УДК 532.59

ЗАТУХАЮЩИЕ СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЖИДКОСТИ В СКВАЖИНЕ, СООБЩАЮЩЕЙСЯ С ПЛАСТОМ

В. Ш. Шагапов, Р. А. Башмаков*, Г. Р. Рафикова, З. З. Мамаева

Институт механики им. Р. Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, 450054 Уфа, Россия
* Башкирский государственный университет, 450000 Уфа, Россия
E-mails: Shagapov@rambler.ru, Bashmakov_Rustem@mail.ru, rafikova_guzal@mail.ru, zilia16@mail.ru

Исследуются собственные колебания столба жидкости в вертикальной скважине, возникающие при резком закрытии или открытии скважины (гидроударе). При этом период колебаний, интенсивность их затухания определяются не только протяженностью столба жидкости в скважине, ее диаметром и реологическими свойствами жидкости, но и коллекторскими характеристиками призабойной зоны пласта (в частности, коэффициентами проницаемости, качеством перфорации скважин и свойствами трещин, образовавшихся вследствие гидроразрыва пласта). С использованием математической модели, описывающей движение столба жидкости в скважине и фильтрацию в призабойной зоне, найдены решения задачи о собственных затухающих колебаниях столба жидкости в скважине. Получены характеристические уравнения для определения комплексных частот (частоты колебаний и коэффициента затухания). Изучены зависимости частоты колебаний, коэффициента затухания и декремента затухания от проницаемости пласта, найдена амплитуда колебаний в различных точках скважины.

Ключевые слова: собственные колебания, собственные частоты, гидроудар, скважина, фильтрация жидкости, затухающие колебания.

DOI: 10.15372/PMTF20200401

Введение. При эксплуатации нефтяных скважин важен оперативный контроль состояния призабойной зоны пласта, особенно после проведения ремонтных работ и обработки призабойной зоны с целью улучшения ее коллекторских характеристик.

Одним из способов существенного изменения дебита скважины является гидроразрыв пласта [1]. При этом возникают задачи определения качества гидроразрыва, геометрии трещин, изменения коллекторских характеристик.

Эффективным и удобным с точки зрения технической реализации способом определения качества перфорации и параметров трещины, образовавшейся вследствие гидроразрыва пласта, является способ, основанный на возбуждении собственных колебаний столба жидкости в скважине. При этом период колебаний, а также интенсивность их затухания определяются не только протяженностью столба жидкости в скважине, ее диаметром и реологическими свойствами жидкости, но и коллекторскими характеристиками призабойной зоны пласта (в частности, коэффициентами проницаемости, качеством перфорации скважин и свойствами трещин, образовавшихся вследствие гидроразрыва пласта).

Колебания жидкости в скважине можно инициировать посредством гидроудара в стволе скважины. Промысловые данные, полученные при таких испытаниях, представлены в работе [2]. Причем вид осциллограмм давления, снятых на различных участках скважин, свидетельствует о том, что они соответствуют собственным колебаниям столба жидкости в скважине. Результаты численного решения уравнений, описывающих распространение возмущений в скважине при остановке нагнетающего насоса (при гидроударе, осуществляемом таким способом), рассмотрены в [3]. В качестве граничного условия на нижнем конце скважины принималось постоянство давления, что соответствует условию отражения от основной границы для волновой задачи. Сравнение расчетных осциллограмм с промысловыми данными показывает, что значения частоты, интенсивности и декремента затухания колебаний удовлетворительно согласуются. Однако такая методика расчета является достаточно трудоемкой для численного моделирования, а постановка граничного условия на нижнем конце скважины в виде свободной границы справедлива лишь в предельном случае вследствие высокой проводимости пласта в призабойной зоне. В этом случае интенсивность затухания осцилляций давления определяется наличием вязкого трения вблизи стенки скважины при колебании столба жидкости. В соответствии с изложенным выше для проведения общего анализа собственных колебаний столба жидкости необходимо рассмотреть эту задачу с более детальным учетом фильтрационных течений вблизи забоя скважины.

1. Основные уравнения. Будем полагать, что в исходном состоянии жидкость в системе скважина — пласт находится в состоянии покоя, т. е. течение в вертикальной скважине и горизонтальном пласте отсутствует. Протяженность столба жидкости на закрытом участке скважины длиной l значительно превышает длину открытого участка: $l \gg l_p$ (рис. 1).

Предположим, что ось z направлена вертикально вниз, начало координат находится на верхней границе столба жидкости.

