

## ВЛИЯНИЕ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОНОВ С ИОНАМИ НА ОПТИМАЛЬНЫЙ СОСТАВ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

Э. П. Зимин, В. А. Попов

(Москва)

Как известно, для смеси практически неионизирующегося газа (разбавитель) с легко ионизуемым газом (добавка) оптимальный состав, соответствующий максимальной электропроводности, определяется соотношением

$$\frac{p_2}{p} = \frac{1}{\beta - 1}, \quad \beta = \frac{Q_2}{Q_1}$$

Здесь  $p_2$  — парциальное давление добавки,  $p$  — полное давление смеси,  $Q_1$  и  $Q_2$  — средние сечения столкновений электронов с нейтральными атомами разбавителя и добавки соответственно. При этом предполагалось, что степень ионизации добавки мала и не учитывалось кулоновское взаимодействие электронов с ионами.

Представляет интерес рассмотреть аналогичную задачу с учетом кулоновского взаимодействия.

Полагая  $n_e \ll n_2$ , можно показать, что

$$x = \frac{n_e}{n_2} = \sqrt{\frac{K}{p_2}}, \quad \alpha = \frac{n_e}{n_1 + n_2} = x\epsilon \sqrt{\frac{K\epsilon}{p}}, \quad \epsilon = \frac{p_2}{p}$$

$$K = A \left( \frac{2\pi m}{h^2} \right)^{3/2} \frac{g_i g_e}{k^{5/2} g_0} T^{\gamma+2} \exp\left(-\frac{e u_i}{kT}\right)$$

Здесь  $x$  и  $\alpha$  — степень ионизации добавки и смеси,  $n_1$  и  $n_2$  — концентрации атомов разбавителя и добавки,  $n_e$  — концентрация электронов,  $\epsilon$  — относительное парциальное давление добавки,  $K$  — приведенная константа ионизационного равновесия,  $A$  — константа, зависящая от выбора единиц измерения давления,  $m$  и  $e$  — масса и заряд электрона,  $h$  и  $k$  — постоянные Планка и Больцмана,  $g_i$ ,  $g_e$  и  $g_0$  — статистические веса иона, электрона и нейтрала,  $u_i$  — потенциал ионизации и  $T$  — температура.

Если интерпретировать кулоновское взаимодействие электронов с ионами как упругое столкновение, приписав ионам среднее поперечное сечение столкновений, определяемое выражением

$$Q_i = 8.1 b^2 \ln \Lambda, \quad b = e^2 / 3kT, \quad \Lambda = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{k^3 T^3}{2\pi n_e}}^{1/2}$$

можно ввести эффективное поперечное сечение столкновений электронов с тяжелыми частицами смеси следующим образом ( $n_e \ll n_2$ ):

$$Q = \frac{Q_1 n_1 + Q_2 n_2 + Q_i n_e}{n_1 + n_2} = Q_1 \left[ 1 + \epsilon (\beta - 1) + \frac{Q_i}{Q_1} \alpha \right]$$

Электропроводность в этом случае будет равна

$$\sigma = 3.85 \cdot 10^{-10} \frac{\alpha}{\sqrt{T} Q_1} = \frac{3.85 \cdot 10^{-10}}{Q_1} \sqrt{\frac{K}{pT}} \frac{\sqrt{\epsilon}}{1 + \epsilon (\beta - 1) + a (B - \ln \epsilon) \sqrt{\epsilon}}$$

где

$$a = \frac{8.1 b^2}{4 Q_1} \sqrt{\frac{K}{p}} = \frac{6.28 \cdot 10^{-7}}{Q_1 T^2} \sqrt{\frac{K}{p}}, \quad B = 4 \ln \frac{3 T^2 k^2}{2 \sqrt{2\pi} e^3} (K p)^{-1/4}$$

Для определения оптимального значения относительного парциального давления добавки  $\epsilon_0$  необходимо найти корни уравнения  $d\sigma/d\epsilon = 0$  и проверить их на наличие экстремума. Корни исследуемого уравнения

$$\epsilon_0^2 + c_1 \epsilon_0 + c_2 = 0, \quad c_1 = -\frac{4a^2 + 2(\beta - 1)}{(\beta - 1)^2}, \quad c_2 = \frac{1}{(\beta - 1)^2}$$

