

ченные из анализа одномерной задачи в [6], и показывают, что естественная конвекция, увеличивая эффективный коэффициент диффузии, уменьшает смещение зоны, и, таким образом, делает процесс более устойчивым, что позволяет повысить скорость движения нагревателя.

Автор выражает благодарность Т. А. Черепановой, под руководством которой была выполнена эта работа.

Поступила 26 V 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Clark P. A., Wilcox W. R. Influence of gravity on thermocapillary convection in floating zone melting of silicon.— J. Cryst. Growth, 1980, vol. 50, N 2.
2. Nikitin S. A., Polezhaev V. I., Fedyushin A. I. Mathematical simulation of impurity distribution in crystals prepared under microgravity conditions.— In: Crystal Growth 1980: Proc. 6th Inter. Conf. of Crystal Growth. Amsterdam: North-Holland, 1981.
3. Cherepanova T. A., Иjukhin V. V., Cherepanov V. Y. Influence of gravitation in the processes of heat and mass transfer in solution crystal growth by the travelling heater method (THM). II.— Crystal Res. and Techn., 1982, vol. 17, N 7.
4. Самарский А. А., Тишкин В. Ф. и др. Использование метода опорных операторов для построения разностных аналогов операций тензорного анализа.— Дифференциальные уравнения, 1982, т. 18, № 7.
5. Самарский А. А., Мейсенко Б. Д. Экономичная схема сквозного счета для многомерной задачи Стефана.— ЖВМФ, 1965, т. 5, № 5.
6. Cherepanova T. A., Aronovich Y. V. Influence of gravitation on the processes of heat and mass transfer in solution crystal growth by the travelling heater method (THM). III.— Crystal Res. and Techn., 1983, vol. 18, N 3.

УДК 532.135 + 539.67

О ПАРАМЕТРАХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЛАКСАЦИОННОГО СПЕКТРА В МЕТАЛЛЕ

С. И. МЕШКОВ, А. С. ПОДКОПАЕВ

(Москва, Куйбышев)

1. Монотонное возрастание релаксационного внутреннего трения с увеличением температуры или уменьшением частоты колебаний принято называть фоном.

В рамках одномерной линейной теории вязкоупругости для ядер последействия Абеля и А. Р. Ржаницына, а также любых ядер Ю. Н. Работнова предположение о полной релаксации модуля упругости приводит к следующей зависимости фона внутреннего трения от частоты:

$$(1.1) \quad \operatorname{tg} \delta = \sin \psi / ((\omega\tau)^\gamma + \cos \psi), \quad \psi = \pi\gamma/2, \quad 0 < \gamma \leq 1,$$

где $\operatorname{tg} \delta$ — тангенс угла потерь; ω — циклическая частота колебаний; τ — время релаксации; γ — параметр дробности, характеризующий размытие релаксационного спектра [1]. Кроме того, если использовать ядро последействия Абеля и соответствующее резольвентное ядро релаксации Ю. Н. Работнова, то частотную зависимость фона можно описать без предположения о полной релаксации модуля сдвига. Тогда для внутреннего трения получается формула [2]

$$(1.2) \quad \operatorname{tg} \delta = \sin \psi / (v^{-1}(\omega\tau)^\gamma + \cos \psi), \quad v = (\mu_u - \mu_r) / \mu_u.$$

Здесь μ_u и μ_r — нерелаксированное и релаксированное значения модуля сдвига.

Наряду с методами, в которых к образцу прикладываются сдвиговые динамические нагрузки, в экспериментальной практике широко распространены методы продольных и изгибных колебаний, в которых образец испытывает деформации растяжения — сжатия. Запишем выражение для внутреннего трения в этом случае.

