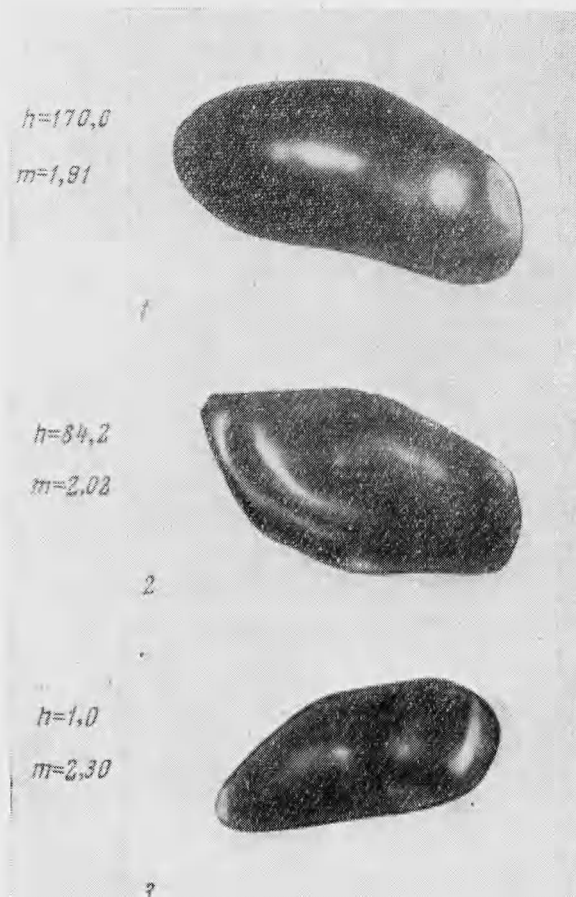
Фиг. 1б

Фиг. 1. 1 — экспериментальная колонна, 2 — сопло, 3 — источник света, 4 — диафрагма, 5 — оптический конденсор, 6 — фотоспротивление, 7 — осциллограф, 8 — стабилизатор напряжения, 9 — импульсная лампа, 10 — фотокамера, 11 — головка сопла, 12 — резиновая пробка, 13 — шприц

Для определения скорости всплывания пузыря измерялось время прохождения пузыря фиксированных участков колонны. Деление высоты колонны на отдельные участки производилось рядом узких (толщиной  $0.2 \cdot 10^{-2}$  м) горизонтальных световых лучей, образуемых источниками света 3 и диафрагмами 4. Плоскости световых лучей располагались соответственно на расстояниях 0.01, 0.292, 0.572, 0.842, 1.138, 1.418, 1.700 и 1.974 м от сопла. Каждый световой луч фокусировался оптическим конденсором 5 на поверхность чувствительного элемента фотоспротивления ФС-К1 6, включенного в цепь зеркального гальванометра светолучевого осциллографа Н-700. Запись импульсов тока, возникающих в момент пересечения пузыря светового луча, произво-

дилась на движущуюся со скоростью  $0.04 \text{ м/сек}$  фотобумагу при частотах отсчета времени 10 и 50 *гц*. Это обеспечивало контроль времени с точностью  $\pm 0,01 \text{ сек}$ , а относительная предельная ошибка определения скорости всплывания пузырей составила 1 — 3,5%.

Форма и геометрические размеры всплывающих пузырей определялись на расстояниях 0,01, 0,842, 1,70 м от сопла по их фотографиям. Фотографирование производилось при открытом затворе фотокамеры 10 вспышкой импульсной лампы 9. Импульсная лампа включалась безынерционным реле от усиленного импульса тока в цепи фотосопроствления, возникающего в момент пересечения пузырем светового луча.



Фиг. 2



Фиг. 3

Исследование формоизменения пузыря на начальной стадии движения (вблизи сопла) производилось по кинограммам, заснятым с частотой  $26,13 \pm 1,1 \text{ кадр/сек}$  (интервал времени между последовательными кадрами  $0,038 \text{ сек}$ ).

