

т. е. когда мощность теплового источника меньше критической [2], решения уравнений (1.4) применимы во всем пространстве.

Как следует из теоретической модели и из наблюдений, ДГВ являются существенным элементом картины конвективного течения стратифицированных сред. Они искажают исходное распределение плотности на больших расстояниях от источника и переносят энергию, импульс, момент силы. Рассчитанная картина ДГВ качественно согласуется с наблюдаемой в экспериментах по термоконцентрационной конвекции в жидкостях с устойчивым градиентом солености.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тупицын В. С., Чашечкин Ю. Д. Свободная конвекция над точечным источником тепла в стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 2.
2. Чашечкин Ю. Д., Беляев В. С. Режимы свободной термоконцентрационной конвекции над точечным источником тепла // ДАН СССР.— 1982.— Т. 267, вып. 3.
3. Чашечкин Ю. Д., Тупицын В. С. Структура свободного конвективного течения над точечным источником тепла в стратифицированной жидкости // ДАН СССР.— 1979.— Т. 248.— № 5.
4. Morton B. R., Taylor G. I., Turner J. S. Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources // Proc. Roy. Soc. Ser. A.— 1956.— V. 234, N 1196.
5. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях.— М.: Мир, 1977.
6. Беляев В. С., Чашечкин Ю. Д. Режимы свободной термоконцентрационной конвекции над локализованным источником тепла // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1989.— № 2.
7. Morton B. R. Buoyant plumes in a moist atmosphere // J. Fluid Mech.— 1957.— V. 2, pt 2.
8. Tsinober A. B., Yahalom Y., Shlien D. J. A point source of heat in a stable salinity gradient // J. Fluid Mech.— 1983.— V. 135.— P. 199.
9. Mowbray D. E. The use of shlieren and shadowgraph techniques in the study of flow patterns in density stratified liquids // J. Fluid Mech.— 1967.— V. 27, pt 2.
10. Нетреба С. Н. Реакция стратифицированных вращающихся сред на локальные тепловые воздействия // ПММ.— 1986.— Т. 50.— № 5.
11. Кабанов А. С., Нетреба С. Н. Свободная конвекция от точечного источника тепла в устойчиво стратифицированной среде // ПММ.— 1982.— Т. 46, вып. 1.
12. Океанология. Физика океана. Т. 2. Гидродинамика океана.— М.: Наука, 1978.
13. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости.— М.: Мир, 1973.
14. Олвер Ф. Введение в асимптотические методы и специальные функции.— М.: Наука, 1978.
15. Сретенский Л. П. Теория волновых движений жидкости.— М.: Наука, 1977.

г. Москва

Поступила 19/1 1988 г.,

в окончательном варианте — 5/1 1990 г.

УДК 532.59

*И. В. Стурова*

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛОСКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛИ НАД ПОДВОДНЫМ ПОРОГОМ И ПОГРУЖЕННОЙ ПЛАСТИНОЙ

Данная работа продолжает исследования в линейной постановке дифракции волн донными неровностями с зонами тени, начатое в [1]. Рассматривается подводный порог прямоугольной формы с крышкой и жестко закрепленная горизонтальная пластина (рис. 1). Рассеяние волн на обычном прямоугольном пороге (без крышки) подробно изучено теоретически в [2—5] и экспериментально в [6]. В [5] предполагается, что вне порога жидкость бесконечно глубокая. Рассеяние волн горизонтальной пластиной, лежащей на свободной поверхности, исследовано в [3, 7].