Для жидкости, движущейся в скважине, уравнения сохранения масс и импульсов для возмущений плотности ρ, давления P и скорости w запишем в линеаризованном

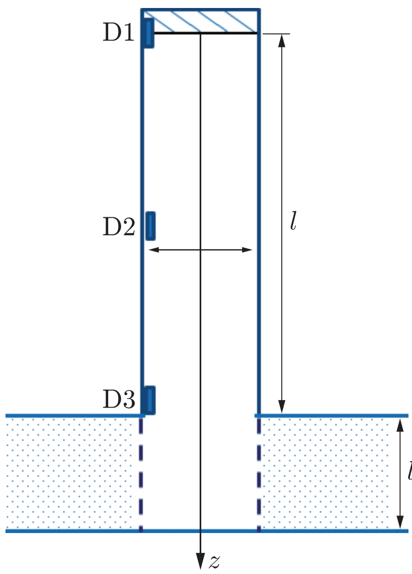

Рис. 1. Схема скважины, сообщающейся с пластом

приближении:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \qquad \rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{2\sigma}{a} \qquad (0 < z < l),$$
$$\sigma = \mu \int\limits_{-\infty}^{t} \frac{1}{\sqrt{\pi\nu(t-\tau)}} \frac{\partial w}{\partial t}\, d\tau, \qquad \nu = \frac{\mu}{\rho_0}, \qquad \rho = \frac{P}{C^2}, \tag{1.1}$$

где σ — касательное напряжение в жидкости на поверхности стенки скважины [4]; μ, ν — динамическая и кинематическая вязкости жидкости; C — скорость звука в жидкости.

Выражение для касательных напряжений в (1.1) означает, что при исследовании собственных колебаний столба жидкости в скважине влияние вязкости учитывается лишь в слое вблизи стенки скважины, толщина которого значительно меньше ее радиуса. Зависимость возмущений плотности и давления от их значений при гидростатическом распределении принята в акустическом приближении. Нижний индекс 0 соответствует невозмущенному состоянию.

Будем полагать, что на верхней границе течение столба жидкости ограничено неподвижным поршнем. Тогда граничное условие при $z = 0$ можно записать в виде

$$w(t, 0) = 0. \tag{1.2}$$

Поскольку протяженность l_p открытого участка скважины $l < z < l + l_p$ значительно меньше протяженности закрытого участка $0 < z < l$, можно предположить, что возмущение давления на открытом участке однородно и равно $P_p(t)$. Поэтому в качестве граничного условия для системы (1.1) при $z = l$ примем

$$P(l, t) = P^{(l)}(t). \tag{1.3}$$

Причем давление $P^{(l)}(t)$ является неизвестной функцией, следовательно, выражение (1.3) не замыкает систему граничных условий для (1.1).

Еще одно граничное условие следует из закона сохранения массы на открытом участке. Пусть $w(l, t) = w^{(l)}(t)$ при $z = l$. Тогда с учетом однородности возмущений давления получаем

$$\pi a^2 l_p \frac{\partial \rho_p}{\partial t} = \pi a^2 \rho_0 w^{(l)} - 2\pi a l_p \rho_0 u_a, \tag{1.4}$$

где u_a — скорость фильтрации жидкости в окружающую проницаемую горную породу через стенку открытого участка скважины. Для определения u_a в свою очередь необходимо исследовать внешнюю (от открытого участка скважины) фильтрацию в пласте. Поэтому основное уравнение для упругого режима фильтрации в пласте вокруг скважины запишем в виде

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \varkappa_p \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\Big(r \frac{\partial P_p}{\partial r}\Big), \qquad \varkappa_p = \frac{k_p \rho_0 C^2}{m_p \mu}, \qquad l < z < l + l_p, \quad a < r < \infty, \tag{1.5}$$

при этом граничные условия на границе скважина — пласт и на большом расстоянии от скважины имеют вид

$$P_p\big|_{r=a} = P^{(l)}, \qquad P_p\big|_{r=\infty} = 0. \tag{1.6}$$

Скорость фильтрации через стенку скважины находим из выражения

$$u_a = u^{(p)}\big|_{r=a} = -\frac{k_p}{\mu}\Big(\frac{\partial P_p}{\partial r}\Big)\Big|_{r=a}.$$

С учетом (1.6) и уравнения состояния жидкости (1.1) из (1.4) следует

$$\frac{1}{\rho_0 C^2} \frac{\partial P^{(l)}}{\partial t} = \frac{w^{(l)}}{l_p} + \frac{2k_p}{a\mu} \Big(\frac{\partial P_p}{\partial r}\Big)\Big|_{r=a}. \tag{1.7}$$