Пусть комплексный модуль сдвига μ^* описывается обобщенной моделью Максвелла

$$(1.3) \quad \mu^* = \mu_u (i\omega\tau)^\gamma / (1 + (i\omega\tau)^\gamma).$$

Комплексный модуль Юнга E^* выражается через модули сдвига μ^* и всестороннего сжатия K , релаксацию которого обычно считают пренебрежимо малой:

$$(1.4) \quad 1/E^* = 1/3\mu^* + 1/9K.$$

Из (1.3) и (1.4) следует выражение для действительной и мнимой частей комплексной податливости J^* и внутреннего трения при колебаниях растяжения — сжатия

$$(1.5) \quad \operatorname{Re} J^* = \frac{3}{3\mu_u} \left[1 + \frac{\cos \psi}{(\omega\tau)^\gamma} \right] + \frac{1}{9K}, \quad \operatorname{Im} J^* = -\frac{1}{3\mu_u} \frac{\sin \psi}{(\omega\tau)^\gamma};$$

$$(1.6) \quad \operatorname{tg} \delta = -\operatorname{Im} J^* / \operatorname{Re} J^* = \sin \psi / [(1 + \mu_u/3K)(\omega\tau)^\gamma + \cos \psi].$$

Последнее выражение отличается от формулы (1.1) только коэффициентом перед величиной $(\omega\tau)^\gamma$.

Согласно формуле (1.5), между мнимой и действительной частями податливости J^* существует соотношение

$$\operatorname{Im} J^* = -\operatorname{tg} \psi (\operatorname{Re} J^* - (3K + \mu_u)/(9K\mu_u)) = -\operatorname{tg} \psi (\operatorname{Re} J^* - 1/E_u), \\ E_u = 9K\mu_u/(3K + \mu_u).$$

Таким образом, в плоскости комплексной податливости имеем уравнение прямой, пересекающей ось абсцисс в точке $1/E_u$ под углом $2\pi - \pi\gamma/2$, отсчитываемым в положительном направлении.

В плоскости комплексного модуля получается уравнение окружности с центром в точке $\operatorname{Re} E^* = E_u/2$, $\operatorname{Im} E^* = -(E_u \operatorname{ctg} \psi)/2$, проходящей через начало координат

$$(1.7) \quad \left(\operatorname{Re} E^* - \frac{E_u}{2} \right)^2 + \left(\operatorname{Im} E^* + \frac{E_u}{2} \operatorname{ctg} \psi \right)^2 = \left(\frac{E_u}{2} \operatorname{cosec} \psi \right)^2.$$

В линейной теории вязкоупругости аргументом выражений, определяющих диссипативные и упругие характеристики, является безразмерная величина $\omega\tau$. Зависимость времени релаксации τ от температуры принято описывать формулой Аррениуса

$$(1.8) \quad \tau = \tau_0 \exp(U/RT),$$

где U — энергия активации релаксационного процесса; τ_0 — характерное время релаксации; R — универсальная газовая постоянная.

Следовательно, для изменения величины $\omega\tau$ существует две возможности: непосредственное изменение частоты при постоянной температуре или нагревание образца при постоянной частоте. При этом увеличение частоты эквивалентно уменьшению температуры и наоборот. Это свойство релаксационных процессов получило название температурно-частотной эквивалентности.

Используя формулу Аррениуса, запишем выражение для начального участка температурно-частотной зависимости фона внутреннего трения, когда величиной $\cos \psi$ в знаменателе формул (1.1), (1.2) и (1.6) можно пренебречь:

$$(1.9) \quad \operatorname{tg} \delta = C_i \omega^{-\gamma} \exp(-\gamma U/RT), \quad i = 1, 2, 3, \\ C_1 = \sin \psi / \tau^\gamma, \quad C_2 = \nu C_1, \quad C_3 = C_1 / (1 + \mu_u/3K).$$

