

УДК 66.015.24

## **Модель тепло- и массоотдачи в шероховатых и орошаемых каналах\***

**А.Г. Лаптев, Е.А. Лаптева**

*Казанский государственный энергетический университет*

E-mail: tvt\_kgeu@mail.ru

Для определения коэффициентов тепло- и массоотдачи в каналах с шероховатой и орошаемой стенками продолжено развитие классической гидродинамической аналогии переноса импульса, массы и энергии. Для этого используются свойства консервативности законов трения к различным возмущениям и находится «эффективная скорость», значение которой позволяет скорректировать гидродинамическую аналогю. Показаны примеры расчетов чисел Нуссельта, Шервуда и Стантона для шероховатых каналов, градири и пленочного течения в противотоке. Дано сопоставление с результатами других исследователей.

**Ключевые слова:** теплообмен, массообмен, трение, шероховатость, пленка, градири, аналогия.

### **Введение**

Несмотря на широкое развитие численных методов и пакетов прикладных программ при расчетах и проектировании промышленных аппаратов наибольшее применение все еще находят приближенные методы. Приближенное математическое описание процессов переноса при расчете тепло- и массообменных аппаратов в первую очередь связано с теорией подобия, а также с моделями Прандтля и Кармана, гидродинамической аналогией Рейнольдса и Чилтона–Кольборна и моделью диффузионного пограничного слоя Ландау–Левича. Кроме этого важное значение имеют консервативные свойства пограничного слоя — весьма слабые зависимости некоторых характеристик осредненного течения от внешних возмущений, на которые одними из первых обратили внимание С.С. Кутателадзе и А.И. Леонтьев.

Теоретическая основа рассматриваемого далее подхода заключается в использовании известных свойств консервативности законов трения к возмущающим воздействиям (например, продольному градиенту давления). Влияние возмущений не изменяет форму математического описания пограничного слоя, а учитывается параметрически. Определение корректирующих параметров выполняется путем баланса импульса.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (задание № 13.405.2014/К).

### Обобщение гидродинамической аналогии

Соотношение между потоками импульса, массы компонента и теплоты называют аналогией. Для турбулентного пограничного слоя в случае  $Pr = 1$  и  $Pr_T = \nu_T/a_T = 1$ ,  $dP/dx = 0$  следует подобие безразмерных профилей скорости и температуры и полная аналогия переноса (аналогия Рейнольдса):

$$St = C_f/2, \quad (1)$$

где  $St = \alpha / (\rho c_p u_\infty)$  — тепловое число Стантона,  $C_f = 2\tau_{ct} / (\rho u_\infty^2)$  — коэффициент трения. При  $Pr \neq 1$  используется поправка Чилтона–Кольборна:

$$St = \frac{C_f}{2 Pr^{(m-1)/m}} \quad \text{или} \quad Nu = \frac{C_f}{2} Re Pr^{1/m}, \quad (2)$$

где неоднородность полей, вызванная молекулярным механизмом переноса, учитывается числом Прандтля. Показатель степени этого числа зависит от гидродинамических условий взаимодействия фаз. Чилтон и Кольбор полагали  $St \sim Pr^{-2/3}$ , т.е.  $m = 3$ . Однако большинство экспериментальных данных различных авторов показывает, что для труб и каналов  $St \sim Pr^{-0.57}$ . Из уравнений (2) получим выражение для коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha = c_p \tau_{ct} / (u_\infty Pr^{0.57}). \quad (3)$$

Выражения, аналогичные (2) и (3), следуют и для переноса массы компонента (массоотдачи).

Гидродинамическая аналогия Рейнольдса и Чилтона–Кольборна справедлива для потоков при отсутствии продольного градиента давления, что ограничивает область ее применения. Например, в шероховатых каналах, трубах с кольцевыми накатками и насадочных слоях коэффициент  $\xi$  возрастает в большей степени, чем характеристики теплообмена [1–7], и применение классической аналогии (2) на основе известной связи  $C_f = \xi/4$  дает значительную погрешность. В работах [5–7] рассмотрена модифицированная аналогия Рейнольдса для внутренних пограничных слоев, развивающихся после отрыва и присоединения потока за малыми препятствиями на стенках каналов. Для этого используется выражение аналогии в виде  $St = K(C_f/2)$ , где коэффициент  $K$  показывает степень различия в интенсивности переноса импульса и теплоты в отрывном потоке. В прикладной аэрогазовой динамике [8, 9] получил применение метод эффективной длины. В этом случае влияние градиента давления учитывается соответствующим подбором эффективной длины при условии равенства толщины потери энергии пограничного слоя. При известной эффективной длине характеристики пограничного слоя рассчитываются с помощью соответствующих формул для пластины.