1. Распространение волн над порогом происходит в слое идеальной несжимаемой жидкости глубины  $H_1$ , на дне которой помещено прямоугольное препятствие с крышкой, представляющей собой бесконечно тонкую жесткую горизонтальную пластину (рис. 1, а). Эта пластина находится на глубине  $H_2$  от свободной поверхности. Длина пластины  $L$  может быть больше основания порога  $AB$ , так что слева и справа от него существуют каверны длиной  $l_1$  и  $l_2$  соответственно. Система координат

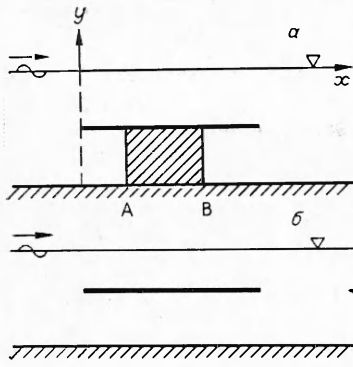


Рис. 1

выбрана так, что ось  $x$  совпадает с невозмущенным уровнем свободной поверхности, ось  $y$  проходит через левый конец крышки и направлена вверх. Движение жидкости предполагается потенциальным всюду, за исключением угловых точек.

Набегающая волна распространяется в направлении положительной оси  $x$  и определяется потенциалом скорости  $\Phi_0(x, y, t) = \varphi_0(x, y) \exp(-i\sigma t)$ , где  $\varphi_0 = \frac{ia g \operatorname{ch} k_1(y + H_1)}{\sigma \operatorname{ch} k_1 H_1} \times$

$\times \exp(ik_1 x)$ ;  $a, \sigma$  — амплитуда и частота волны;  $g$  — ускорение силы тяжести; волновое число  $k_1$  определяется из уравнения

$$(1.1) \quad \sigma^2 = g k_1 \operatorname{th} k_1 H_1.$$

Здесь и далее во всех выражениях, содержащих множитель  $\exp(-i\sigma t)$ , физический смысл имеет только вещественная часть.

Рассматриваются установившиеся волны, и потенциал скорости всего возмущенного течения ищется в виде  $\Phi(x, y, t) = \varphi(x, y) \exp(-i\sigma t)$ . Для определения  $\varphi(x, y)$  необходимо решить задачу

$$(1.2) \quad \Delta \varphi = 0 \quad (x, y \in S),$$

$\sigma^2 \varphi - g \partial \varphi / \partial y = 0$  ( $y = 0$ ),  $\partial \varphi / \partial n = 0$  (на твердых границах), где  $S$  — область, занятая жидкостью;  $n$  — нормаль к твердой границе дна. Отраженные и проходящие волны должны удовлетворять условиям излучения при  $|x| \rightarrow \infty$ .

Для решения задачи (1.2) используется способ сопряжения аналогично [1, 2]. Область  $S$  разбивается на пять прямоугольных частей:

$$(1.3) \quad \begin{aligned} S_1 &= [-\infty < x < 0, -H_1 \leq y \leq 0], \\ S_2 &= [0 < x < L, -H_2 \leq y \leq 0], \\ S_3 &= [L < x < \infty, -H_1 \leq y \leq 0], \\ S_4 &= [0 < x < l_1, -H_1 \leq y \leq -H_2], \\ S_5 &= [L - l_2 < x < L, -H_1 \leq y \leq -H_2], \end{aligned}$$

в каждой из которых  $\varphi(x, y)$  обозначается через  $\varphi_j(x, y)$  ( $j = 1, \dots, 5$ ). Функции  $\varphi_j$  будем искать в виде разложения по собственным функциям соответствующих краевых задач:

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_0 + A_0 \exp(-ik_1 x) Y_1(y) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(k_{1n} x) Y_{1n}(y), \\ \varphi_2 &= [B_0 \exp(ik_2 x) + C_0 \exp(-ik_2 x)] Y_2(y) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} [B_n \exp(k_{2n} x) + C_n \exp(-k_{2n} x)] Y_{2n}(y), \\ \varphi_3 &= D_0 \exp(ik_1 x) Y_1(y) + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \exp(-k_{1n} x) Y_{1n}(y), \\ \varphi_4 &= \alpha_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \operatorname{ch} \beta_m (l_1 - x) \cos \beta_m (y + H_1), \\ \varphi_5 &= \gamma_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_m \operatorname{ch} \beta_m (x - L + l_2) \cos \beta_m (y + H_1). \end{aligned}$$