Размеры пузыря (высота  $h$  и фронтальный диаметр  $a$ ) измерялись линейкой с нониусом на десятикратно увеличенных фотографиях. Коэффициент увеличения определялся по изображению на фотографиях масштабного стального цилиндра, подвешенного в плоскости движения пузыря. Для анализа результатов измерений использованы фотографии 220 пузырей на различных расстояниях  $h$  м центра пузыря от среза сопла.

Опыты проведены при температуре воды и воздуха  $20 \pm 1^\circ\text{C}$ .

2. Фотографирование в двух ортогональных плоскостях, параллельных направлению движения, показало, что пузыри по форме близки к сплюснутым сфероидам вращения; на фиг. 2 для  $d_0 = 0,61 \cdot 10^{-2} \text{ м}$  кадры 1, 2, 3 соответствуют комбинациям значений ( $h = 170,0 \text{ см}$ ,  $m = 1,91$ ), ( $h = 84,2 \text{ см}$ ,  $m = 2,02$ ) и ( $h = 1,0 \text{ см}$ ,  $m = 2,30$ ), где  $m = a/h$  — сплюснутость пузыря. По мере всплывания пузыря объем его увеличивается (уменьшается гидростатическое давление), сплюснутость  $m$  уменьшается (табл. 1), а форма отклоняется от сфероидальной. Последнее, в частности, подтвержда-

Таблица 1

$h \cdot 10^2$	$d_0 \cdot 10^2$			$\delta \%$
	0,45	0,61	0,78	
1.0	1.80	2.30	2.78	+6.0
84.2	1.70	2.02	2.72	-18.6
170.0	1.70	1.91	2.17	-27.4

ется увеличением с ростом  $h$  отклонения действительного объема пузыря

$$V = \frac{V_1}{N} \frac{101 \ 325}{P + (H - h) \rho} \quad (2.1)$$

от расчетного, если пузырь принимать как идеальный сфероид. Относительная величина этого расхождения  $\delta$  дается в табл. 1.

В уравнении (2.1)  $V_1$  и  $N$  — объем ( $m^3$ ) воздуха в шприце (при температуре  $293^\circ K$  и давлении  $101,325 \text{ кн}/m^2$ ) и число образующихся из этого объема пузырей;  $P$  — давление на свободной поверхности жидкости,  $n/m^2$ ;  $H$  — высота жидкости в колонне,  $m$ ;  $\rho$  — плотность жидкости,  $кг/m^3$ ;  $g$  — ускорение силы тяжести,  $m/сек^2$ .

На каждом уровне колонны распределение экспериментальных значений величины  $m$  оказывается близким к гауссовскому.

Величины  $\delta$  и  $m$  в табл. 1 представлены средними значениями по данным измерений 15—36 пузырей для каждого значения  $h$  при определенном диаметре отверстия сопла  $d_0$ .

Кинограммы (фиг. 3) показывают, что на начальном участке движения происходит резкая деформация оболочки пузыря.

3. В табл. 2 приведены результаты определения времени  $\tau$  прохождения пузырем различных уровней колонны  $h$  (средние из 8—15 измерений для каждого значения диаметра отверстия сопла  $d_0$ ). За начало отсчета принят уровень на расстоянии 0,01 м

Таблица 2

$h \cdot 10^2$	$\tau \pm \sigma_\tau$		
	$d_0=0,45 \cdot 10^{-2}$	$d_0=0,61 \cdot 10^{-2}$	$d_0=0,78 \cdot 10^{-2}$
28.20	1.16±0.014	1.18±0.029	1.21±0.006
56.20	2.36±0.029	2.39±0.027	2.41±0.008
83.20	3.58±0.030	3.57±0.029	3.68±0.012
112.80	4.89±0.035	4.89±0.029	4.85±0.023
140.80	—	6.00±0.030	—
168.85	7.35±0.039	7.25±0.031	7.36±0.052
196.40	8.51±0.046	—	—

