

ДИССИПАТИВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В КРИСТАЛЛАХ С ДИСЛОКАЦИЯМИ

Известно, что пластические деформации монокристаллов определяются наличием в них дислокаций. Обычно в твердых телах плотность дислокаций достаточно велика: 10^6 — 10^8 см⁻². Поэтому, если не интересоваться отклонениями деформации кристалла от среднего значения между дислокациями, удобно пользоваться моделью непрерывно распределенных дислокаций. В [1, 2] переход к такой модели осуществлялся усреднением уравнений линейной теории упругости, в которых рассматривались одиночные дислокации. При этом потоки линейных дефектов оставались неопределенными. На наш взгляд, представляет интерес рассмотрение данной проблемы с точки зрения общей системы уравнений механики сплошной среды и принципов термодинамики необратимых процессов. Предварительно рассмотрим величины, с помощью которых будем описывать деформацию сплошной среды.

При пластических деформациях происходят значительные смещения элементов среды. Микроскопическая структура твердого тела при этом остается прежней: атомы находятся в узлах кристаллической решетки. В результате действия короткодействующих молекулярных сил возникают напряжения, определяющиеся взаимодействием между ближайшими атомами, или, другими словами, деформацией элементарной ячейки кристалла. Для описания данной деформации можно использовать вектор I^α (здесь и далее индексы пробегает значения 1, 2, 3), который в недеформированном кристалле является вектором элементарных трансляций. Атомы, которые связывает вектор I^α , движутся со скоростью среды в данном месте. Уравнение для «вмороженного» вектора I^α , усредненного по физически бесконечно малому объему, имеет вид [3]

$$(1) \quad dI^\alpha/dt = (I^\alpha \nabla) \mathbf{v},$$

где \mathbf{v} — скорость движения вещества в данном месте; круглые скобки означают скалярное произведение. Введем набор векторов W^α , связанных с I^α соотношениями

$$(2) \quad (W^\beta I^\alpha) = \delta^{\beta\alpha}$$

($\delta^{\beta\alpha}$ — символ Кронекера). Из (1) и (2) для W^α следует

$$(3) \quad dW^\alpha/dt = - (W^\alpha \nabla \mathbf{v}).$$

Символ $(W^\alpha \nabla \mathbf{v})$ означает свертку $W_k^\alpha \partial v_h / \partial x_i$. Здесь и далее по повторяющимся латинским индексам подразумевается суммирование. Уравнения (1) и (3) справедливы в отсутствие диссипативных процессов; (3) можно переписать как

$$(4) \quad \partial W^\alpha / \partial t = [\mathbf{v} \operatorname{rot} W^\alpha] - \nabla (\mathbf{v} W^\alpha).$$

Если $\operatorname{rot} W^\alpha = 0$, то W^α можно представить в виде $\nabla \Phi^\alpha$. Функции $\Phi^\alpha(\mathbf{x}) = \text{const}$ являются в недеформированном кристалле уравнениями для кристаллографических плоскостей. Набор из трех функций $\Phi^\alpha(\mathbf{x})$ определяет номер атома, расположенного в точке \mathbf{x} . Тогда при соответствующей нормировке Φ^α модуль вектора W^α равен обратному расстоянию между кристаллографическими плоскостями в данном месте и вектор W^α направлен по нормали к ним. Интеграл по замкнутому контуру равен нулю:

$$(5) \quad \oint W^\alpha d\mathbf{x} = 0.$$

Когда $\text{rot } \mathbf{W}^\alpha \neq 0$, то уже нельзя представить \mathbf{W}^α в виде градиента неких скалярных функций во всем пространстве, однако локально смысл \mathbf{W}^α остается прежним. В этом случае условие (5) нарушается и интеграл равен числу особенностей поля $\mathbf{W}^\alpha(\mathbf{x})$, которые охвачены контуром. С помощью теоремы Стокса запишем

$$\oint \mathbf{W}^\alpha d\mathbf{x} = \int \text{rot } \mathbf{W}^\alpha dS$$

и введем новую функцию $\Omega^\alpha = \text{rot } \mathbf{W}^\alpha$. Вектор $\hat{\Omega}^\alpha$ описывает плотность дислокаций сорта α . Если рассматривать отдельные дислокации, то Ω^α есть сумма двумерных δ -функций, так что направление Ω^α совпадает с направлением дислокационной линии в данной точке. При этом из (3) вытекает, что $d(\oint \mathbf{W}^\alpha d\mathbf{x})/dt = 0$, где d/dt подразумевает, что контур интегрирования движется вместе с веществом. Это означает, что и дислокации движутся вместе с веществом, что аналогично сохранению циркуляции скорости в жидкости [4]. Взяв операцию rot от (4), получим закон сохранения для Ω^α :

$$(6) \quad \partial \Omega^\alpha / \partial t = \text{rot} \{ \mathbf{v} \Omega^\alpha \}.$$