Следовательно, чтобы применить аналогию (2), воспользуемся известными свойствами консервативности законов трения к различным возмущениям. Для этого осредним параметры градиентного потока по длине обтекаемого тела и приведем их к плоскому пограничному слою без гидродинамических возмущений [10–12].

Предположим, что средний поток импульса (касательное напряжение  $\tau_{ct}$ ) на поверхности тела известен. Тогда в рамках плоского пограничного слоя запишем средний коэффициент трения для турбулентного пограничного слоя [13]:

$$C_f = 2\tau_{ct} / (\rho u_\infty^2) = 0,074 / Re_L^{0.2}. \quad (4)$$

Из выражения (4) получим эффективную скорость

$$\bar{u}_\infty = 8,5 (\tau_{ct} / \rho)^{5/9} \cdot (L/\nu)^{1/9}. \quad (5)$$

Эквивалентными параметрами градиентного и безградиентного потока здесь являются среднее касательное напряжение  $\tau_{ct}$  и характерный размер тела  $L$ , а влияние возмущений учитывается эффективной скоростью  $\bar{u}_\infty$ . Используя аналогию (3) с  $u_\infty = \bar{u}_\infty$  (5), получим выражение для коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha = 0,16 \rho c_p (\tau_{ct} / \rho)^{4/9} \cdot (\nu/L)^{1/9} \text{Pr}^{-0,57}. \quad (6)$$

Аналогично запишем средний коэффициент трения для трубы, используя коэффициент сопротивления по Блазиусу:

$$C_f = \xi/4 = 0,316/(4 \text{Re}^{0,25}). \quad (7)$$

Отсюда получим

$$\bar{u}_\infty = 6,33 (\tau_{ct} / \rho)^{4/7} \cdot (d/\nu)^{1/7}, \quad (8)$$

и коэффициент теплоотдачи из выражения (3) будет иметь вид

$$\alpha = 0,158 \rho c_p (\tau_{ct} / \rho)^{3/7} \cdot (d/\nu)^{1/7} \text{Pr}^{-0,57}. \quad (9)$$

Если с поверхности канала происходит диффузия вещества (например при растворении или пленочном течении), то выражения, аналогичные (6) и (9), следуют и для коэффициентов массоотдачи.

Далее рассмотрим применение данных выражений для различных случаев обтекания поверхностей (контактных элементов аппаратов) при тепло- и массообмене.

### Теплообмен в шероховатых каналах

Рассмотрим применение уравнения (9) для поверхностей интенсивного теплообмена в каналах, например, с кольцевой накаткой. В работе [14] приведена таблица с относительными величинами  $\xi_{ш} / \xi_{гп}$  и  $\text{Nu}_{ш} / \text{Nu}_{гп}$  при различных числах Рейнольдса, шага и глубины лунок. Среднее касательное напряжение при обтекании сложных поверхностей можно вычислить, используя среднюю объемную скорость диссипации энергии и подход [10, 12, 15, 16], что позволяет решить систему уравнений или провести дополнительные эксперименты.

Для приближенного расчета используем выражение, полученное из условия баланса сил с уравнением Блазиуса для  $\xi$ , справедливое для гладкого канала:

$$\tau_{ct} = \rho u_{cp}^2 \xi_{гп} / 8 = 0,316 u_{ct}^2 \rho / (8 \text{Re}^{0,25}), \quad (10)$$

а для шероховатого канала используем соотношение  $\xi_{ш} / \xi_{гп}$ . Тогда выражение (9) будет иметь вид:

$$\text{Nu}_{ш} = 0,158 \text{Re}_{ш}^{0,857} (\xi_{ш} / 8)^{0,429} \text{Pr}^{0,43}. \quad (11)$$

Число Рейнольдса следует вычислять с учетом изменения поперечного сечения канала за счет элементов интенсификации.

На рис. 1, 2 приведены результаты расчета по выражению (11) и сравнение с экспериментальными данными [14] для канала с кольцевыми накатками.