Пренебрегая упругоемкостью жидкости, находящейся на открытом участке скважины $l < z < l + l_p$, из (1.7) при $C \to \infty$ получаем

$$\frac{w^{(l)}}{l_p} + \frac{2k_p}{a\mu} \Big(\frac{\partial P_p}{\partial r}\Big)\Big|_{r=a} = 0. \tag{1.8}$$

В случае если фильтрационные возмущения локализованы в призабойной зоне вблизи стенки скважины, вместо уравнения (1.5) можно использовать уравнение

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \varkappa_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial x^2} \qquad (x = r - a). \tag{1.9}$$

2. Решение в виде стоячих волн. Рассмотрим задачу о собственных затухающих колебаниях столба жидкости в скважине. Решение уравнений (1.1) будем искать в виде

$$P = A^{(p)}(z)\,\mathrm{e}^{i\omega t}, \qquad w = A^{(w)}\,\mathrm{e}^{i\omega t}, \tag{2.1}$$

где $\omega = \Omega + i\delta$ — комплексная частота собственных колебаний, причем действительная часть Ω описывает период колебаний $T = 2\pi/\Omega$, а мнимая часть δ — интенсивность затухания.

Подставляя (2.1) в систему (1.1) и проводя некоторые преобразования, получаем

$$\frac{i\omega}{\rho_0 C^2} A^{(p)} + \frac{d}{dz} A^{(w)} = 0, \qquad \frac{1}{\rho_0 i\omega(1 + 2/y)} \frac{d}{dz} A^{(p)} + A^{(w)} = 0, \tag{2.2}$$

где $y = (i\omega a^2/\nu)^{1/2}$.

Исключая $A^{(w)}$ из уравнений (2.2), находим

$$\frac{d^2 A^{(p)}}{dz^2} + k^2 A^{(p)} = 0, \tag{2.3}$$

где

$$k^2 = (1 + 2/y)\omega^2/C^2.$$

Общее решение уравнения (2.3) имеет вид

$$A^{(p)} = C_1 \cos(kz) + C_2 \sin(kz).$$

Из граничного условия (1.2) при $z = 0$ следует $A^{(w)}(0) = 0$. Поэтому постоянная C_2 должна быть равна нулю ($C_2 = 0$). Следовательно, для $A^{(p)}$ и $A^{(w)}$ (с учетом второго уравнения (2.2)) имеем

$$A^{(p)} = C_1 \cos(kz), \qquad A^{(w)} = i\,\frac{C_1}{\rho_0}\,\frac{k \sin(kz)}{\omega(1 + 2/y)}. \tag{2.4}$$

При $z = l$ для закона изменения параметров $P^{(l)}$ и $w^{(l)}$ находим

$$P^{(l)} = P\big|_{z=l} = A^{(p)}(l)\,\mathrm{e}^{i\omega t}, \qquad w^{(l)} = w\big|_{z=l} = i\,\frac{C_1}{\rho_0}\,\frac{k \sin(kl)}{\omega(1 + 2/y)}\,\mathrm{e}^{i\omega t}. \tag{2.5}$$

В призабойной зоне должно выполняться граничное условие (1.6). Для нахождения градиента давления на стенке открытого участка скважины находим решение уравнения (1.5), соответствующее граничному условию

$$P_p\big|_{r=a} = P^{(l)} = C_1 \cos(kl)\,\mathrm{e}^{i\omega t}, \qquad P_p \to 0 \quad \text{при} \quad r \to \infty. \tag{2.6}$$

Решение ищем в виде

$$P_p = A^{(p)}(r)\,\mathrm{e}^{i\omega t}\,. \tag{2.7}$$

Подставляя (2.7) в (1.5), получаем

$$q^2 A^{(p)}(r) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\,\frac{d}{dr}\,A^{(p)}(r)\Big), \qquad q = \sqrt{\frac{i\omega}{\varkappa_p}}\,. \tag{2.8}$$

Решение уравнения (2.8), удовлетворяющее граничным условиям (2.6), запишем в виде

$$A^{(p)}(r) = A^{(p)}(l)\,\frac{K_0(rq)}{K_0(aq)} \tag{2.9}$$

($K_0(x) = \int\limits_0^\infty \mathrm{e}^{-x\,\mathrm{ch}\,\xi}\,d\xi$ — функция Макдональда нулевого порядка).

Подставляя выражения (2.5), (2.6) в (1.7), после некоторых преобразований получаем

$$\mathrm{tg}\,kl = \Big(\frac{2m_p}{\tilde z}\,\frac{K_0'(\tilde z)}{K_0(\tilde z)} - 1\Big)kl_p, \qquad \tilde z = aq, \quad q = \sqrt{\frac{i\omega}{\varkappa_p}} \tag{2.10}$$

($K_0'(\tilde z) = -K_1(\tilde z)$; $K_1(\tilde z)$ — функция Макдональда первого порядка).