Здесь  $\beta_m = \pi m / h$ ;  $h = H_1 - H_2$ ;  $k_{1n}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) — корни уравнения

$$(1.5) \quad \sigma^2 = -g k \operatorname{tg} k H_1.$$

Величины  $k_2, k_{2n}$  определяются из уравнений (1.1), (1.5) с заменой  $H_1$  на  $H_2$ . Собственные функции  $Y_i, Y_{in}$  ( $i = 1, 2$ ) являются ортогональными

и нормированы следующим образом:

$$Y_i(y) = \frac{\operatorname{ch} k_i (y + H_i)}{\sqrt{\Lambda_i}}, \quad \Lambda_i = \int_{-H_i}^0 \operatorname{ch}^2 k_i (y + H_i) dy,$$

$$Y_{in}(y) = \frac{\cos k_{in} (y + H_i)}{\sqrt{\Lambda_{in}}}, \quad \Lambda_{in} = \int_{-H_i}^0 \cos^2 k_{in} (y + H_i) dy.$$

В силу непрерывности движения жидкости в области  $S$  на границе областей  $S_j$  ставятся условия согласования давления и горизонтальной скорости, из которых следует: при  $x = 0$

$$(1.6) \quad \varphi_1 = \varphi_2, \quad \partial\varphi_1/\partial x = \partial\varphi_2/\partial x \quad (-H_2 \leq y \leq 0),$$

$$\varphi_1 = \varphi_4, \quad \partial\varphi_1/\partial x = \partial\varphi_4/\partial x \quad (-H_1 \leq y \leq -H_2),$$

при  $x = L$

$$\varphi_2 = \varphi_3, \quad \partial\varphi_2/\partial x = \partial\varphi_3/\partial x \quad (-H_2 \leq y \leq 0),$$

$$\varphi_3 = \varphi_5, \quad \partial\varphi_3/\partial x = \partial\varphi_5/\partial x \quad (-H_1 \leq y \leq -H_2).$$

Используя метод редукции, бесконечные ряды в (1.4) заменяем конечными суммами с числом членов соответственно  $N$  и  $M$ . Условия согласования (1.6) выполняются в интегральном смысле, т. е. они последовательно умножаются на собственные функции  $Y_i, Y_{in}$  ( $n = 1, \dots, N$ ),  $\cos \beta_m (y + H_1)$  ( $m = 1, \dots, M$ ) и интегрируются в интервале  $-H_1 \leq y \leq 0$  (подробнее см. [1]). Постоянные  $\alpha_m, \gamma_m$  удобно выразить через остальные неизвестные комплексные постоянные, и в итоге задача сводится к решению системы  $4 + 4N$  линейных уравнений, которое выполняется численно.

2. Распространение волн при наличии в жидкости погруженной горизонтальной пластины (рис. 1, б) отличается от рассмотренного случая порога в основном тем, что жидкость может перетекать под пластиной. Для решения этой задачи область течения  $S$  разбивается на четыре прямоугольные части, из них  $S_1, S_2, S_3$  совпадают с введенными в (1.3), а  $S_4 = [0 < x < L, -H_1 \leq y \leq -H_2]$ . Функция  $\varphi_4$  ищется в виде разложения

$$(2.1) \quad \varphi_4 = \alpha_0 + bx + \sum_{m=1}^{\infty} (\alpha_m \operatorname{sh} \beta_m x + \gamma_m \operatorname{ch} \beta_m x) \cos \beta_m (y + H_1).$$

Функции  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  совпадают с представлением (1.4). Частным случаем этой задачи является пластина, помещенная на свободной поверхности ( $H_2 = 0$ ). При этом область течения разбивается на части  $S_1, S_3, S_4$ , в которых решение представляется выражениями (1.4) для  $\varphi_1$  и  $\varphi_3$  и (2.1) для  $\varphi_4$  при  $\beta_m = m\pi/H_1$ . Метод решения аналогичен п. 1, и задача сводится к системе  $4 + 4N$  линейных уравнений для погруженной пластины и  $2 + 2N$  уравнений для плавающей.