На рис. 3 показана область экспериментальных данных [17] и расчет по выражению (11) для каналов с поперечными кольцевыми выступами. Из экспериментальных данных и расчетных результатов (рис. 1–3) следует, что  $\text{Nu}_{ш} / \text{Nu}_{гп} \neq \xi_{ш} / \xi_{гп}$ , т.е. классическая

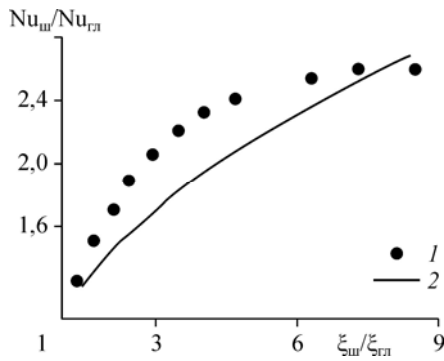


Рис. 1. Сравнение экспериментальных и расчетных данных при  $Re = 10^4$ .  
1 — эксперимент [14], 2 — расчет по формуле (11).

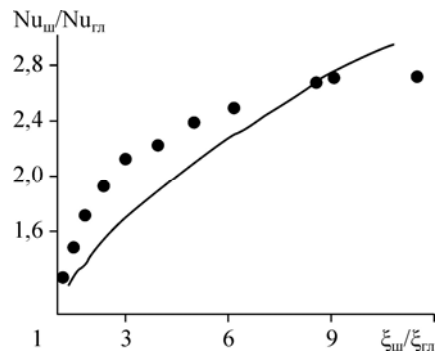


Рис. 2. Сравнение экспериментальных и расчетных данных при  $Re = 10^5$ .  
1 — эксперимент [14], 2 — расчет по формуле (11).

аналогия в форме (2) нарушается. Однако обобщение аналогии в форме (11) дает удовлетворительные результаты. Используя выражения (11) запишем число Стантона:

$$St_w = 0,158 Re_w^{-0,163} (\xi_w / 8)^{0,429} Pr^{-0,57}. \quad (12)$$

На рис. 4 представлены результаты расчета по формуле (12) и сравнение с экспериментальными данными, приведенными в работе [18].

Получить полное согласование с опытными данными практически невозможно, т.к. в выражении (11) не учитывается ряд факторов, связанных с отрывом пограничного слоя, повышением интенсивности турбулентности и т.д. Но согласование в пределах  $\pm 20\%$  можно считать удовлетворительным для таких сложных процессов теплообмена.

### Массоотдача в орошаемых каналах

Рассмотрим противоточное движение газового потока со стекающей ламинарной волной или турбулентной пленкой жидкости в круглом канале. Используем идею

П.Л. Капицы и др. о представлении волн в виде шероховатости при расчете коэффициентов тепло- и массоотдачи в газовой фазе.

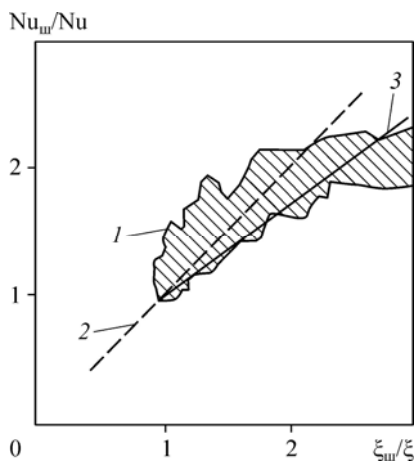


Рис. 3. Эффективность интенсификации теплообмена поперечными кольцевыми выступами в круглом канале [17].  
1 — область, занимаемая экспериментальными точками, 2 — при  $Nu_w/Nu_{gr} = \xi_w/\xi_{gr}$  [7, 17], 3 — расчет по формуле (11).

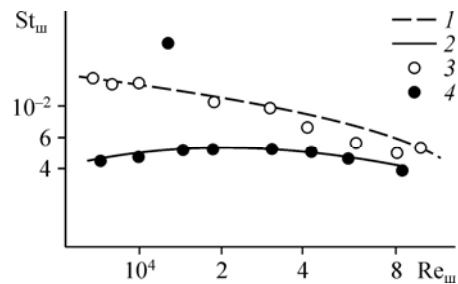


Рис. 4. Результаты расчета и опытные данные по теплоотдаче в канале с шероховатыми стенками.