Заметим, что если $\hat{\Omega}^\alpha$ описывает краевую дислокацию, то $(\mathbf{W}^\alpha \Omega^\alpha) = 0$, для винтовой дислокации $(\mathbf{W}^\alpha \Omega^\alpha) \neq 0$. При этом из (3) имеем $d((\mathbf{W}^\alpha \Omega^\alpha) / \rho) / dt = 0$. Введение дислокаций с помощью $\text{rot } \mathbf{W}^\alpha$ в несколько иной последовательности дано в [5].

Из (3) видно, что, для того чтобы по $\delta \mathbf{W}^\alpha$ найти смещения точек среды, надо следить за развитием процесса деформации во времени. Однако для малых деформаций можно выписать связь $\delta \mathbf{W}^\alpha$ со смещениями \mathbf{u} , вводимыми в линейной теории упругости. Смещения за малый промежуток времени δt выражаются через скорость \mathbf{v} как $\mathbf{u} = \mathbf{v} \delta t$, тогда из (4) следует

$$\delta \mathbf{W}^\alpha = [\mathbf{u} \text{rot } \mathbf{W}^\alpha] - \nabla (\mathbf{u} \mathbf{W}^\alpha).$$

Для недеформированной решетки, т. е. когда $\mathbf{W}^\alpha = \overset{\circ}{\mathbf{W}}^\alpha$, имеем

$$(7) \quad \delta W_i^\alpha = - \overset{\circ}{W}_k^\alpha \partial u_k / \partial x_i.$$

В общем случае для описания динамики сплошной среды используют стандартный набор гидродинамических переменных (плотность ρ , скорость \mathbf{v} , энтропию s), для которых справедливы законы сохранения

$$(8) \quad \partial \rho / \partial t + \text{div } \rho \mathbf{v} = 0;$$

$$(9) \quad \rho dv_i / dt = \partial \sigma_{ik} / \partial x_k;$$

$$(10) \quad ds / dt = 0,$$

где σ_{ik} — равновесный тензор напряжений, а уравнение (10) записано для энтропии на грамм. Для ρ и \mathbf{W}^α справедлива связь $\rho = m / v_\alpha = m (\mathbf{W}^1, \mathbf{W}^2, \mathbf{W}^3)$ ($v_\alpha = (\mathbf{W}^1, \mathbf{W}^2, \mathbf{W}^3)^{-1}$ — объем элементарной ячейки кристалла). Выражение $(\mathbf{W}^1, \mathbf{W}^2, \mathbf{W}^3)$ означает смешанное произведение. При этом из (3) и (8) следует $dm / dt = 0$. Если в среде отсутствуют дефекты, то $m = \text{const}$ есть просто масса атомов элементарной ячейки.

Энергия должна зависеть от комбинаций \mathbf{W}^α , инвариантных относительно поворота тела как целого. Таковыми являются $G^{\alpha\beta} = (\mathbf{W}^\alpha \mathbf{W}^\beta)$. Свертку по индексам α и β можно осуществлять с помощью метрического тензора $\overset{\circ}{G}_{\alpha\beta} = (\overset{\circ}{\mathbf{1}}_\alpha \overset{\circ}{\mathbf{1}}_\beta)$, где $\overset{\circ}{\mathbf{1}}_\alpha$ соответствует невозмущенному кристаллу. Заметим, что, чтобы упругие деформации были значительны ($u_{ik} \sim 1$, u_{ik} — тензор деформаций [1]), необходимы напряжения $\sigma_0 \sim \mu$ (μ — модуль сдвига). Однако из эксперимента [6] видно, что релаксация напряжений за счет пластического течения происходит при $\sigma_\tau \approx 10^{-4} \sigma_0$, что соответствует достаточно малым деформациям. Поэтому при записи упругой энергии вполне можно пользоваться законом Гука, т. е. $\delta \varepsilon \sim (\delta G^{\alpha\beta})^2$. В качестве примера выпишем выражение для энергии в изо-

тропном случае:

$$\varepsilon_{уп} = \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\xi} \left(\frac{\lambda}{2} (\overset{\circ}{G}_{\alpha\beta} \delta G^{\alpha\beta})^2 + \mu \overset{\circ}{G}_{\alpha\gamma} \overset{\circ}{G}_{\beta\xi} \delta G^{\alpha\beta} \delta G^{\gamma\xi} \right)$$

(λ и μ — коэффициенты Ламэ). При этом если воспользуемся связью (7), то получим обычное выражение для упругой энергии, определенное через u_{ik} [1].