При исследовании дифракции волн на препятствиях прямоугольной формы часто используется приближение, в котором не учитываются бесконечные суммы в представлениях (1.4), (2.1). Решение такой задачи легко получить аналитически, и, в частности, для характеристик отраженной и проходящей волн имеем выражения

$$(2.2) \quad A_0^* = i\Gamma [2QZ(1 - \cos \theta) - (1 - Z^2) \sin \theta], \quad D_0^* = 2\Gamma (Q \sin \theta + Z),$$

$$\text{где } (A_0^*, D_0^*) = \frac{\sigma \operatorname{ch} k_1 H_1}{ag \sqrt{H_1 \Lambda_1}} (A_0, \exp(ik_1 L) D_0),$$

$$\Gamma = \sin \theta [i \sin \theta + Z(1 - \cos \theta)]^{-1} [\sin \theta (i - 2Q) - Z(1 + \cos \theta)]^{-1},$$

$$\theta = k_2 L, \quad Q = \frac{\operatorname{sh}^2 k_1 h}{L h k_1^3 \Lambda_1}, \quad Z = \frac{k_1 k_2 \operatorname{sh}^2 k_1 h}{\Lambda_1 \Lambda_2 (k_2^2 - k_1^2)}.$$

Коэффициенты отражения  $R$  и прохождения  $T$  определяются следующим образом:

$$(R, T) = \frac{\sigma \operatorname{ch} k_1 H_1}{ag \sqrt{\Lambda_1}} (|A_0|, |D_0|) = (|A_0^*|, |D_0^*|).$$

Горизонтальная скорость течения под пластиной в этом приближении

$$(2.3) \quad b^* = \frac{\sigma b H_1}{ag} = \frac{H_1 \operatorname{sh} k_1 h}{k_1 L h \operatorname{ch} k_1 H_1} (D_0^* - A_0^* - i).$$

В приближении длинных волн ( $k_1 H_1, k_2 H_2 \rightarrow 0$ ) в выражениях (2.2) надо использовать

$$(2.4) \quad Q = \frac{h}{L k_2 \sqrt{H_1 H_2}}, \quad Z = \sqrt{\frac{H_2}{H_1}}, \quad k_2 = \frac{\sigma}{\sqrt{g H_2}}.$$

Для плавающей пластины выражения (2.2) существенно упростятся:  $A_0^* = \frac{1}{2Q - i}$ ,  $D_0^* = \frac{2iQ}{2Q - i}$ , а коэффициенты отражения, прохождения и модуль горизонтальной скорости принимают вид

$$(2.5) \quad R = \frac{1}{\sqrt{4Q^2 + 1}}, \quad T = \frac{2Q}{\sqrt{4Q^2 + 1}}, \quad |b^*| = \frac{2 \operatorname{th} k_1 H_1}{k_1 L \sqrt{4Q^2 + 1}}.$$

В длинноволновом приближении эти выражения дают хорошо известные соотношения [7]:

$$(2.6) \quad R = \frac{c}{\sqrt{4 + c^2}}, \quad T = \frac{2}{\sqrt{4 + c^2}}, \quad |b^*| = \frac{2cH_1}{L \sqrt{4 + c^2}} \quad (c = \sigma L / \sqrt{g H_1}).$$

Из соотношений (2.2) легко получить результаты данного приближения и в случае порога, при этом водные каверны  $S_4$  и  $S_5$  оказываются не существенными. Для порога следует положить  $Q \equiv 0$ , тогда  $A_0^* = i(1 - Z^2)/d$ ,  $D_0^* = -2Z/d \sin \theta$  ( $d = 1 + Z^2 + 2iZ/\operatorname{tg} \theta$ ). Коэффициенты отражения и прохождения имеют вид

$$(2.7) \quad R = f(1 - Z^2) \sin \theta, \quad T = 2fZ \quad (f = [4Z^2 + (1 - Z^2) \sin^2 \theta]^{-1/2}).$$

Для получения длинноволнового приближения надо взять в (2.7) представление (2.4) для  $Z$ . Отметим, что полученные два приближенных решения для порога идентичны результатам, представленным в [1] для траншей.