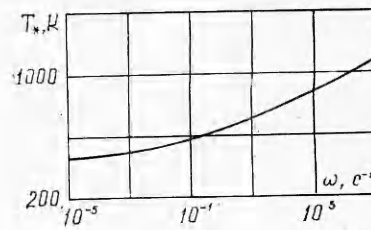
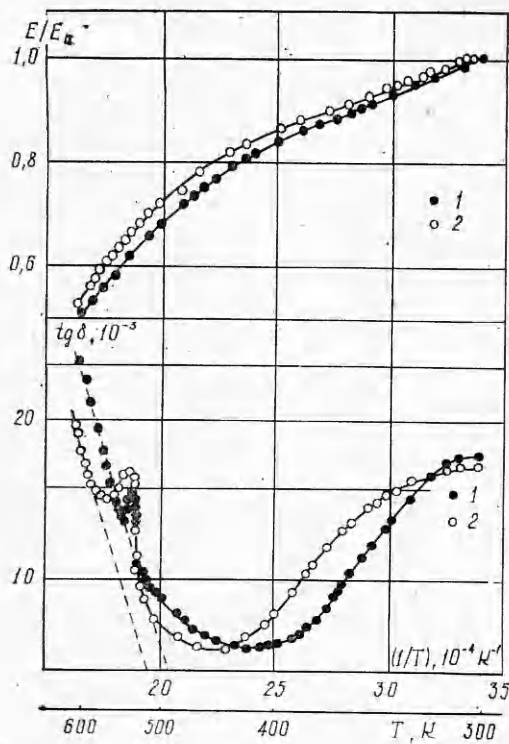
Здесь C_1 относится к случаю (1.1), C_2 — к (1.2), а C_3 — к (1.6). Из (1.9) следует, что если модуль сдвига релаксирует полностью, то фон при сдвиговых колебаниях на начальном участке своего возрастания увеличивается в $1 + \mu_u/3K$ раза интенсивнее, чем при колебаниях растяжения — сжатия. Кроме того, в области начального участка фона внутреннего трения $\ln \operatorname{tg} \delta$ линейно зависит от $1/T$, и для определения величин U и γ достаточно провести измерения температурных зависимостей $\operatorname{tg} \delta$ при двух частотах возбуждения.

Из формул (1.1), (1.2) и (1.6) следует, что в случае $\gamma \neq 1$ должно наблюдаться насыщение фона при низких частотах, а в силу температурно-частотной эквивалентности и при высоких температурах, причем величина внутреннего трения при колебаниях растяжения — сжатия стремится к тому же самому значению, что и при сдвиговых колебаниях — к величине $\operatorname{tg} \psi$, и это предельное значение не зависит от модулей μ_u и K .

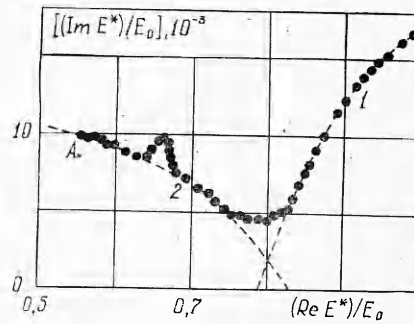
Для случая колебаний растяжения — сжатия оценим величину температуры T_* , которая условно разделяет область начального участка фона от его высокотемпературной (низкочастотной) ветви, в которой должен сказываться эффект насыщения. С помощью формулы Аррениуса определим T_* как температуру, при которой слагаемые в знаменателе формулы (1.6) равны между собой. При этом выражение для T_* имеет вид

$$(1.10) \quad T_* = \frac{\gamma U}{R} \left[\ln \frac{\cos(\pi\gamma/2)}{(1 + \mu_u/3K)(\omega\tau_0)^\gamma} \right]^{-1}.$$

Вывод о насыщении фона внутреннего трения долгое время не находил надежного экспериментального подтверждения. Данные, находящиеся в согласии с предсказанным эффектом, были получены при измерениях частотной зависимости фона при крутильных колебаниях на аппаратуре, позволяющей проводить исследования в области инфранизких частот до 10^{-5} Гц [3]. При этом насыщение фона наблюдалось при значениях модуля сдвига, составляющих приблизительно половину его нерелаксированного значения.