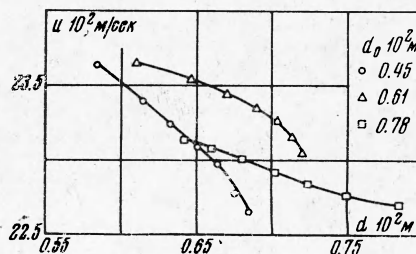
от сопла. По этим данным методом наименьших квадратов найдены зависимости  $h = h(\tau)$ , а дифференцированием последних — значения скорости всплывания пузыря на различных расстояниях от сопла. Установлено, что скорость пузыря по мере его всплывания медленно уменьшается, согласно уравнениям (для  $\tau < 8 \text{ сек}$ ):

$$\begin{aligned} d_0=0.45 \cdot 10^{-2} \text{ м} & \quad u = 23.53 \cdot 10^{-2} - 0.13 \cdot 10^{-2} \tau \\ d_0=0.61 \cdot 10^{-2} & \quad u = 23.65 \cdot 10^{-2} - 0.09 \cdot 10^{-2} \tau \\ d_0=0.78 \cdot 10^{-2} & \quad u = 23.15 \cdot 10^{-2} - 0.05 \cdot 10^{-2} \tau \end{aligned} \quad (3.1)$$

По уравнениям (3.1) при средних значениях  $\tau$  для определенных уровней колонны  $h$  (табл. 2) построены зависимости  $u = u(h)$ .

По данным зависимости скорости всплывания пузырей  $u$  и их текущего эквивалентного диаметра  $d$  от пройденного пути  $h$  построены графики  $u = u(d)$  (фиг. 4). Графики показывают отсутствие однозначной связи между текущими значениями  $u$  и  $d$  и выявляют незначительное по абсолютной величине, но достаточно четкое влияние диаметра сопла  $d_0$  на величину  $u$ . Отметим, что известный обобщающий график  $u = u(d)$  Кревелена [8], приведенный в монографии Кутателадзе [9], не описывает движение индивидуального пузыря, так как построен по данным определения средних скоростей всплывания пузырей различных начальных диаметров.

По-видимому, на основе такого же обобщения наблюдений за формой пузырей различных диаметров возникло представление о том, что по мере всплывания индивидуального пузыря и связанного с этим увеличения его объема возрастает сплюснутость пузыря.



Фиг. 4

4. Явление отрыва пузыря от сопла имеет, по-видимому, довольно сложный характер [10]. Однако отрывной диаметр  $d_*$  достаточно точно может быть определен из условия равенства силы поверхностного натяжения подъемной силе:

$$d_* = \left( \frac{6 d_0 \sigma}{g \Delta \rho} \right)^{1/3} \quad (4.1)$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения.

В проведенных опытах значения  $d_*$  по формуле (4.1) отличались от значений  $d$  на расстоянии 0,01 м от сопла менее чем на 10%.

$$\begin{aligned} d_0 \cdot 10^2 &= 0.45 & 0.61 & 0.78 \\ d_* \cdot 10^2 &= 0.585 & 0.648 & 0.704 \\ d \cdot 10^2 &= 0.583 & 0.619 & 0.643 \\ \delta\% &= 0.5 & 4.7 & 9.5 \end{aligned}$$

5. Максимальная степень деформации пузыря  $m_*$  после отрыва может быть определена из условия равенства работы внешней деформирующей силы  $R \delta b$  работе сил поверхностного натяжения  $\sigma \delta F$ :

$$R \delta b + \sigma \delta F = 0 \quad (5.1)$$

Если оболочка пузыря деформируется из сферы диаметром  $d_*$  в сфероид, то  $\delta b = d_* - b$ , а изменение поверхности оболочки  $\delta F$ , отнесенное к  $\delta b$ , равно

$$\frac{\delta F}{\delta b} = \pi d_* f(m_*) = \pi d_* \frac{2^{1/2} m_* - m_*^{2/3} (m_*^2 + 1)^{1/2}}{2^{1/2} (m_* - m_*^{1/3})} \quad (5.2)$$

Деформирующая сила равна подъемной силе пузыря

$$R = V_* g \Delta \rho \quad (5.3)$$

и уравнение для оценки максимальной степени деформации приобретает вид

$$f(m_*) = - \frac{g \Delta \rho}{6\sigma} d_*^2 \quad (5.4)$$

т. е. для определенной системы газ — жидкость существует однозначная зависимость максимальной степени деформации пузыря  $m_*$  от его отрывного диаметра  $d_*$ .

