

СЖАТИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

А. И. Бертинов, Д. А. Бут, В. И. Юдас

(Москва)

В кинематической постановке рассмотрена задача о сжатии магнитного поля набегающей на твердую стенку сильной ударной волной. Изменение магнитного поля в зазоре между стенкой и фронтом ударной волны описывается интегральным уравнением типа Вольтерра, которое решается численно. Получены распределение поля в стенке и газе и зависимость величины магнитной энергии, накопленной в них, от магнитного числа Рейнольдса и скорости газа в системе координат, связанной с фронтом волны. Рассчитаны также аналогичные зависимости для поля и энергии в зазоре. Полученные результаты хорошо согласуются с данными других исследователей.

Для получения больших импульсных магнитных полей может использоваться сжатие первичного магнитного поля сильной ударной или детонационной волной при условии, что характерное магнитное число Рейнольдса R_m достаточно велико [1,2].

Рассмотрим задачу о сжатии магнитного поля сильной ударной волной, падающей на твердую проводящую стенку.

Общая схема модели приведена на фиг. 1. Скорость фронта ударной волны w , скорость и проводимость газа за фронтом u и σ_1 соответственно. Проводимость твердой стенки σ_2 , ее магнитная проницаемость μ . Газ перед волной непроводящий. Поверхности стенки и фронта волны плоские.

Начальные условия для магнитного поля, параллельного стенке и фронту волны: $B|_{t=0} = B_0$ на длине l_0 и $B|_{t=0} = 0$ вне области l_0 .

При $t = 0$ фронт ударной волны пересекает правую границу области l_0 , и одновременно начинается диффузия магнитного поля за фронт волны и в твердую стенку. Если скорость газа u и проводимости σ_1 и σ_2 достаточно велики, так что величины скин-слоев в газе и стенке малы по сравнению с начальным зазором l_0 , то магнитное поле B_l между фронтом волны и стенкой увеличивается благодаря токам за ударной волной j_1 и в стенке j_2 .

Рассмотрим проникновение магнитного поля за фронт волны в системе координат $x_1 0 y_1$, связанной с фронтом, считая $w = \text{const}$, $u = \text{const}$, $\sigma_1 = \text{const}$. В системе $x_1 0 y_1$ газ движется вдоль x_1 со скоростью $v = w - u$. Начальные и граничные условия для магнитной индукции $B_1(x_1, t)$ за фронтом

$$(1) \quad B_1(x_1, 0) = 0, \quad B_1(0, t) = B_l(t), \quad B_l(0) = B_0$$

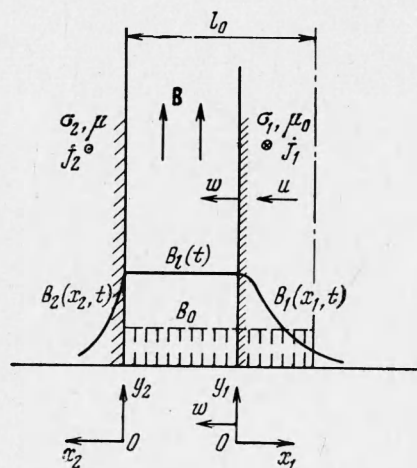
где $B_l(t)$ — неизвестная функция.

Уравнение магнитной индукции в безразмерных переменных

$$(2) \quad \frac{\partial B_1}{\partial t} = \frac{1}{R_{m1}} \frac{\partial^2 B_1}{\partial x_1^2} - v \frac{\partial B_1}{\partial x_1}, \quad R_{m1} = \mu_0 \sigma_1 w l_0$$

Здесь и далее в качестве масштабов величин выбраны B_0 , w , l_0 , l_0/w . Решение (2) имеет вид

$$(3) \quad B_1(x_1, t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_{m1}}{\pi}} \exp \left[\frac{R_{m1} v}{2} \left(x_1 - \frac{1}{2} v t \right) \right] \times \\ \times x_1 \int_0^t (t - \tau)^{-3/2} \exp \left[\frac{R_{m1}}{4} \left(v^2 \tau - \frac{x_1^2}{t - \tau} \right) \right] B_l(\tau) d\tau$$



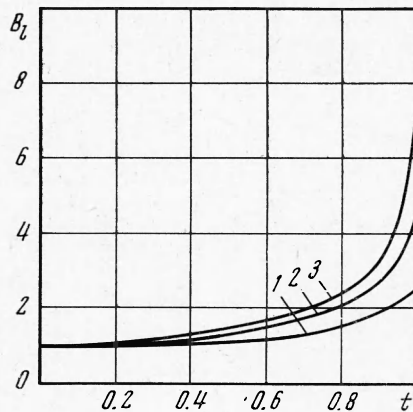
Фиг. 1

Решая уравнение индукции для стенки в системе координат $x_2, 0y_2$, получим

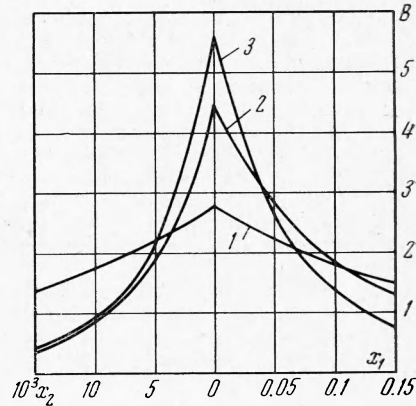
$$(4) \quad B_2(x_2, t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_{m2}}{\pi}} x_2 \int_0^t (t-\tau)^{-3/2} \exp\left[-\frac{R_{m2}x_2^2}{4(t-\tau)}\right] B_1(\tau) d\tau$$

$$R_{m2} = \mu\sigma_2 w l_0$$

Таким образом, решение задачи о распределении поля сводится к определению $B_1(t)$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Для нахождения $B_1(t)$ воспользуемся условием сохранения полного магнитного потока

$$(5) \quad \int_0^\infty B_1(x_1, t) dx_1 + \int_0^\infty B_2(x_2, t) dx_2 + B_1(t) l(t) = 1$$

где $l(t)$ — расстояние между твердой стенкой и фронтом ударной волны, отнесенное к l_0 .