Ф и г. 2



Ф и г. 3

Ф и г. 1

Вместе с тем экспериментальные данные по зависимости фона внутреннего трения от температуры вблизи температуры плавления носят противоречивый характер. Так, в [4] насыщение появлялось после отжига образца магния вблизи точки плавления. Однако при повторных отжигах плато на кривой температурной зависимости внутреннего трения вырождалось в высокотемпературный максимум. С другой стороны, при измерениях на образцах легкоплавких металлов, помещенных в алюминиевые оболочки, насыщения фона не наблюдалось [5].

2. Ниже приводятся результаты исследования внутреннего трения свинца в области температур от комнатной до температуры плавления методами затухающих и вынужденных изгибных колебаний вертикально закрепленной фольги. Экспериментальная установка [6] обеспечивала измерение внутреннего трения с ошибкой менее 4%, а собственной частоты — менее 0,2% вплоть до температуры плавления. Амплитуда относительной деформации составляла $5 \cdot 10^{-6} - 5 \cdot 10^{-7}$. Образцы в виде фольг толщиной 0,085 мм изготавливались прокаткой из сырья С000. Непосредственно перед измерениями проводился отжиг образцов в установке в течение одного часа при температуре 585К, которая ниже температуры плавления на 15 К.

На фиг. 1 изображены графики $\ln \operatorname{tg} \delta$ и относительного модуля Юнга E/E_0 , пропорционального квадрату собственной частоты колебаний, в зависимости от обратной температуры. Здесь E_0 — значение модуля Юнга при комнатной температуре. Точки 1 получены при измерениях на образце, имевшем при комнатной температуре собственную частоту колебаний 59 Гц, точки 2 — 437 Гц. На кривых внутреннего трения при температурах от комнатной до 420 К можно выделить область высокотемпературного склона зернограничного пика и область высокотемпературной ветви фона, которая продолжается до точки плавления.

Максимум зернограничного пика при измерениях на образце 2 находится при комнатной температуре 296 К. Пик уширен по сравнению с дебаевским в 2,6 раза, т. е. описывается спектром времен релаксаций. Области зернограничной релаксации соответствует резкое падение модуля Юнга, причем область релаксации модуля упругости уже, чем область релаксации диссипативной характеристики — $\operatorname{tg} \delta$. Энергия активации зернограничной релаксации в свинце, рассчитанная по температурному сдвигу склонов максимумов внутреннего трения образцов 1 и 2, оказалась равной $8,5 \times 10^4$ Дж/моль, что составляет 70% от энергии активации самодиффузии в свинце [7].

Участок высокотемпературной ветви фона внутреннего трения в полулогарифмическом масштабе в хорошем приближении описывается линейной зависимостью без насыщения. Значения энергии активации фона и параметра размытия релаксационного спектра оказались равными $15 \cdot 10^4$ Дж/моль и 0,22. По данным [8] соответствующие значения для свинца равны $12 \cdot 10^4$ Дж/моль и 0,33. Эти величины были получены при измерениях в области частот 0,45—2,0 Гц и в диапазоне температур 373—513 К. Наблюдаемое различие можно объяснить, предположив, что образцы в [8] имели начальную пластическую деформацию и что в этом случае энергия активации фона уменьшается,

а параметр размытия релаксационного спектра увеличивается, как это обосновано для высокотемпературного фона меди [6].

Чтобы оценить область частот, в которой можно ожидать проявление эффекта насыщения фона, рассмотрим изображенный на фиг. 2 график зависимости (1.10) температуры T_* от циклической частоты ω . График построен при следующих значениях входящих в (1.10) параметров: $\gamma = 0,22$, $U = 15 \cdot 10^4$ Дж/моль (экспериментальные данные), $\tau_0 = 10^{-13}$ с [9], $u_u/3K = 0,125$ [10]. Из фиг. 2 видно, что температуре T_* , равной температуре плавления свинца 600 К, соответствует циклическая частота $\omega \approx 10^{-1}$ с $^{-1}$, т. е. частота колебаний $\sim 10^{-2}$ Гц. В применяемом резонансном методе нижняя граница собственных частот колебаний образца имеет величину ~ 10 Гц, а частота 10^{-2} Гц является недостижимой. Этим и объясняется отсутствие эффекта насыщения фона на фиг. 1.