Для вычисления напряжений используем следующий прием. Для плотности полной энергии U справедлив закон сохранения

$$(11) \quad \partial U / \partial t + \operatorname{div} \mathbf{\Pi} = 0$$

($\mathbf{\Pi}$ — плотность потока энергии). Записав $U = \rho\varepsilon + \rho v^2/2$ и воспользовавшись (8) и (9), видим, что, чтобы (11) имело место, нужно взять

$$(12) \quad \rho d\varepsilon/dt = \sigma_{ik} \partial v_i / \partial x_k + \operatorname{div} (\mathbf{\Pi} - \mathbf{q}),$$

где $\overset{\circ}{q}_i = \rho(\varepsilon + v^2/2)v_i + \sigma_{ik}v_k$. В общем случае внутренняя энергия будет зависеть помимо \mathbf{W}^α и от производных от \mathbf{W}^α (например, от $\overset{\circ}{\Omega}^\alpha$, что соответствует энергии ядра дислокации). Тогда для $d\varepsilon$ запишем

$$(13) \quad d\varepsilon = T ds + \sum_{\alpha} w_i^{\alpha} dW_i^{\alpha} + \sum_{\alpha} \omega_i^{\alpha} d\Omega_i^{\alpha}.$$

Здесь $w_i^{\alpha} = \partial\varepsilon/\partial W_i^{\alpha}$; $\omega_i^{\alpha} = \partial\varepsilon/\partial\Omega_i^{\alpha}$. Подставляя в (12) формулы (3), (6), (10), (13), получаем выражение

$$(14) \quad \sigma_{ik} = - \sum_{\alpha} W_i^{\alpha} D\varepsilon/DW_k^{\alpha},$$

где $D\varepsilon/DW^{\alpha} = \rho w^{\alpha} + \operatorname{rot} \rho w^{\alpha}$ — вариационная производная. Аналогично учитываются другие величины, от которых может зависеть энергия. Например, для объемной концентрации точечных дефектов справедливо

$$(15) \quad \partial c / \partial t + \operatorname{div} c\mathbf{v} = 0.$$

Для концентрации на грамм имеем $n = c/\rho$ и соответственно

$$(16) \quad dn/dt = 0.$$

В (13) надо добавить ξdn (ξ — химпотенциал точечных дефектов). Для простоты рассмотрим дефекты одного сорта. Из (12) и (16) следует, что точечные дефекты в напряжения вклада не дают.

В уравнениях (4) и (6) вектор $\overset{\circ}{\Omega}^\alpha$ — сумма δ -функций, соответствующих отдельным дислокациям. В этом смысле уравнения (4) и (6) являются «микроскопическими». При переходе к «макроскопическим» уравнениям необходимо усреднить $\overset{\circ}{\Omega}^\alpha$ по физически бесконечно малому объему, выбор которого зависит от конкретной конфигурации дислокационных линий, расстояния между ними и масштабов L , на которых происходит характерное изменение физических величин (см. [2]). В простейшем случае $\langle \overset{\circ}{\Omega}^\alpha \rangle$ можно представить в виде

$$\langle \overset{\circ}{\Omega}^\alpha \rangle = \Omega^\alpha + \operatorname{rot} \mathbf{m}^\alpha,$$

где Ω^α — плотность слабоизогнутых дислокационных линий, так что $|\nabla \Omega / |\Omega||^{-1} \gg L \gg \lambda$ (λ — расстояние между дислокациями); \mathbf{m}^α — вектор плотности дислокационного момента, описывающий петли радиуса r , так что $r \ll L$. Вектор \mathbf{m}^α равен нулю вне тела и выражается через средний дислокационный момент петли \mathbf{s}^α и плотность петель n^α следующим образом:

$$(17) \quad \mathbf{m}^\alpha = \mathbf{s}^\alpha n^\alpha.$$

Для плотности дислокационных петель справедливо уравнение

$$(18) \quad \partial n^\alpha / \partial t + \operatorname{div} n^\alpha \mathbf{v} = 0.$$