Принимая (1.8) вместо (1.7), а уравнение фильтрации записывая в приближении (1.9), уравнение (2.10) представим в виде

$$\mathrm{tg}\,kl = -\frac{2m_p k l_p}{\tilde z}. \tag{2.11}$$

Уравнение (2.11) также следует из (2.10) при $aq \to \infty$. Уравнения (2.10), (2.11) и выражения

$$k = (\omega/C)\sqrt{1 + 2/y}\,, \qquad y = \sqrt{i\omega a^2/\nu}\,, \qquad q = \sqrt{i\omega/\varkappa_p}$$

являются характеристическими уравнениями для определения комплексных частот $\omega = \Omega + i\delta$.

3. Собственные частоты для идеального резонатора. В пренебрежении вязкостью в скважине ($\nu = 0$) для призабойной зоны рассмотрим два предельных случая.

В первом случае будем полагать, что протяженность открытого участка скважины равна нулю ($l_p = 0$), во втором случае пласт имеет бесконечную проницаемость ($k_p \to \infty$, $\varkappa_p \to \infty$). В этих случаях из (2.10) получаем два уравнения

$$\mathrm{tg}\,(\omega l/C) = 0, \qquad \mathrm{ctg}\,(\omega l/C) = 0.$$

Отсюда для собственных частот имеем

$$\Omega^{(0)}_{(n)} = \pi n C/l, \qquad \delta^{(0)}_{(n)} = 0 \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots),$$

$$\Omega^{(0)}_{(n)} = \pi C/(2l) + \pi n C/l, \qquad \delta^{(0)}_{(n)} = 0 \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Следовательно, для первой гармоники (для наиболее низких собственных частот) в первом и втором случаях получаем

$$\Omega_{(1)} = \frac{\pi C}{l}, \quad k_{(1)} = \frac{\pi}{l}, \qquad \Omega_{(0)} = \frac{\pi C}{2l}, \quad k_{(0)} = \frac{\pi}{2l}. \tag{3.1}$$

Таким образом, рассматриваемая задача имеет бесконечное количество собственных частот. Представляет интерес исследование наиболее низких частот, поскольку колебания с этими частотами являются наиболее "долгоживущими".

Решения (2.1) для распределения давления и скорости в скважине для рассматриваемых случаев принимают вид

$$P = C_1 \cos\Big(\frac{\pi z}{l}\Big)\cos\Big(\frac{\pi Ct}{l}\Big), \qquad w = -\frac{C_1}{C}\sin\Big(\frac{\pi z}{l}\Big)\sin\Big(\frac{\pi Ct}{l}\Big),$$
$$P = C_1 \cos\Big(\frac{\pi z}{2l}\Big)\cos\Big(\frac{\pi Ct}{2l}\Big), \qquad w = -\frac{C_1}{C}\sin\Big(\frac{\pi z}{2l}\Big)\sin\Big(\frac{\pi Ct}{2l}\Big). \qquad (3.2)$$

Из (3.2) следует, что значения круговой частоты и соответственно периодов колебаний для рассмотренных предельных случаев различаются в два раза. Решение определяется с точностью до произвольной постоянной. В дальнейшем эту постоянную примем равной единице, т. е. значение давления нормируется на его значение при $z = 0$.

4. Приближенные решения в случае слабых затуханий. Рассмотрим для двух предельных случаев $l_p = 0$, $k_p \to \infty$ затухание собственных колебаний при наличии вязкого трения вблизи стенок скважины. Будем полагать, что для собственных частот $\Omega_{(1)}$ и $\Omega_{(0)}$, полученных при $\nu = 0$ и определяемых формулами (3.1), выполняются условия

$$|y_{(1)}| = \sqrt{\Omega_{(1)}a^2/\nu} \gg 1, \qquad |y_{(0)}| = \sqrt{\Omega_{(0)}a^2/\nu} \gg 1.$$

Тогда уравнение (2.11) для двух предельных случаев принимает вид

$$\operatorname{tg}\Big(\frac{\omega l}{C}\sqrt{1+\frac{2}{y}}\Big) = 0, \qquad \operatorname{ctg}\Big(\frac{\omega l}{C}\sqrt{1+\frac{2}{y}}\Big) = 0. \qquad (4.1)$$

Решение уравнений (4.1) будем искать в виде

$$\omega = \Omega_{(1)}(1+\varepsilon_{(1)}), \qquad \omega = \Omega_{(0)}(1+\varepsilon_{(0)}), \qquad (4.2)$$

где $\varepsilon_{(1)}$, $\varepsilon_{(0)}$ — комплексные числа, причем $|\varepsilon_{(1)}| \ll 1$, $|\varepsilon_{(0)}| \ll 1$.