Подсчитанные для  $d_0 = 0,0045, 0,0061, 0,0078$  по уравнению (5.4) значения  $m_* = 2,15, 2,68, 3,16$  оказались близкими к опытным значения  $m = 1,80, 2,30, 2,78$  на расстоянии 0,01 м от сопла.

Расчеты движения пузыря в предположении, что величина  $m$  определяется сопротивлением жидкости по уравнению (5.1), дали результаты, противоречащие эксперименту:  $u$  и  $m$  по мере всплывания увеличивались. Поэтому оставалось только предположить, что изменение величины  $m$  связано с колебаниями его оболочки, вызванным начальной деформацией пузыря. Наблюдаемые в опытах изменения формы пузыря, описываемые величиной  $m$ , очевидно, представляют собой главные (низкочастотные) колебания его оболочки. Для условий проведенных опытов изменение зависимости  $m$  от  $\tau$  равно

$$m \approx m_* - 0.08 \tau \quad (\tau < 7.5 \text{ сек}) \quad (5.5)$$

Колебание оболочки пузыря представляет собой, по-видимому, медленно затухающий процесс, и экстраполяция уравнения (5.5) на время, больше 7—8 сек, очевидно, недопустима. Период колебания оболочки  $T_0 \sim \nu^{-1}$  [11, стр. 807]. Тогда, например, для жидкой стали ( $\nu = 3.2 \cdot 10^{-7} - 8.0 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{сек}$ ) постоянная в формуле (5.5) должна быть меньше ( $\approx 0.03 - 0.06$ ).

6. Уже на расстоянии 0,01 м от сопла ускорение пузыря очень мало. Сопротивление движению пузыря, связанное с этим ускорением (подсчитанное как для потенциального обтекания) составляет лишь 1—2% величины суммарного сопротивления  $R$ .

Поэтому последнее может рассчитываться по уравнению для равномерного движения твердого тела

$$R = C \rho u^2 / 2 S_a \quad (6.1)$$

где  $S_a$  — площадь миделева сечения.

При  $R$ , равном подъемной силе, по данным опытов получено уравнение для коэффициента лобового сопротивления пузыря

$$C = 0.0003 \bar{N}_{\text{Re}}^{1.18} m^{-1.15} \quad (N_{\text{Re}} = ua/\nu) \quad (6.2)$$

В описываемых опытах число Рейнольдса  $N_{\text{Re}} = 1760 - 2300$ .



Уравнение (6.2) описывает экспериментальные данные по  $C$  с относительной погрешностью  $\pm 3.0\%$ .

Из уравнений (6.1) и (6.2) следует, что величина сопротивления движению газового пузыря в жидкости пропорциональна примерно кубу скорости всплывания и по мере всплывания возрастает вследствие увеличения его объема и уменьшения  $m$ . Экспериментальные значения коэффициентов сопротивления находятся в пределах 0.8—1.18 и как по величине, так и по форме зависимости от  $N_{Re}$  соответствуют данным [12] для пузырей  $CO_2$  в воде. Зависимость коэффициента сопротивления пузыря от степени его деформации качественно противоположна такой же зависимости для твердых эллипсоидов при  $N_{Re} = (1.0-2.5) \cdot 10^5$  [13]. К сожалению, в области более низких значений Рейнольдса данные о зависимости  $C = C(m)$  для твердых эллипсоидов неизвестны.

Полагая, по-прежнему, величину  $R$  равной подъемной силе и учитывая, что эквивалентный диаметр  $d = am^{-1/3}$ , из уравнений (6.1) и (6.2) получаем формулу для расчета скорости всплывания пузыря:

$$u = 121.50v^{0.37} \frac{m^{0.03}}{d^{0.06}} \quad (6.3)$$

Уравнение (6.3) описывает экспериментальные данные по скорости всплывания пузыря с относительной погрешностью 0.2—2.0%.

Малая скорость киносъемки не позволила определить мгновенные значения скорости и ускорений на участке между соплом и первым контрольным уровнем колонны. Однако качественная картина движения на этом участке может быть выявлена несложными подсчетами.