Из фиг. 1 видно также, что в области температур от 515 до 560 К на прямолинейные участки фона накладываются высокотемпературные пики внутреннего трения. Максимумы этих пиков расположены при 529 и 537 К, что составляет 0,88 и 0,90 температуры плавления свинца. Подобный максимум наблюдался в свинце, помещенном в алюминиевую оболочку при 0,94 температуры плавления [5]. Механизм, ответственный за возникновение этого максимума, остается до сих пор не выясненным.

На фиг. 3 температурные зависимости внутреннего трения и модуля упругости перестроены в координатах $\text{Re } E^*$, $\text{Im } E^*$. По осям отложены нормированные величины $(\text{Re } E^*)/E_0 = (\omega/\omega_0)^2$ и $(\text{Im } E^*)/E_0 = \text{tg } \delta \cdot (\omega/\omega_0)^2$, где ω_0 — значение циклической частоты при комнатной температуре. Диаграмма представляет синтез двух полуокружностей, соответствующих зернограничной релаксации (ветвь 1 диаграммы) и фону (ветвь 2) с наложением на участок 2 высокотемпературного максимума. Крайняя левая точка А диаграммы соответствует температуре материала образца 599 К, т. е. на 1 К ниже температуры плавления. Измерение значений внутреннего трения и модуля упругости, соответствующих участку диаграммы левее точки А, было невозможно вследствие интенсивно развивавшихся процессов ползучести материала образца.

На фиг. 3 видно, что в плоскости комплексного модуля векторные диаграммы высокотемпературных релаксационных процессов в свинце (фон и зернограничная релаксация) имеют вид окружностей (1.7) и достаточно хорошо описываются обобщенными реологическими моделями Максвелла (1.3) и стандартного линейного тела [1].

3. В связи с тем, что точное определение значений параметров размытия и других характеристик релаксационного спектра из векторных диаграмм довольно сложно в рамках метода внутреннего трения, здесь предлагается использовать «квазирезонансный» метод для определения тех же параметров [11].

Суть метода заключается в измерении температурной зависимости амплитуды колебаний тела при возбуждении его на так называемой «квазирезонансной» частоте ω_* , которая в линейном случае полностью определяется нерелаксированной ω_u релаксированной ω_r частотами колебаний:

$$(3.1) \quad \omega_* = \sqrt{\frac{\omega_u^2 + \omega_r^2}{2}}, \quad \frac{\omega_u^2}{\omega_r^2} = \frac{\mu_u}{\mu_r}.$$

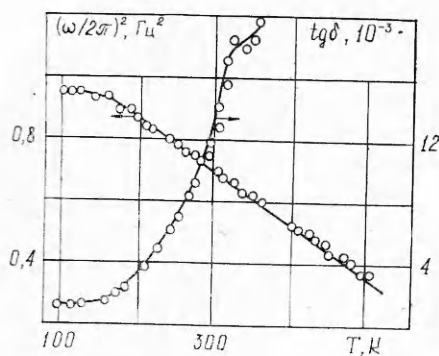
Поскольку при температуре плавления модули Юнга и сдвига релаксируют до 0, выражение (3.1) для квазирезонансной частоты упрощается

$$(3.2) \quad \omega_* = \omega_u / \sqrt{2}.$$

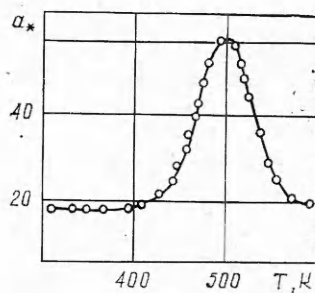
Измерения параметров фона квазирезонансным методом проводились на обращенном крутильном маятнике, снабженном генератором инфранизких частот в интервале от 80 до 600 К.