Из уравнений (4.1) следует

$$\frac{\omega l}{C}\sqrt{1+\frac{2}{y}} = \pi, \qquad \frac{\omega l}{C}\sqrt{1+\frac{2}{y}} = \frac{\pi}{2}.$$

Подставляя в (4.1) вместо ω выражение (4.2) и сохраняя только линейные слагаемые по малым параметрам, получаем

$$\varepsilon_{(1)} = -\frac{1}{y_{(1)}}, \qquad \varepsilon_{(0)} = -\frac{1}{y_{(0)}} \qquad \Big(y_{(i)} = \sqrt{\frac{i\Omega_{(i)}a^2}{\nu}}, \quad i = 1, 0\Big). \qquad (4.3)$$

Подставляя выражения (4.3) в (4.2) и учитывая выражения (3.1) для собственных частот и коэффициентов затухания, в первом приближении запишем

$$\Omega^{(1)}_{(1)} = \frac{\pi C}{l}\Big(1 - \sqrt{\frac{\nu l}{2\pi C a^2}}\Big), \qquad \delta^{(1)}_{(1)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}\,\frac{\nu C}{l a^2}}\,,$$
$$\Omega^{(1)}_{(0)} = \frac{\pi C}{2l}\Big(1 - \sqrt{\frac{\nu l}{\pi C a^2}}\Big), \qquad \delta^{(1)}_{(0)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi \nu C}{l a^2}}\,.$$

Аналогичным образом находим первые приближения для частоты и коэффициента затухания при наличии фильтрации, при этом вязкостным трением в скважине будем пренебрегать ($\nu = 0$). Тогда из уравнения (2.11) следует

$$\operatorname{tg}\Big(\frac{\omega l}{C}\Big) = -2\,\frac{m_p \omega l_p}{\tilde{z} C}. \qquad (4.4)$$

Пусть правая часть (4.4) при $\omega = \Omega_{(1)}$ удовлетворяет условию

$$\frac{2m_p l_p}{C^2}\,\frac{|\Omega_{(1)}|}{|\tilde z_{(1)}|} \ll 1, \qquad |\tilde z_{(1)}| = \sqrt{\frac{\Omega_{(1)} a^2}{\varkappa_p}}\ . \tag{4.5}$$

Решение уравнения относительно ω также ищем в виде

$$\omega = \Omega_{(1)}(1 + \varepsilon_{(1)}). \tag{4.6}$$

Подставляя (4.6) в (4.4), аналогичным образом находим

$$\varepsilon_{(1)} = -m_p(1 - i)\sqrt{\frac{2\varkappa_p}{\pi C l}}\,\frac{l_p}{a}. \tag{4.7}$$

Подставляя выражение (4.7) в (4.2), получаем

$$\Omega^{(1)}_{(1)} = \frac{\pi C}{l}\Big(1 - m_p\sqrt{\frac{2\varkappa_p}{\pi C l}}\,\frac{l_p}{a}\Big), \qquad \delta^{(1)}_{(1)} = m_p\sqrt{\frac{2\pi C\varkappa_p}{l^3}}\,\frac{l_p}{a}.$$

Рассмотрим случай $\tilde z \to 0$.

Из уравнения (2.10) с учетом асимптотики $K_0(\tilde z) = -\ln\tilde z$ при $\tilde z \to 0$ имеем

$$\operatorname{tg}(kl) = \frac{2m_p k l_p}{\tilde z^2 \ln\tilde z}. \tag{4.8}$$

Проведя преобразования, аналогичные (4.5)–(4.7), из (4.8) для частоты собственных колебаний и коэффициента затухания получаем следующие приближенные выражения:

$$\Omega^{(0)}_{(0)} = \frac{\pi C}{2l}\Big(1 + \frac{\pi a^2\nu}{4k_p C l_p}\Big), \qquad \delta^{(1)}_{(0)} = -\frac{\pi a^2\nu\ln|\tilde z_0|}{4k_p l_p l} \quad \Big(|\tilde z_0| = a\sqrt{\frac{\pi C}{2l\varkappa_p}}\ \Big).$$

Очевидно, что эти формулы справедливы при больших значениях коэффициента проницаемости k_p.