Подставляя (3) и (4) в (5) и интегрируя, приходим к интегральному уравнению типа Вольтерра относительно $B_1(t)$

$$(6) \quad B_1(t) + \frac{1}{1-t} \int_0^t \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi R_{m2}^2(t-\tau)}} + \frac{v}{2} \left[1 + \operatorname{erf}(c) + \frac{\exp(-c^2)}{c\sqrt{\pi}} \right] \right\} B_1(\tau) d\tau =$$

$$= \frac{1}{1-t}, \quad c = 0.5v \sqrt{R_{m1}(t-\tau)}$$

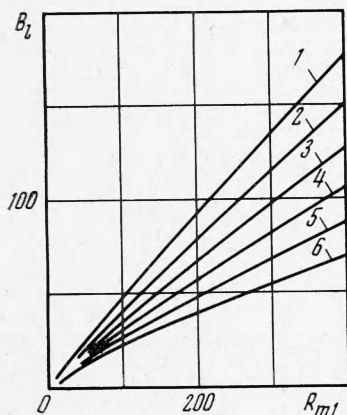
Если $v = 0$, уравнение (6) определяет магнитное поле между сближающимися твердыми стенками при указанном выше начальном условии [3]; для случая однородного начального условия $B = B_0$ решение дано в [4]. При замене в (6) первого слагаемого под знаком интеграла выражением, подобным второму слагаемому, и корректировке базисного значения скорости (6) определит поле между двумя сближающимися ударными волнами различной интенсивности.

Уравнение (6) решалось численно. Особенности, имеющие место при $\tau = t$ и $t = 1$, устранялись известными методами [5]. Распределение поля в твердой стенке и газе определялось по (3) и (4). Относительная величина магнитной энергии W_l , накопленной в зазоре l , находилась по формуле $W_l = B_1^2(t) l(t)$; величина магнитной энергии в проводящих средах W_x определялась как

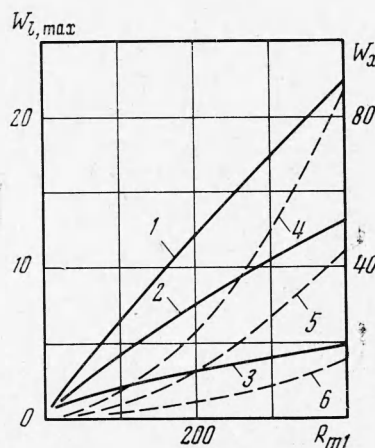
$$W_x = \int_0^\infty B_1^2(x_1, t) dx_1 + \int_0^\infty B_2^2(x_2, t) dx_2$$

В расчетах принималось $R_{m1}/R_{m2} = \sigma_1/\sigma_2 = 0.01$.

На фиг. 2 показано нарастание поля в зазоре во времени при $v = 0.2$ и $R_{m1} = 5, 10, 20$ (кривые 1, 2, 3 соответственно). На фиг. 3 дано распределение поля в твер-



Фиг. 4



Фиг. 5

дой стенке и в газе за ударной волной для момента времени $t = 0.9$. Для кривой 1 $R_{m1} = 10, v = 0.1, 2 - R_{m1} = 10^2, v = 0.25, 3 - R_{m1} = 10^2, v = 0.1$. Зависимость величины B_l , достигаемой при $t = 1$, от R_{m1} и v представлена на фиг. 4. Кривые 1-6 соответствуют значениям $v = 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25$. При больших значениях R_{m1} индукция $B_l|_{t=1}$ пропорциональна R_{m1} , что отмечалось ранее в [3].

На фиг. 5 показана зависимость максимальной величины магнитной энергии в зазоре $W_{l,max}$ (сплошные кривые 1-3) и магнитной энергии в твердой стенке и газе за ударной волной W_x для момента $t = 1$ (пунктирные кривые 4-6) от R_{m1} и v . Кривые 1, 4 соответствуют $v = 0$, кривые 2, 5 - $v = 0.1$, кривые 3, 6 - $v = 0.25$. Из сравнения сплошных и пунктирных кривых следует, что примерно при $R_{m1} < 100$ имеем $W_{l,max} > W_x$ (1), а при $R_{m1} > 100$ имеем $W_{l,max} < W_x$ (1). Характерно, что момент времени t_m , в который достигается $W_{l,max}$, также зависит от R_{m1} и v (таблица).

v	R_{m1}			
	25	50	100	300
0	0.92	0.96	0.98	0.994
0.1	0.92	0.96	0.98	0.992
0.25	0.84	0.92	0.96	0.990

Поступила 15 I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М., «Мир», 1972.
2. Заглязьминский Л. А. Анализ отражения ударной волны от магнитного поля токовой решетки. ПМТФ, 1968, № 6.
3. Биченков Е. И. Влияние конечной проводимости на получение сильных магнитных полей путем быстрого обжатия проводящих оболочек. ПМТФ, 1964, № 6.
4. Raton A., Millar W. Compression of magnetic field between two semi-infinite slabs of constant conductivity. J. Appl. phys., 1964, vol. 35, No. 4.
5. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М. - Л., Физматгиз, 1962.