равны

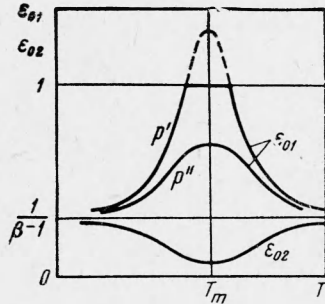
$$\epsilon_{01}, \epsilon_{02} = \frac{1}{(\beta - 1)^2} (\beta - 1 + 2a^2 \pm 2a \sqrt{\beta - 1 + a^2})$$

Легко убедиться, что знак плюс соответствует корню ( $\epsilon_{01}$ ), определяющему максимум функции  $\sigma(\epsilon)$ , а знак минус — корню ( $\epsilon_{02}$ ), определяющему точку перегиба с касательной, параллельной оси  $O\epsilon$ .

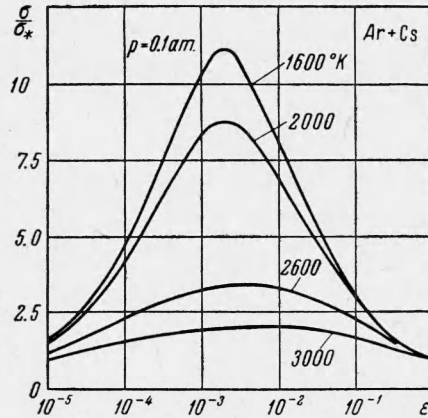
Функция  $a(T)$  при  $T \rightarrow 0$  и  $T \rightarrow \infty$  принимает значения  $a(0) = a(\infty) = 0$  и имеет максимум при

$$T_m = \frac{u_i}{k(4-s)}, \quad s = \frac{\gamma+2}{2}$$

( $\gamma$  — число степеней свободы молекулы)



Фиг. 1



Фиг. 2

добавки). Например, при использовании в качестве добавки цезия ( $u_i = 3.9 \text{ эВ}$ )

$$T_m = 3.02 \cdot 10^4 \text{ К}$$

Можно определить значение функции  $a = a_* = 1/2(\beta - 2)$ , которому соответствует  $\epsilon_{01} = 1$ .

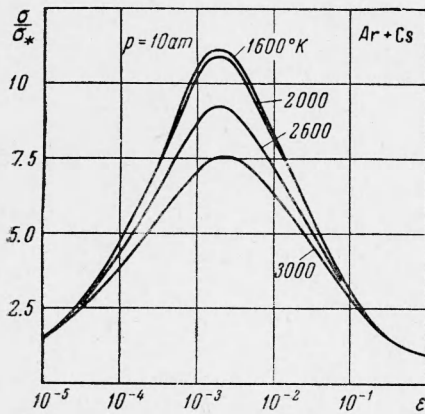
Очевидно, при  $a > a_*$  любая смесь будет иметь проводимость ниже проводимости чистой добавки. На фиг. 1 качественно показано поведение функций  $\epsilon_{01}(T)$  и  $\epsilon_{02}(T)$ . Они имеют экстремумы при  $T = T_m$ . Относительно функции  $\epsilon_{02}$  следует отметить, что всегда

$$\epsilon_{02} < 1 / (\beta - 1)$$

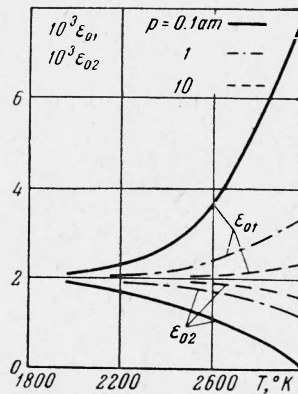
причем при  $a^2 \gg (\beta - 1)$  можно использовать приближенное соотношение:

$$\epsilon_{02} \approx 1 / 4a^2$$

В свою очередь при любых значениях температуры и давления  $\epsilon_{01} > 1 / (\beta - 1)$ .



Фиг. 3



Фиг. 4

При соответствующем выборе давления возможна такая ситуация, когда функция  $\epsilon_{01}(T) < 1$  (например, кривая  $p''$  на фиг. 1) во всем диапазоне температур.