5. Численные расчеты. Решение для закона изменения давления в скважине согласно (2.1), (2.4) определено с точностью до произвольного постоянного множителя C_1. В расчетах примем $C_1 = 1$. Это означает, что распределение давления нормировано относительно значения при $z = 0$, т. е. вместо P будем использовать нормированное значение $P/A^{(p)}(0)$:

$$P = \cos(kz)\,\mathrm{e}^{i\omega t}, \qquad k = (\omega/C)\sqrt{1 + 2/y} \tag{5.1}$$

(k — волновое число, которое определяется через комплексную частоту и является комплексным: $k = K + i\beta$ ($K = \operatorname{Re} k$, $\beta = \operatorname{Im} k$)). Тогда действительную часть решения для P из (5.1) можно записать в виде

$$\operatorname{Re}(P) = A(z)\,\mathrm{e}^{-\delta t}\cos(\Omega t + \varphi),$$

$$A(z) = \sqrt{\cos^2(Kz)\operatorname{ch}^2(\beta z) + \sin^2(Kz)\operatorname{sh}^2(\beta z)}, \qquad \operatorname{tg}\varphi = -\operatorname{tg}(Kz)\operatorname{th}(\beta z).$$

В расчетах в качестве жидкости рассматривалась вода, имеющая следующие физические параметры: $\rho_0 = 10^3$ кг/м^3, $C = 1{,}5\cdot 10^3$ м/с, $\mu = 10^{-3}$ Па$\cdot$с. Для скважины и пласта принималось $l = 1500$ м, $l_p = 20$ м, $m_p = 10^{-1}$.

На рис. 2 приведены зависимости собственной частоты Ω, коэффициента затухания δ и декремента затухания $\Delta = 2\pi\delta/\Omega$ от коэффициента проницаемости пласта при различных значениях длины l_p открытого участка скважины. Видно, что с увеличением коэффициента проницаемости пласта в рассматриваемом диапазоне частота собственных колебаний