Вектор дислокационного момента \mathbf{s}^α соответствует площадке, натянутой

на векторы, «вмороженные» в вещество, и, значит, удовлетворяет уравнению из (1):

$$(19) \quad ds^\alpha/dt = -(s^\alpha \nabla v) + s^\alpha \operatorname{div} v.$$

Окончательно из (17) — (19) для плотности момента получаем уравнение

$$(20) \quad dm^\alpha/dt = -(m^\alpha \nabla v),$$

которое совпадает с уравнением для W^α .

Общая схема включения диссипативных процессов в уравнения гидродинамики состоит в следующем: в уравнения для различных гидродинамических величин вводятся диссипативные потоки и источники. Находя с учетом этих уравнений закон изменения для энтропии, получаем диссипативную функцию. В случае малых потоков их можно выразить через обобщенные термодинамические силы согласно соотношениям Онсагера [7].

В задачах теории упругости наличие диссипации, связанной с движением дислокаций, означает, что дислокации движутся со скоростью, отличной от скорости движения среды. Введем в (6) скорость «проскальзывания» V^α :

$$\partial \Omega^\alpha / \partial t = \operatorname{rot}[(v + V^\alpha) \Omega^\alpha].$$

Для того чтобы это уравнение было совместно с уравнением для W^α , необходимо включить соответствующий член в (3):

$$(21) \quad dW^\alpha/dt = -(W^\alpha \nabla v) + [V^\alpha \operatorname{rot} W^\alpha].$$

Уравнение (1) для I^α должно быть изменено в соответствии с (2) и (21). При этом макроскопическая деформация будет определяться не усредненной деформацией элементарной ячейки (т. е. W^α или I^α), а гидродинамической скоростью вещества v . В общем случае для дислокаций возможны два типа движения относительно кристаллической решетки: скольжение и переползание. При переползании дислокация является источником (стоком) точечных дефектов. Поэтому в (15) кроме обычного диссипативного потока i необходимо ввести источник Q :

$$\partial c / \partial t + \operatorname{div}(cv + i) = Q.$$

Связь Q с движением дислокаций чисто геометрическая:

$$Q = \sum_{\alpha} (I^\alpha, V^\alpha, \Omega^\alpha) / v_a.$$

Также надо включить поток j в уравнение для энергии. Окончательно для диссипативной функции R получаем

$$-TR = j \nabla T + i \nabla \zeta + \sum_{\alpha} [V^\alpha \Omega^\alpha] (D\varepsilon/DW^\alpha + \zeta I^\alpha / v_a),$$

где $D\varepsilon/DW^\alpha$ — та же вариационная производная, что стоит в выражении (14) для σ_{ik} . Связь обобщенных потоков с обобщенными силами можно записать в виде [4]

$$(22) \quad \begin{vmatrix} i \\ j \\ v^\alpha \end{vmatrix} = \widehat{A} \begin{vmatrix} \nabla \zeta \\ \nabla T \\ [N^\alpha F^\alpha] \end{vmatrix}.$$

Здесь $N^\alpha = \Omega^\alpha / |\Omega^\alpha|$; $F^\alpha = D\varepsilon/DW^\alpha + \zeta I^\alpha / v_a$. Матрица \widehat{A} есть матрица кинетических коэффициентов. Формально также нужно учесть вклад диссипативных процессов в тензор напряжений. Для этого в уравнения для импульса (9) надо добавить τ_{ik} , соответствующий неравновесной части тензора напряжений. Из вида диссипативной функции получаем, что данному обобщенному потоку τ_{ik} отвечает обобщенная сила вида $\partial v_i / \partial x_k$. Если в среде отсутствует какой-либо «встроенный» вектор, то не представляется возможным связать тензорную величину $\partial v_i / \partial x_k$ с векторными

ми i, j, V^α в линейном по $\partial v_i / \partial x_k$ приближении. В данном случае предполагаем единственной векторной величиной $N^\alpha = \Omega^\alpha / |\Omega^\alpha|$, которая есть псевдовектор. Поэтому обобщенные потоки i, j, V^α определяются только $\nabla \xi, \nabla T, [N^\alpha F^\alpha]$. В свою очередь, F^α определяется равновесной частью тензора напряжений σ_{ik} , которая и рассматривается здесь. Неравновесная часть тензора напряжений будет влиять на динамику кристалла только через уравнение (9). Мы пренебрегаем этими процессами, считая вязкость твердых тел и градиенты скоростей достаточно малыми. И в общем случае поток V^α будет зависеть от всех трех обобщенных сил, стоящих в правом столбце (22).