В момент после отрыва, когда еще не обнаруживается влияние сил вязкости, по-видимому, можно с достаточной точностью рассматривать движение пузыря как ускоренное движение в идеальной жидкости и, следовательно, его начальное ускорение

$$\frac{du}{d\tau} = g \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{1}{K} \quad (6.4)$$

где  $K$  — коэффициент присоединенной массы для сфероида.

$$K = 0.625 m - 0.125 \quad (1 < m < 6) \quad (6.5)$$

Подсчет по уравнению (6.4) при  $m = m_*$  показывает, что в момент после отрыва ускорение пузыря одного порядка с ускорением свободного падения тела (8.04—5.33  $m/sec^2$ ). Однако, как отмечалось выше, уже на расстоянии 0.01 м от сопла ( $1-2 d_*$ ) скорость всплывания пузыря практически стабилизируется, а ускорение становится хотя и небольшой, но все же отрицательной величиной. Следовательно, на рассматриваемом небольшом участке скорость всплывания пузыря должна где-то достигать максимума.

Скорость на расстоянии 0.01 м от сопла, вычисленная интегрированием уравнения (6.4) при  $u_* = 0$ , выше экспериментальной. Отношение расчетной скорости к действительной для пузырей с отрывными диаметрами  $0.585 \cdot 10^{-2}$ ,  $0.648 \cdot 10^{-2}$ ,  $0.704 \cdot 10^{-2}$  м составляет соответственно 1.48, 1.24, 1.12.

При этом результаты расчета практически не меняются от того, считать ли в уравнении (6.4)  $m = m_* = \text{const}$  или принять  $m(\tau)$  по уравнению (5.5). Если дополнить уравнение движения (6.4) членом, учитывающим лобовое сопротивление от скорости по формулам (6.1) и (6.2), то расчетная величина скорости на расстоянии 0.01 м от сопла практически остается той же, т. е. доля суммарного сопротивления, связанная со скоростью, не оказывает заметного влияния на движение пузыря<sup>1</sup>.

Таким образом, движение пузыря на разгонном участке определяется инерционным сопротивлением жидкости. Величина ускорения быстро падает по мере всплывания пузыря, поэтому величина инерционного сопротивления или, что то же, коэффициент  $K$  в уравнении (6.4) должны существенно увеличиваться во времени от начала движения. Увеличение  $K$  обусловлено, по-видимому, колебаниями оболочки пузыря после отрыва. Эти колебания хорошо видны на фотографиях пузырей. Приближенная оценка «средней» степени деформации пузыря на разгонном участке  $\langle m \rangle$  была сделана по уравнениям (6.4) и (6.5) из условия равенства расчетной и действительной скорости на расстоянии 1 см от сопла. Было получено  $\langle m \rangle = 4.0$ .

7. Длина разгонного участка очень мала, и для приближенного определения средней по высоте  $H$  скорости всплывания пузыря  $\langle u \rangle$  можно пользоваться упрощенной схемой движения, полагая:

<sup>1</sup> Формулы (6.1) и (6.2) дают сильно заниженные значения  $R$  при малых  $u$ . Однако даже если при  $N_{Re} = 1$  принять  $R = 2 \pi d \mu u$  [11, стр. 753], то и в этом случае величина  $R$  будет ничтожно малой по сравнению с величиной подъемной силы ( $R = 6.4 \cdot 10^{-7} q \Delta\rho$ ).

1) в момент после отрыва происходит мгновенная деформация пузыря до величины  $m_*$ ;

2) дальнейшее движение пузыря определяется лобовым сопротивлением по уравнению (6.1).

Тогда интегрирование уравнения (6.3) с учетом того, что  $u = dh/dt$ ,  $m(\tau)$  определяется формулой (5.5), а объем пузыря лишь гидравлическим давлением, т. е.

$$\left( d = d_* \left[ \frac{B}{B-h} \right]^{1/3}, \quad B = H + \frac{P}{g\rho} \right) \quad (7.1)$$

дает

$$\Phi(H) = A\psi(T), \quad \Phi(H) = \frac{B^{0.98} - (B-H)^{0.98}}{0.98} \quad (7.2)$$

$$A = \frac{121.50v^{0.37}}{d^{3.06}B^{0.02}}, \quad \psi(T) = \frac{m_*^{1.03} - (m_* - 0.08T)^{1.03}}{0.082} \quad (7.3)$$

При  $m_* = 1-4$  и  $T \leq 15$  сек,  $\psi(T) \approx T$ , вследствие чего ошибка в оценке  $m_*$  не вносит существенной погрешности в расчет средней скорости всплывания пузырей. (Округление показателя степени до 1 в выражении (7.2) для  $\Phi(H)$  дает при расчете скорости ошибку в 15%).