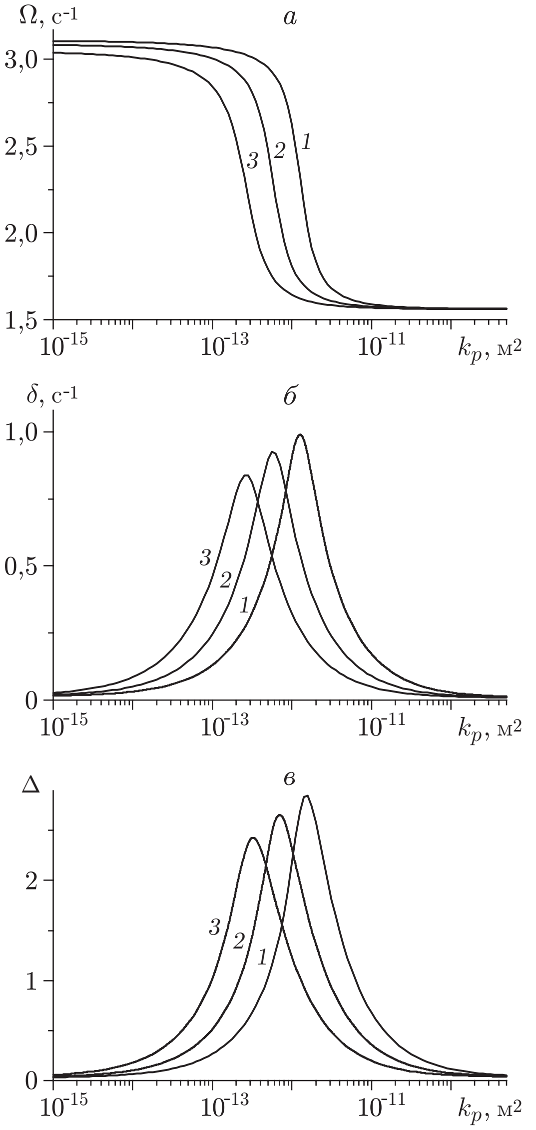

Рис. 2

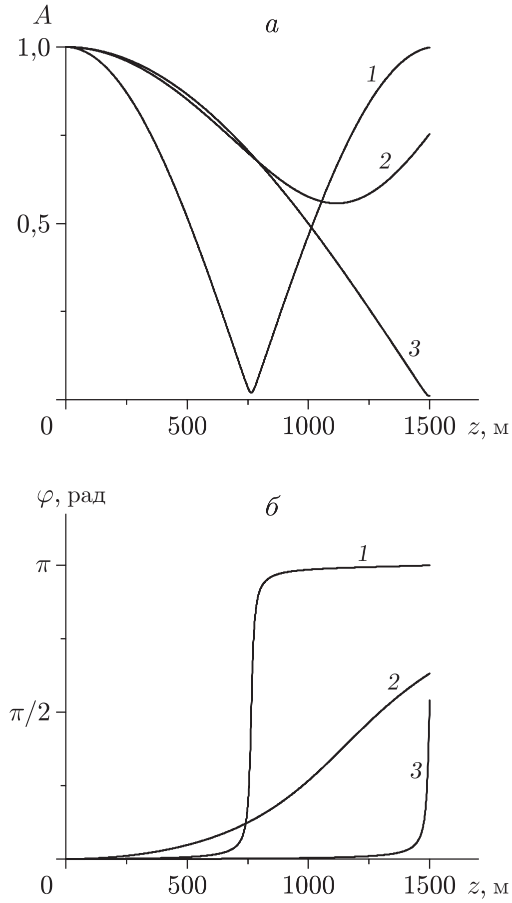

Рис. 3

Рис. 2. Зависимости собственной частоты (a), коэффициента затухания ($б$), декремента затухания ($в$) от коэффициента проницаемости пласта при различных значениях длины открытого участка скважины:
1 — $l_p = 10$ м, *2* — $l_p = 20$ м, *3* — $l_p = 40$ м

Рис. 3. Распределения амплитуды колебаний столба жидкости (a) и сдвига по фазе ($б$) по глубине скважины при различных значениях коэффициента проницаемости:
1 — $k_p = 10^{-14}$ м^2, *2* — $k_p = 10^{-12}$ м^2, *3* — $k_p = 10^{-10}$ м^2