3. В численных расчетах определялись коэффициенты отражения и прохождения, постоянная составляющая горизонтальной скорости для пластины, а также кинетическая энергия жидкости, заключенной в водных кавернах.

В случае порога осредненное за период колебания и отнесенное к длине  $h$  значение кинетической энергии  $E_{k1}$ ,  $E_{k2}$  в областях  $S_1$ ,  $S_5$  соответственно запишем как

$$(3.1) \quad E_{k1} = -\frac{\rho}{2h} \left\langle \int_{-H_1}^{-H_2} \Phi_4 \frac{\partial \Phi_4}{\partial x} dy \right\rangle = \frac{\rho}{16} \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m |\alpha_m|^2 \operatorname{sh} 2\beta_m l_1;$$

$$(3.2) \quad E_{k2} = \frac{\rho}{2h} \left\langle \int_{-H_1}^{-H_2} \Phi_5 \frac{\partial \Phi_5}{\partial x} dy \right\rangle = \frac{\rho}{16} \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m |\gamma_m|^2 \operatorname{sh} 2\beta_m l_2,$$

где  $\rho$  — плотность жидкости;  $\langle \rangle$  — осреднение по времени; интегрирование выполняется при  $x = 0$  для  $E_{k1}$  и  $x = L$  для  $E_{k2}$ . Отношение этих величин к энергии набегающей волны на единицу длины  $E_b = \rho g a^2 / 4$  равно  $E_i = E_{ki} / E_b$  ( $i = 1, 2$ ).

Таблица 1

N; M	$H_1/\lambda$											
	0,05			0,1			0,15			0,2		
	$R \cdot 10$	$E_1 \cdot 10^2$	$E_2 \cdot 10$	$R \cdot 10$	$E_1 \cdot 10^2$	$E_2 \cdot 10^2$	$R \cdot 10$	$E_1 \cdot 10^2$	$E_2 \cdot 10^2$	$R \cdot 10$	$E_1 \cdot 10^2$	$E_2 \cdot 10^2$
7; 40	4,065	8,05	1,105	5,159	3,84	8,24	4,258	4,06	7,31	1,063	6,16	6,75
7; 80	4,064	8,06	1,106	5,159	3,84	8,25	4,257	4,06	7,32	1,062	6,17	6,76
10; 40	4,089	7,22	1,001	5,188	3,38	7,47	4,308	3,56	6,63	1,152	5,54	6,15
15; 40	4,109	6,96	0,969	5,213	3,23	7,21	4,352	3,39	6,39	1,232	5,31	5,95
20; 40	4,119	6,79	0,947	5,225	3,13	7,05	4,373	3,28	6,24	1,272	5,16	5,82
20; 80	4,118	6,82	0,952	5,224	3,15	7,08	4,372	3,30	6,27	1,269	5,19	5,85

В случае погруженной пластины аналогично (3.1)

$$(3.3) \quad E_{k1} = -\frac{\rho}{8} \left( 2\xi_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \xi_m \beta_m \right),$$

а в (3.2) следует заменить  $\Phi_5$  на  $\Phi_4$ :

$$(3.4) \quad E_{k2} = \frac{\rho}{16} \left\{ 4(L|b|^2 + \xi_0) + \sum_{m=1}^{\infty} \beta_m [(|\alpha_m|^2 + |\gamma_m|^2) \operatorname{sh} 2\beta_m L + 2\xi_m \operatorname{ch} 2\beta_m L] \right\}.$$

Здесь  $\xi_0 = \alpha_0^r b^r + \alpha_0^i b^i$ ;  $\xi_m = \alpha_m^r \gamma_m^r + \alpha_m^i \gamma_m^i$ ; верхние индексы  $r, i$  означают вещественную и мнимую части.