Рассмотрим случай, когда $\xi = \nabla \xi = \nabla T = 0$, т. е. движение дислокаций определяется имеющимися в среде напряжениями. При этом выражение для скорости дислокационного потока имеет простой вид

$$(23) \quad V_i^\alpha = b^\alpha e_{ijk} N_j^\alpha D\varepsilon / DW_k^\alpha$$

(b^α — компонента матрицы \hat{A} , соответствующая подвижности дислокаций). Учитывая выражение для напряжений (14) и связь (2), находим $D\varepsilon / DW_i^\alpha = \sigma_{ik} l_k^\alpha$. Подставив в таком виде $D\varepsilon / DW^\alpha$ в (23), получим $V_i^\alpha = b^\alpha f_i^\alpha$, где $f_i^\alpha = e_{ijk} \sigma_{kl} l_l^\alpha N_j^\alpha$, что в точности отвечает выражению для силы Пича — Келлера, если положить l^α равным вектору Бюргерса [1].

Согласно тому, что в кристалле дислокация может двигаться в строго определенных направлениях, для подвижности следует писать тензор $b_{ik}^\alpha = b_c^\alpha n_i^\alpha n_k^\alpha + b_n^\alpha (\delta_{ik} - n_i^\alpha n_k^\alpha)$ (b_c^α, b_n^α — коэффициенты подвижности в плоскости скольжения и переползания, $n_i^\alpha = l_i^\alpha / |l^\alpha|$). Рассмотрим диссипативные процессы, связанные с движением дислокационных петель. Если центры петель могут двигаться относительно вещества, то это соответствует включению в (18) диссипативного потока j^α :

$$\partial n^\alpha / \partial t + \text{div}(n^\alpha v + j^\alpha) = 0.$$

Для дислокационного момента добавим в (19) источник ξ^α , который отвечает развороту петли и/или изменению ее размера:

$$ds^\alpha / dt = -(s^\alpha \nabla v) + s^\alpha \text{div} v + \xi^\alpha.$$

Окончательно вместо (20) получаем

$$dm^\alpha / dt = -(m^\alpha \nabla v) - s^\alpha \text{div} j^\alpha + n^\alpha \xi^\alpha.$$

При этом рост (схлопывание) дислокационных петель происходит за счет изменения концентрации точечных дефектов, поэтому в (15) должен быть включен соответствующий источник

$$\partial c / \partial t + \text{div} cv = \sum_\alpha n^\alpha (\xi^\alpha l^\alpha) / v_a.$$

Для совместности полученных уравнений с уравнением для W^α вместо (3) имеем

$$dW^\alpha / dt = -(W^\alpha \nabla v) - s^\alpha \text{div} j^\alpha + n^\alpha \xi^\alpha.$$

Вычисляем диссипативную функцию

$$TR = \sum_\alpha \{ (j^\alpha \nabla) (w^\alpha s^\alpha) + n^\alpha \xi^\alpha (w^\alpha + \xi l^\alpha / v_a) \}.$$

В простейших случаях можно записать

$$j^\alpha \sim \nabla (w^\alpha s^\alpha), \quad n^\alpha \xi^\alpha \sim (w^\alpha + \xi l^\alpha / v_a).$$

Из связи $w_i^\alpha = \sigma_{ik} l_k^\alpha$ следует

$$n^\alpha \xi_i^\alpha \sim (\sigma_{ik} + \xi \delta_{ik} / v_a) l_k^\alpha.$$

Здесь второй член в правой части ответствен за рост (схлопывание) петель из-за неравновесной концентрации точечных дефектов. Такую же роль играет нормальная составляющая $\sigma_{ik} l_k^\alpha$. Тангенциальная часть приводит к развороту петель (к появлению винтовой компоненты дислокационной линии петли).