Очевидно, что

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{01}\epsilon_{02}}} + 1, \quad a = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{02}}} - \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{01}}} \right)$$

Таким образом, существует принципиальная возможность по экспериментальным значениям  $\epsilon_{01}$  и  $\epsilon_{02}$  определить  $Q_1$  и  $Q_2$  при фиксированных значениях температуры и давления.

На фиг. 2 и 3 показана зависимость относительной проводимости смеси цезия с аргоном ( $\sigma / \sigma_*$ ) от  $\epsilon$  при указанных значениях температур при давлении  $p = 0.1$  и  $10$  ат. Ввиду выбора логарифмических координат перегиб кривых при  $\epsilon = \epsilon_{02}$  не заметен. Здесь в качестве характерного значения принята проводимость чистой добавки  $\sigma_* = 1 / (\beta + aB)$ .

Изменение  $\epsilon_{01}$  и  $\epsilon_{02}$  с температурой при трех значениях давления видно из фиг. 4 для смеси цезия с аргоном ( $1 / (\beta - 1) \approx 2 \cdot 10^{-3}$ ).

Из приведенных графиков видно, что значения  $\epsilon$ , соответствующие точке перегиба и максимуму, как и следовало ожидать, при относительно низких температурах, когда роль кулоновского взаимодействия электронов с ионами мала, практически совпадают. Однако с повышением температуры разница между  $\epsilon_{01}$  и  $\epsilon_{02}$  (особенно для смеси Cs + Ar) превышает один порядок. В этом случае экспериментальные значения  $\epsilon_{01}$  и  $\epsilon_{02}$  могут быть использованы для определения  $Q_1$  и  $Q_2$ .

При расчетах средние поперечные сечения столкновений электронов с нейтральными атомами полагались постоянными в рассмотренном диапазоне температур и равными: для атомов аргона —  $8 \cdot 10^{-17}$ , для атомов цезия —  $4 \cdot 10^{-14}$  см<sup>2</sup>.

Поступила 1 IV 1963.

## О НЕКОТОРЫХ НЕУСТАНОВИВШИХСЯ ДВИЖЕНИЯХ ХОЛОДНОЙ ПЛАЗМЫ

*В. А. Левин*

(Москва)

Изучению нелинейных колебаний холодной плазмы в гидродинамическом приближении посвящено много работ [1-5 и др.]. В этих работах предполагается, что скорость электронов нерелятивистская, и только в работе [6] рассмотрены плоские бегущие волны с произвольными скоростями.

Ниже рассматриваются продольные неустойчивые движения холодной электронной плазмы с любыми скоростями и делается попытка применить полученные результаты к анализу разлета плазменного сгустка.

Систему уравнений, описывающую продольные неустойчивые движения электронов в холодной плазме, удобно записать в виде

$$\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-3/2} u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\omega^2}{v} r = \frac{4\pi e^2}{m} r^{1-\nu} \int_0^{r_0} n_0 r_0^{\nu-1} dr_0 \quad (\nu = 1, 2, 3)$$

$$\frac{\partial t}{\partial r} = \frac{1}{u}, \quad n = -\frac{n_0 r_0^{\nu-1}}{u r^{\nu-1} \partial t / \partial r_0} \quad \left(\omega^2 = \frac{4\pi c^2 n_i}{m}\right) \quad (1)$$

Здесь  $n_0$  — начальная плотность электрона,  $u$  — скорость,  $t$  — время,  $\omega$  — частота Лэнгмюра. Плотность ионов  $n_i$  считается постоянной. Следуя [7], за независимые переменные приняты  $r_0$  — лагранжева координата,  $r$  — эйлерова координата. Предполагая, что плазма заполняет все пространство, получим решение системы (1) в следующей форме:

$$c^2 \left[ \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} - \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right)^{-1/2} \right] + \frac{\omega^2}{2\nu} (r^2 - r_0^2) = \frac{e^2}{m} N(r_0) \int_{r_0}^r \frac{dr}{r^{\nu-1}}$$

$$t = \int_{r_0}^r \frac{dr}{u(r, r_0)} \quad \left( N(r_0) = 4\pi \int_0^{r_0} n_0 r_0^{\nu-1} dr_0 \right) \quad (2)$$

Здесь  $u_0$  — начальная скорость частиц. Полагая  $n_i = 0$ , получим разлет частиц одного знака [8]. Если  $n_i \neq 0$ , то происходят колебания с периодом

$$T = 2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{u}$$