Сходимость численных результатов в зависимости от числа сохраняемых членов в выражениях (1.4), (2.1) представлена в табл. 1, 2 соответственно для порога и пластины. Значение коэффициента отражения  $R$ , модуля скорости  $|b^*|$  и энергии  $E_1, E_2$  получены при  $H_2/H_1 = 0,2$ ,  $L/H_1 = 5$ ,  $l_1/H_1 = 1$ ,  $l_2/H_1 = 4$  для различных значений  $N$  и  $M$  в зависимости от отношения  $H_1/\lambda$ , где  $\lambda = 2\pi/k_1$  — длина набегающей волны. Видно, что изменение  $M$  практически не сказывается на результатах, тогда как варьирование  $N$  может заметно влиять особенно на энергетические характеристики. Однако для практических расчетов значения  $N = 10 \div 15$  оказываются достаточными.

В [3] отмечается, что для плавающей на свободной поверхности пластины коэффициент отражения в полном решении достаточно хорошо согласуется во всем диапазоне волновых чисел с длинноволновым приближением (2.6) уже при  $L/H_1 \geq 2$ . В настоящей работе этот вывод подтвердился. В данном диапазоне для коэффициента отражения полное решение совпадает с приближениями (2.5), (2.6), однако существенное расхождение наблюдается в области коротких волн для значения горизонтальной скорости. На рис. 2 представлена функция  $|b^*|$  при  $L/H_1 = 5; 10; 15$  (кривые 1—3). Сплошные линии отвечают численному решению при  $N = 10$ ,  $M = 40$ , штриховые — приближению (2.5), штрихпунктирные — (2.6). В длинноволновом приближении (2.6) модуль горизонтальной скорости стремится к постоянному значению при уменьшении длины набегающей волны, тогда как в приближении (2.5) и численном решении наблюдается убывание скорости.

На рис. 3 представлены значения  $R$  и  $|b^*|$  для погруженной пластины (рис. 3, а, б) и  $R$  для порога (рис. 3, в) при  $H_2/H_1 = 0,2$ ,  $L/H_1 = 5$ ,  $l_1 = l_2 = 0$ ,  $N = 15$ ,  $M = 40$ . Обозначения кривых соответ-

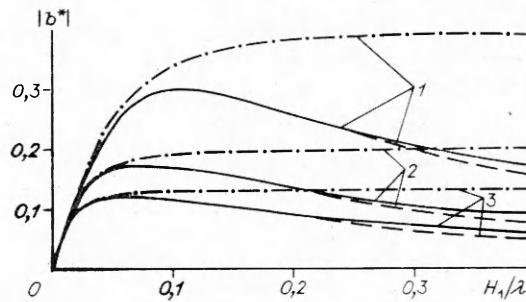
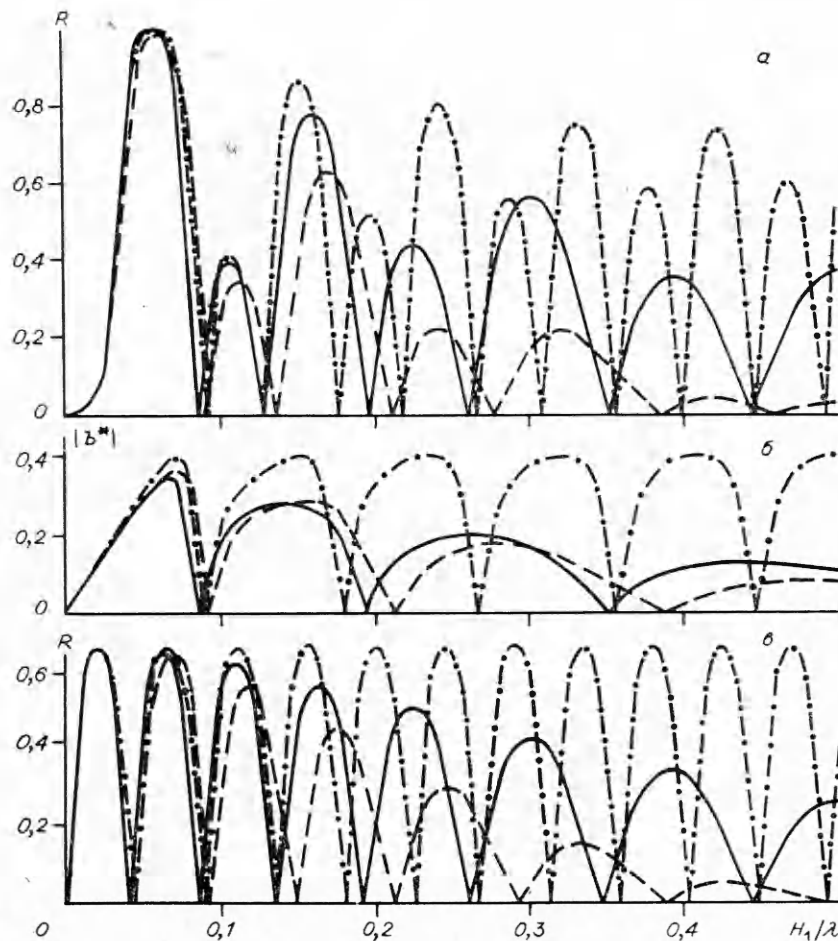