$Pr = 0,71$ ; 1, 2 — расчет по уравнению (12), 3, 4 — эксперимент [18];  $k/R = 0,08$  (1, 3),  $0,02$  (2, 4);  $k$  — высота выступов.

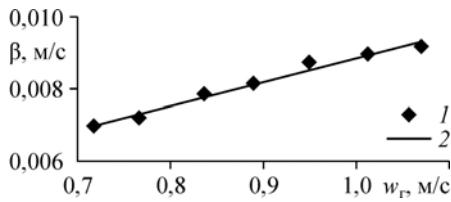


Рис. 5. Зависимость коэффициента массоотдачи от скорости газа для сетчатой насадки в градирне.  
Плотность орошения  $7,61 \text{ м}^3/(\text{м}\cdot\text{час})$ , удельная поверхность  $a_v = 104 \text{ м}^2/\text{м}^3$ ,  $d_3 = 0,037 \text{ м}$ ;  
1 — эксперимент [20], 2 — расчет по выражению (13).

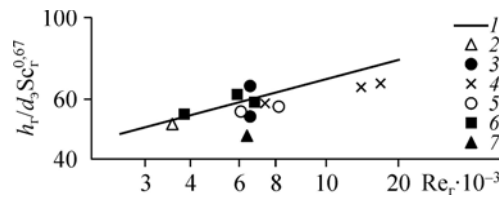


Рис. 6. Результаты расчетов (1) и экспериментальные данные (2–7) [19] при ректификации различных систем в орошаемых каналах.

Воспользовавшись выводами (7)–(9), получим для орошаемого канала (например, при противотоке воздуха и воды в градирне) число Шервуда в газовой фазе при массообмене ( $St_T \sim Sc_T^{-2/3}$  или  $Sh_T \sim Sc_T^{1/3}$  [19]):

$$Sh_T = 0,158 Re_{ог}^{0,857} \left( \xi_{оп} / 8 \right)^{0,429} Sc_T^{1/3}, \quad (13)$$

для орошаемого цилиндрического канала

$$\xi_{оп} = \left( 0,11 + 0,9 (u_{ж} \mu_{ж} / \sigma)^{2/3} \right) / Re_{ог}^{0,16}, \quad (14)$$

где  $Re_{ог} = d_3 (w_T + u_{ж}) / \nu_T$ ,  $u_{ж}$  — средняя скорость жидкости в пленке, м/с;  $d_3 = 4 \varepsilon_{св} / a_v$  — эквивалентный диаметр насадки (канала), м.

На рис. 5, 6 приведены результаты расчетов по уравнению (13) и сравнение с экспериментальными данными для макета градирни [20] и орошаемой трубки при ректификации [19], где  $h_T$  — высота единиц переноса:

$$h_T = \frac{d^2 w_T}{4 \beta_T (d - 2 \delta_0)} = \frac{d^2 w_T}{4 Sh_T D_T}. \quad (15)$$

При расчете градирни сделаны допущения о равномерном пленочном течении по контактными элементам (цилиндрический канал из полиэтиленовой сетки) и коэффициенте смачиваемости поверхности близким к единице.

### Выводы

Преимущество гидродинамической аналогии перед многими другими методами заключается в том, что она дает возможность вычислять коэффициенты тепло- и массоотдачи с использованием коэффициентов трения. Однако известные ограничения классической аналогии существенно сокращают области ее применения. В настоящей работе выполнено обобщение аналогии Чилтона–Кольборна для потоков с шероховатой стенкой и каналов со стекающей пленкой жидкости. Параметры модели приводятся к плоскому пограничному слою, используя выражения для коэффициентов трения пластины и среднее касательное напряжение возмущенных потоков. В результате расчетов и сравнения с опытными данными исследований других авторов показана принципиальная возможность использования обобщенной гидродинамической аналогии в инженерных расчетах тепломассообменных аппаратов, когда имеются результаты по гидравлическому сопротивлению каналов и отсутствуют данные по тепло- и массоотдаче.