Для движения центров петель имеем

$$j_i^\alpha \sim \partial(\sigma_{kl} l_i^\alpha s_k^\alpha) / \partial x_i.$$

Часть, пропорциональная $\partial\sigma_{kl}/\partial x_i$, полностью совпадает с силой, действующей на петлю из [1]. Интересен член, пропорциональный $\sigma_{kl} l_i^\alpha \partial s_k^\alpha / \partial x_i$. Он соответствует тому, что при постоянных напряжениях существует поток петель, определяемый градиентом из размеров. В общем случае введенные диссипативные потоки и обобщенные силы должны быть включены в соотношение (22).

В качестве иллюстрации описанной системы уравнений рассмотрим деформацию кристалла, равномерно заполненного неподвижными прямыми краевыми дислокациями одного сорта. Пусть образец имеет прямоугольное сечение в плоскости (x, y) и вытянут вдоль оси Oz . Будем считать задачу двумерной и рассмотрим деформации \mathbf{W}^1 и \mathbf{W}^2 : $\text{rot } \mathbf{W}^1 = \mathbf{\Omega}^1$, $\text{rot } \mathbf{W}^2 = 0$, дислокации направлены вдоль оси Oz ($\mathbf{\Omega}^1 = (0, 0, \Omega)$) и распределены с постоянной плотностью ($\Omega = \text{const}$). В случае стационарных деформаций имеем уравнение равновесия $\partial\sigma_{ik}/\partial x_k = 0$. Равенство нулю приложенных на границе сил даст граничное условие $\sigma_{ik} n_k|_\Gamma = 0$, где n_k — вектор нормали. Векторы \mathbf{W}^α для недеформированного образца выберем в виде $\mathbf{W}^1 = (1/a, 0)$, $\mathbf{W}^2 = (0, 1/a)$ (a — параметр решетки). Тогда для $\delta\mathbf{W}^\alpha = \mathbf{W}^\alpha - \dot{\mathbf{W}}^\alpha$ получим $\delta\mathbf{W}^1 = (0, -\Omega x/2)$, $\delta\mathbf{W}^2 = (\Omega x/2, 0)$. При этом отметим, что при данных деформациях напряжения во всем кристалле равны нулю: $\sigma_{ik} = 0$. Данный вид деформаций соответствует наличию «лишних» кристаллографических полуплоскостей, линии края которых являются краевыми дислокациями.

В качестве второго примера рассмотрим стационарное течение кристалла с дислокациями под действием приложенных сдвиговых напряжений. Расположение образца и конфигурация дислокаций такие же, как и в предыдущем примере. К поверхности кристалла, перпендикулярной оси Oy , приложено сдвиговое напряжение $\sigma_{xy}|_\Gamma = F$. Будем считать, что плотность дислокаций достаточно мала, так что деформации за счет приложенных напряжений много больше деформаций, вызванных дислокациями: $\Omega L \ll F/\mu a$ (L — размер системы вдоль Ox). Находя из уравнения равновесия $\delta\mathbf{W}^\alpha$, а следовательно, и σ_{ik} , определим из (23) \mathbf{V}^1 . Скорость среды находим из стационарного уравнения (21), которое предельно пролинеаризуем по $\delta\mathbf{W}^\alpha$:

$$(\mathbf{W}^\alpha \nabla_\nu) = [\mathbf{V}^\alpha \mathbf{\Omega}^\alpha].$$

Выражение для скорости имеет вид $v_x = b\Omega a^2 F y$ (b — коэффициент подвижности дислокаций). Заметим, что дислокации движутся со скоростью $V = bFa$, откуда скорость вещества можно выразить через V : $v_x = V\Omega a y$, что соответствует общепринятой формуле для скорости пластической деформации $\dot{\epsilon} = BNv_d$ (см. [2]), где B — вектор Бюргерса, N — плотность дислокаций, v_d — их скорость. Такое пластическое течение образца формально отвечает течению вязкой жидкости с коэффициентом вязкости $\eta_* = (b\Omega a^2)^{-1}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. — М.: Наука, 1965.
2. Косевич А. М. Дислокации в теории упругости. — Киев: Наук. думка, 1978.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. — М.: Наука, 1986.
5. Dzyaloshinskii I. E., Volovick G. E. Poisson brackets in condensed matter physics // Annals of Physics. — 1980. — V. 125. — P. 67.
6. Хоникомб Р. Пластическая деформация металлов. — М.: Мир, 1972.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1. — М.: Наука, 1976.

г. Москва

Поступила 30/IX 1991 г.,
в окончательном варианте —
8/IV 1992 г.