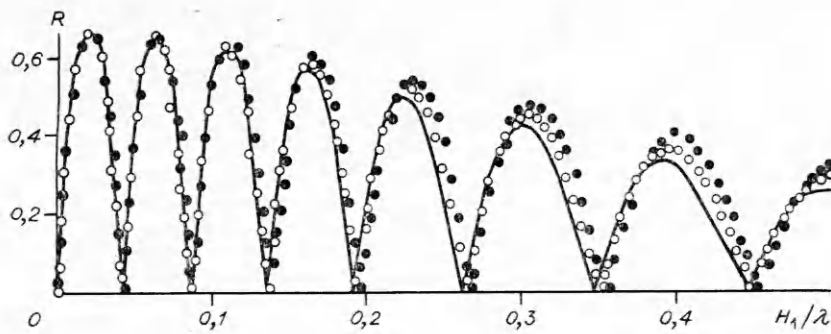
Рис. 2



Р и с. 3

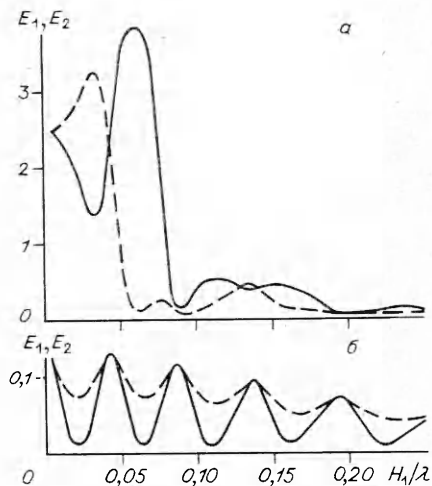
ствуют рис. 2. Интересной особенностью поведения этих кривых является их немонотонная зависимость от длины набегающей волны, и, хотя положения окон прозрачности практически совпадают (за исключением первого значения), величины локальных максимумов коэффициента отражения отличаются в случае порога и пластины. Для пластины при данных исходных параметрах наблюдается практически полное отражение при  $H_1/\lambda \approx 0,06$ , а для порога максимальное значение  $R$  составляет лишь 0,66 и имеет место при  $H_1/\lambda \approx 0,02$ . Отметим, что качественное поведение коэффициентов отражения и прохождения в случае порога и траншеи (см., например, [1]) совпадает. В обоих случаях для полного решения локальные максимумы  $R$  монотонно убывают (и, следовательно, возрастают локальные минимумы  $T$ ) с уменьшением длины набегающей волны, тогда как длинноволновое приближение дает для них постоянные значения, а приближение (2.7),