С целью определения значения квазирезонансной частоты измерялась температурная зависимость квадрата собственной частоты колебаний системы, пропорционального модулю сдвига (фиг. 4). На фиг. 4 также изображена температурная зависимость $\text{tg } \delta$ исследуемых образцов. График температурной зависимости квадрата собственной частоты колебаний имеет вид ломаной линии. Температура начала экспоненциальной зависимости тангенса угла механических потерь соответствует температуре, при которой наблюдается излом графика квадрата собственной частоты колебаний. Линейное уменьшение модуля упругости в диапазоне температур от 80 до 145 К не связано ни с каким релаксационным процессом и наблюдается практически у всех кристаллических материалов вплоть до температуры плавления. Более крутой наклон графика при температурах выше 145 К объясняется наложением эффектов фона. Значение нерелаксированной частоты колебаний определяли по излому графика $\omega^2 = \omega^2(T)$ на фиг. 4 и по формуле (3.2) нашли $\omega_* = 4,33$ с $^{-1}$.

Затем проводились собственно квазирезонансные измерения. На возбуждающую систему установки подавали напряжение переменного тока с частотой ω_* и постоянной амплитудой и измеряли температурную зависимость амплитуды вынужденных колебаний. Данные квазирезонансных измерений приведены на фиг. 5. Значения амплитуды колебаний образца a_* на квазирезонансной частоте указаны в относительных единицах.



Ф и г. 4



Ф и г. 5

Величина параметра γ вычислялась по формуле [11]

$$\gamma = \frac{4}{\pi} \arctg \frac{a_{*1}}{a_{*2}},$$

где a_{*1} и a_{*2} — минимальное и максимальное значения амплитуды колебаний образца, и оказалась равной 0,29, что хорошо согласуется с данными [8].

Преимущество квазирезонансного метода определения параметра размытия релаксационного спектра в его большей точности, особенно при высоком уровне демпфирующих свойств системы, когда различные меры внутреннего трения обнаруживают существенное различие в своем поведении.

Поступила 13 V 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Мешков С. И., Пачевская Г. Н., Шермергор Т. Д. К описанию внутреннего трения при помощи дробно-экспоненциальных ядер. — ПМТФ, 1966, № 3.
2. Мешков С. И. Вязкоупругие свойства металлов. М.: Металлургия, 1974.
3. Woignard J., De Fouquet J. High temperature internal friction measured as a function of frequency between 10^{-5} Hz and 10 Hz on high purity metals. — In: Proc. 6th Intern. Conf. on Internal Friction and Ultrasonic Attenuation in Solids. Tokyo, 1977.
4. Шаповал Б. И. О внутреннем трении металлов при высоких температурах. — ФММ, 1964, т. 18, вып. 2.
5. Дранкин Б. М., Бирфельд А. А. и др. Изучение модуля Юнга и внутреннего трения в интервале температур от 20°C до температуры плавления включительно. — ФММ, 1980, т. 49, вып. 5.
6. Гусликов В. М. Структура и внутреннее трение электролитических осадков меди и ряда композиционных материалов на ее основе. Дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Тбилиси. Ин-т физики АН ГССР, 1981.
7. Грузин П. Л., Курдюмов Г. В. и др. О роли диффузионных перемещений атомов в жаропрочности. — В кн.: Исследования по жаропрочным сплавам. Т. 2. М.: Изд-во АН СССР, 1957.
8. Пинес Б. Я., Кармазин А. А. К вопросу об энергии активации температурного фона внутреннего трения. — ФММ, 1966, т. 22, вып. 4.
9. Постников В. С. Рассеяние энергии колеблющимся образцом при высоких температурах. — ФММ, 1959, т. 7, вып. 5.
10. Gorecki T. The relations between the shear modulus, the bulk modulus and Young's modulus for polycrystalline metallic elements. — Mater. Sci. and Engng, 1980, vol. 43, N 3.
11. Мешков С. И. Квазирезонансный метод определения параметров релаксационного спектра. — В кн.: Механизмы релаксационных явлений в твердых телах. М.: Наука, 1972.