В этом случае время  $T$  всплывания пузыря на полную высоту жидкости  $H$  и средняя скорость всплывания  $\langle u \rangle$  равны

$$T = \frac{\Phi(H)}{A}, \quad \langle u \rangle = \frac{H}{T} \quad (7.5)$$

Как и следовало ожидать, такой расчет дает очень грубую оценку скорости вблизи сопла. Например, на расстоянии 0,01 м от сопла средняя расчетная скорость оказывается примерно в 1.7 раза больше действительной. Однако для больших расстояний от сопла расчет оказывается достаточно точным: расчетное время всплывания пузыря на высоту 0.842 и 1.70 м от сопла лишь на 1.0—1.5% отличается от экспериментального. Расчеты  $u$  по формулам Бякова [4] и Франк-Каменецкого [5, стр. 98] дают совпадающие с нашим экспериментом результаты, если положить в этих формулах эмпирический коэффициент  $\xi = 1$ . При  $\xi = 1,3$  формула Франк-Каменецкого дает несколько заниженное ( $\approx 15\%$ ) значение скорости.

Расчитанная описанным методом средняя скорость всплывания инертных газовых пузырей в жидкой стали ( $H = 1,0$  м) в зависимости от величины  $v$  ( $3.2 \cdot 10^{-7} - 8.0 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/сек) лежит в пределах  $u = 0.15-0.21$  м/сек, что в 3—4 раза меньше значения (0.59 м/сек), принятого в работе В. В. Павлова и С. И. Попеля [14].

Некоторые исследователи [6,7,15] делают ошибочный вывод о существовании однозначной зависимости степени деформации пузыря и скорости его движения от диаметра. Причина этого, по-видимому, в неправильной методике анализа опытов: зависимости, полученные при наблюдении движения и формы пузырей разного объема на постоянном расстоянии от сопла переносятся на процесс движения индивидуального пузыря.

Величина лобового сопротивления пузыря, по данным наших опытов,  $\sim u^3$ . Следовательно, теоретические модели движения пузыря Рипшина, Тейлора и Левича [1-3], принимающие потенциальное распределение скоростей жидкости в окрестности пузыря и приводящие к линейной зависимости лобового сопротивления от скорости, неверны.

Достаточно строгой теории движения газовых пузырей в жидкости не имеется, поэтому для расчетов могут быть использованы лишь полуэмпирические методы. Один из возможных вариантов такого метода предложен авторами статьи.

Поступила 20 XI 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дэвидсон И. Ф., Харрисон Д. Псевдооживление твердых частиц. «Химия», 1965.
2. Davies R. M., Taylor G. The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes. Proc. Roy. Soc. A, 1950, vol. 200, p. 375—390.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Изд-во АН СССР, 1952, стр. 325—327.
4. Бяков В. М. Движение деформированных пузырьков газа в жидкости. Ж. физ. химии, 1963, т. 37, № 4, стр. 759—763.
5. Рутателадзе С. С. Теплопередача при конденсации и кипении. Машгиз, 1952.