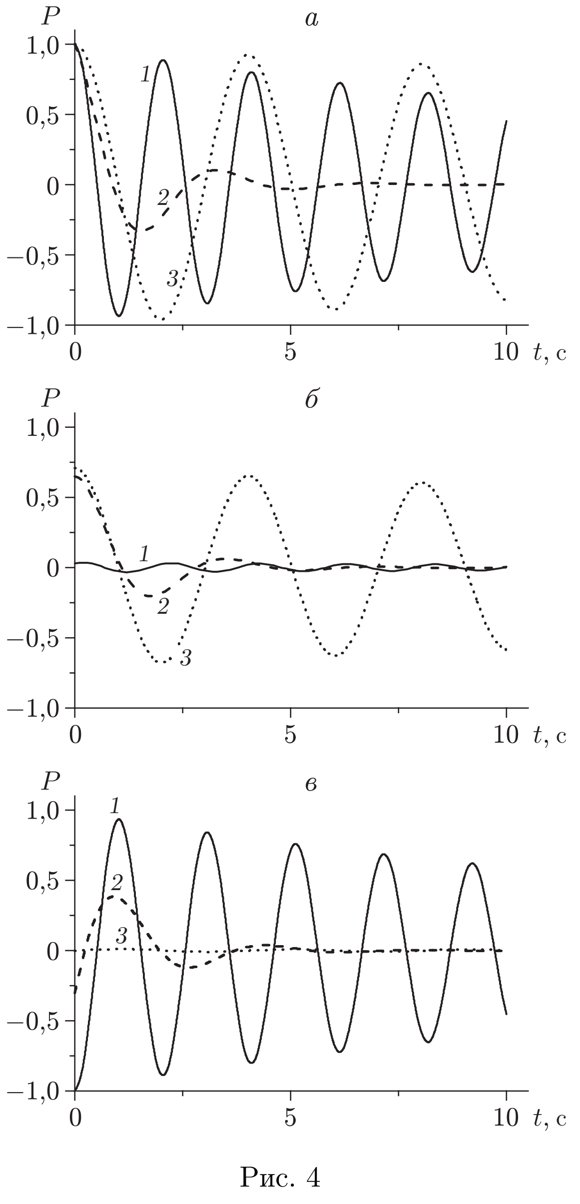

Рис. 4

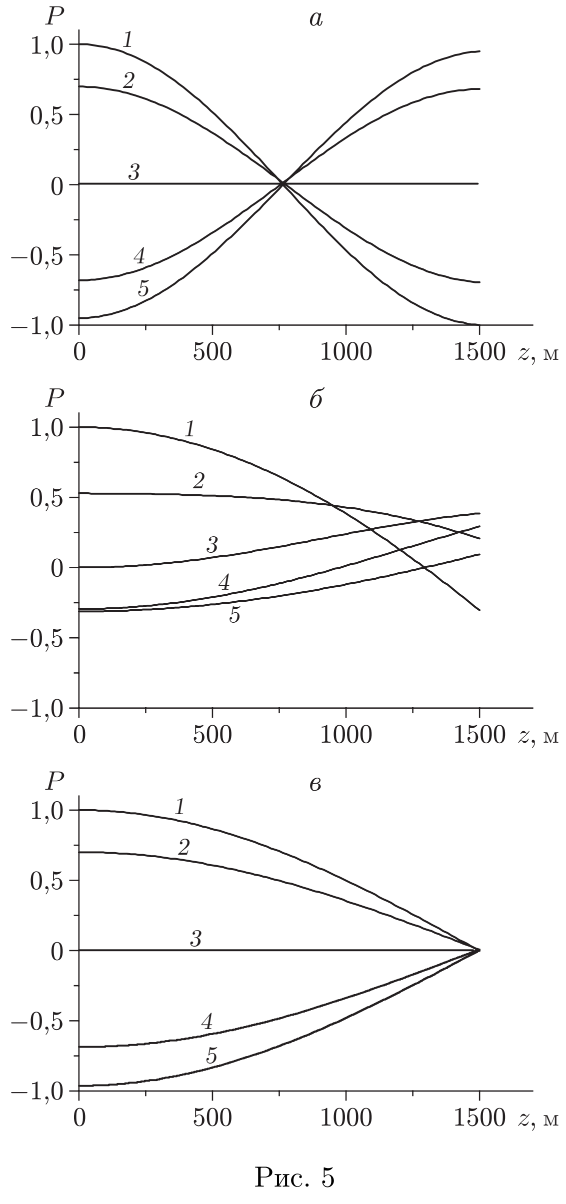

Рис. 5

Рис. 4. Зависимость давления от времени в точках расположения датчиков $z = 0$ (*а*), $z = 750$ м (*б*), $z = 1500$ м (*в*) при различных значениях коэффициента проницаемости:
1 — $k_p = 10^{-14}$ м^2, *2* — $k_p = 10^{-12}$ м^2, *3* — $k_p = 10^{-10}$ м^2

Рис. 5. Распределение давления по координате z при различных значениях коэффициента проницаемости в различные моменты времени:
а — $k_p = 10^{-14}$ м^2, *б* — $k_p = 10^{-12}$ м^2, *в* — $k_p = 10^{-10}$ м^2; *1* — $\Omega t = 0$, *2* — $\Omega t = \pi/4$, *3* — $\Omega t = \pi/2$, *4* — $\Omega t = 3\pi/4$, *5* — $\Omega t = \pi$

монотонно уменьшается в интервале значений, определяемом формулами (3.1). Таким образом, при изменении коэффициента проницаемости в диапазоне 10^{-15} м$^2 \leqslant k_p \leqslant 10^{-10}$ м^2 период колебаний увеличивается приблизительно в два раза.

Наиболее нетривиальными результатами являются немонотонные зависимости коэффициента затухания δ и декремента затухания Δ от коэффициента проницаемости пласта.

На рис. 3 показаны распределения амплитуды A колебаний столба жидкости и сдвига по фазе φ по глубине z скважины при различных значениях коэффициента проницаемости. Видно, что при малых значениях коэффициента проницаемости с увеличением глубины сдвиг фаз колебаний наблюдается в диапазоне $0 \div \pi$. При больших значениях проницаемости сдвиг фаз происходит в диапазоне $0 \div \pi/2$.

На рис. 4 приведены осциллограммы датчиков D1, D2, D3, расположенных в точках с координатами $z = 0$, 750, 1500 м соответственно (см. рис. 1), при различных значениях коэффициента проницаемости. Видно, что при увеличении проницаемости частота колебаний уменьшается и происходит их более быстрое затухание.

На рис. 5 представлено распределение давления вдоль скважины в различные моменты времени и при различных значениях коэффициента проницаемости.

Заключение. Таким образом, результаты анализа собственных колебаний жидкости внутри скважины позволяют получить данные о качестве открытого участка скважины, ее геометрических характеристиках, коллекторских свойствах призабойной зоны.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Эрлагер Р.** Гидродинамические методы исследования скважин. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2006.
2. **Wang X., Hovem K., Moos D., Quan Y.** Water hammer effects on water injection well performance and longevity // SPE Intern. symp. and exhibition on formation damage control, Lafayette (USA), 13–15 Febr. 2008. SPE 112282.
3. **Ляпидевский В. Ю., Неверов В. В., Кривцов А. М.** Математическая модель гидроудара в вертикальной скважине // Сиб. электрон. мат. изв. 2018. № 15. С. 1687–1696.
4. **Хусаинов И. Г.** Акустическое зондирование перфорированных скважин короткими волнами // ПМТФ. 2013. Т. 54, № 1. С. 86–93.

Поступила в редакцию 27/IV 2020 г.,
после доработки — 27/IV 2020 г.
Принята к публикации 25/V 2020 г.