### Условные обозначения

$a_V$ — удельная поверхность насадки, $\text{м}^2/\text{м}^3$ ,	$\varepsilon_{\text{св}}$ — относительный свободный объем насадки, $\text{м}^3/\text{м}^3$ ,
$a$ — коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$ ,	$\nu, \nu_T$ — коэффициенты кинематической и турбулентной вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$ ,
$c_p$ — удельная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ,	$\xi$ — коэффициент гидравлического сопротивления,
$d$ — диаметр контактного элемента, м,	$\rho$ — плотность фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$ ,
$d_3$ — эквивалентный диаметр насадки, канала, м,	$\tau$ — касательное напряжение, Па,
$h_T$ — высота единиц переноса, м,	$C_f = 2\tau_{\text{ст}}/(\rho u_{\infty}^2)$ — коэффициент трения,
$L$ — длина тела, м,	$\text{Nu} = \alpha l/\lambda$ — число Нуссельта,
$l$ — характерный размер, м,	$\text{Sh} = \beta l/D$ — число Шервуда,
$w_T$ — средняя скорость газа, $\text{м}/\text{с}$ ,	$\text{Re} = U_{\infty} l/\nu$ — число Рейнольдса,
$x$ — продольная координата, м,	$\text{Sc} = \nu/D$ — число Шмидта,
$P$ — давление, Па,	$\text{Pr} = \nu/a$ — число Прандтля.
$\alpha$ — коэффициент теплоотдачи, $\text{Вт}/(\text{м}^2\cdot\text{К})$ ,	
$\beta$ — коэффициент массоотдачи, $\text{м}/\text{с}$ ,	
$\delta_0$ — толщина пленки жидкости, м,	

### Индексы

г — газовая фаза,	ст — значение параметров на стенке,
гл — гладкая поверхность,	т — турбулентность,
ж — жидкая фаза,	$\infty$ — в ядре потока,
ор — орошаемый канал,	э — эквивалентный канал,
ср — среднее значение,	ш — шероховатость.

### Список литературы

1. Лыков А.В. Теплообмен. 2-е изд. М.: Энергия, 1978. 480 с.
2. Петухов Б.С. Вопросы теплообмена. Избр. тр. / Б.С. Петухов. М.: Наука, 1987. 280 с.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
4. Щукин В.К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. М.: Машиностроение, 1970. 332 с.
5. Мигай В.К. Моделирование теплообменного энергетического оборудования. Л.: Энергоатомиздат, 1987. 264 с.
6. Дементьев Б.А. Ядерные энергетические реакторы: уч. для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1984. 280 с.
7. Горьшков Ю.Ф., Олимпиев В.В., Байгалиев Б.Е. Теплогидравлический расчет и проектирование оборудования с интенсифицированным теплообменом. Казань: КГТУ, 2004. 432 с.
8. Авдеевский В.С., Галицкий Б.М., Глебов Г.А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / Под ред. В.К. Кошкина. М.: Машиностроение, 1975. 624 с.
9. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н., Захарченко В.Ф. и др. Основы прикладной аэрогазодинамики. В 2 кн. Кн. 2: Обтекание тел вязкой жидкостью / Под ред. Н.Ф. Краснова. М.: Высшая школа, 1991. 358 с.
10. Дьяконов С.Г., Лаптев А.Г. Обобщение гидродинамической аналогии на градиентные потоки // Техн. осн. химической технологии. 1998. Т. 3, № 3. С. 229–236.
11. Дьяконов С.Г., Елизаров В.И., Лаптев А.Г. Моделирование массотеплопереноса в промышленных аппаратах на основе исследования лабораторного макета // Техн. осн. химической технологии. 1993. Т. 27, № 1. С. 38–50.
12. Лаптев А.Г. Модели пограничного слоя и расчет теплообменных процессов. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2007. 500 с.
13. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
14. Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидромеханическое сопротивление: справ. пособие. М.: Энергоиздат, 1990. 367 с.
15. Лаптев А.Г., Фарахов Т.М. Математические модели и расчет гидродинамических характеристик пограничного слоя // Политематический сетевой электр. науч. журнал Кубанского гос. аграрного ун-та, 2012. № 08(82). С. 710–744. <http://ej.kubagro.ru/2012/08/pdf/52.pdf>, 2,188 у.п.л.
16. Соколов В.Н., Доманский И.В. Газожидкостные реакторы. Л.: Машиностроение, 1976. 216 с.
17. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. М.: Машиностроение, 1990. 206 с.
18. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука, 1982. 471 с.
19. Олевский В.М. Пленочная тепло- и массообменная аппаратура. М.: Химия, 1988. 239 с.
20. Лаптев А.Г., Ведьгаева И.А. Устройство и расчет промышленных градилен. Казань: Казанский гос. энерг. ун-т, 2004. 180 с.

Статья поступила в редакцию 14 ноября 2014 г.