6. Козлов Б. К., Мологин М. А. О скорости подъема и о гидравлическом сопротивлении газоздушных пузырей в жидкости. Изв. АН СССР, ОН, Изд-во АН СССР, 1951, № 8, стр. 1188—1197.
7. Angelino H. Hydrodynamique des grosses bulles dans les liquides visqueux. Chem. Eng. Sci., 1966, vol. 21, No. 67, p. 541—550.
8. Van Krevelen D. W., Hofsteyer P. J. Studies of gas — bubble formation. Calculation of interfacial area in bubble contactors. Chem. Eng. Progr., 1950, vol. 46, No. 1, p. 29—35.
9. Кутателадзе С. С., Стрыкович М. А. Гидравлика газо-жидкостных систем. Госэнергоиздат, 1958.
10. Клинг Г. О динамике образования пузырей при насыщении жидкости под давлением. Сб. «Вопросы физики кипения». «Мир», 1964, стр. 376—402.
11. Ламб Г. Гидродинамика. Гостехиздат, 1947.
12. Redfield J. A., Houghton G. Mass transfer and drag coefficient for single bubbles at Reynolds numbers of 0.02—5000. Chem. Eng. Sci., 1965, vol. 20, No. 2, p. 131—139.
13. Красноперов Е. В. Экспериментальная аэродинамика. Часть II. Опытные данные о силах сопротивления тел простейших форм. ОНТИ, 1935, стр. 36—39.
14. Павлов В. В., Попель С. И. Кинетические особенности реакции  $C + O = CO$ , развивающейся на поверхности пузырьков кипящей ванны. Изв. Высп. Учебн. завед. Черная металлургия, 1964, № 6, стр. 5—10.
15. Ладженский Р. М. Исследование движения воздушного пузырька в воде при высоких значениях  $Re$ . Ж. прикл. химии, 1954, т. 27, № 1, стр. 22—32.

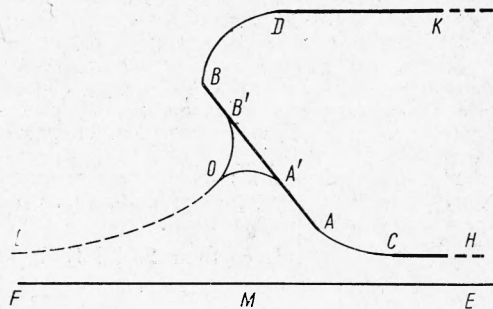
## СТРУЙНОЕ ОБТЕКАНИЕ ПЛАСТИНКИ ВБЛИЗИ СТЕНКИ

Ф. С. Владимиров

(Томск)

Методом С. А. Чаплыгина [1], обобщенным С. В. Фальковичем [2] на случай нескольких характерных скоростей, решена плоская несимметричная задача о струйном обтекании пластинки дозвуковым газовым потоком вблизи твердой стенки. При решении использована схема Жуковского — Рошко [3,4] с застойной зоной перед пластиной [5]. Получены формулы для функции тока, коэффициента нормального давления и геометрических элементов потока. Предельным переходом решение задачи распространено на случай несжимаемой жидкости.

1. Дозвуковой газовый поток, движущийся вдоль твердой горизонтальной стенки  $FME$  со скоростью  $v_1$ , обтекает пластинку  $AB$  длиной  $l$ , расположенную на расстоянии  $h$  от этой стенки. Пластика образует угол  $\alpha = \sigma\pi$  ( $0 < \sigma < 1/2$ ) с отрицательным направлением скорости набегающего потока  $v_1$  и разделяет поток на две несимметричные ветви. Верхняя ветвь безгранична по ширине и несет бесконечное количество жидкости, а нижняя — имеет ширину  $\delta$  и расход  $Q$ . Вблизи пластинки происходит притормаживание жидкости, так что наименьшая скорость  $v_0$  ( $v_0 < v_1$ ) на стенке  $FME$  будет в некоторой точке  $M$ . На струйных поверхностях  $AC$ ,  $BD$  скорость равна  $v_2$  ( $v_2 > v_1$ ). Начало координат поместим в точке  $A$  и ось  $x$  направим по направлению скорости  $v_1$  (фиг. 1).



Фиг. 1

При решении задачи будем использовать схему Жуковского — Рошко [3,4] с застойной зоной перед пластиной. Схема струйного обтекания пластинки с застойной зоной перед ней была предложена С. А. Чаплыгиным [5], при этом скорость на струйных поверхностях, ограничивающих застойную зону, предполагалась произвольной и должна определяться из дополнительных условий.

Учитывая это будем предполагать, что скорость на струйных поверхностях  $OA'$  и  $OB'$  равна наименьшей скорости на стенке  $v_0$ .

Хорошо известно [4], что теория струй дает заниженное значение коэффициента нормального давления, поэтому для получения результата близкого к действительному нужно по возможности иметь большее значение давления  $P_0$  в застойной зоне, т. е.