N; M	$H_1/\lambda$							
	0,05				0,1			
	$R \cdot 10$	$ b^*  \cdot 10$	$E_1$	$E_2 \cdot 10$	$R \cdot 10$	$ b^*  \cdot 10$	$E_1 \cdot 10$	$E_2 \cdot 10$
7; 40	9,442	2,800	3,4682	8,447	3,629	1,778	4,074	1,119
7; 80	9,442	2,800	3,4681	8,449	3,629	1,778	4,074	1,119
10; 40	9,450	2,800	3,4725	8,192	3,644	1,786	4,083	1,085
15; 40	9,457	2,800	3,4786	8,060	3,656	1,793	4,103	1,078
20; 40	9,460	2,800	3,4814	7,986	3,662	1,797	4,112	1,072
20; 80	9,460	2,800	3,4813	7,997	3,662	1,796	4,112	1,074



Р и с. 4

хотя и отражает затухание  $R$ , но делает его более сильным, чем в численном решении. В случае погруженной пластины убывание локальных максимумов  $R$  является немонотонным, что прослеживается и в обоих приближениях. Горизонтальная скорость течения под пластиной также испытывает колебания, но с удвоенным периодом по сравнению с коэффициентом отражения, причем расхождение между численным решением и приближением (2.3) менее ощутимо, чем для коэффициента отражения. Приближение (2.2), так же как и в случае траншеи, дает достаточно точные результаты лишь при относительно малых разностях глубин  $H_1$  и  $H_2$ .



Р и с. 5

На рис. 4 представлены коэффициенты отражения для порога с различными размерами водных каверн при тех же значениях остальных параметров, что и на рис. 3, а: 1)  $l_1 = 5H_1$ ,  $l_2 = 0$  (светлые точки), 2)  $l_1 = l_2 = 2,5H_1$  (темные). Отметим, что со случаем 1 практически совпал вариант  $l_1 = 0$ ,  $l_2 = 5H_1$ , а с 2 — вариант  $l_1 = l_2 = H_1$ . Линией показан вариант  $l_1 = l_2 = 0$ . Влияние водных каверн на дифракционные характеристики оказывается слабым и практически отсутствует для относительно длинных волн. При увеличении заглубления порога влияние водных полостей уменьшается. Поведение динамического давления в водной каверне препятствия, близкого по форме к случаю 1, исследовано в [8]. Показано, что давление меняется только у входа в каверну.

Поведение кинетической энергии (3.1)—(3.4) для пластины и порога показано на рис. 5, а, б при  $H_2/H_1 = 0,2$ ,  $L/H_1 = 5$ ,  $l_1 = l_2 = 2,5H_1$ . Сплошной линией представлены значения  $E_1$ , штриховой  $E_2$ . Резкое увеличение  $E_1$  для пластины (рис. 5, а) при  $H_1/\lambda \approx 0,06$  отвечает режиму полного отражения волн для данной набегающей волны. С ростом заглубле-

Таблица 2

$H_1/\lambda$							
0,15				0,2			
$R \cdot 10$	$ b^*  \cdot 10$	$E_1 \cdot 10$	$E_2 \cdot 10$	$R \cdot 10$	$ b^*  \cdot 10^2$	$E_1 \cdot 10^2$	$E_2 \cdot 10^2$
6,821	2,835	4,420	2,616	1,023	3,49	6,17	6,27
6,821	2,835	4,420	2,617	1,022	3,48	6,17	6,27
6,858	2,834	4,401	2,506	1,104	3,76	5,64	5,69
6,889	2,832	4,403	2,455	1,177	4,01	5,48	5,48
6,905	2,831	4,403	2,425	1,214	4,14	5,38	5,35
6,904	2,831	4,404	2,430	1,210	4,12	5,40	5,38



ния пластины это явление исчезает и энергетические характеристики становятся значительно меньше. В водных кавернах порога значения кинетической энергии существенно меньше, локальные максимумы  $E_1$ ,  $E_2$  соответствуют окнам прозрачности аналогично распространению волн над траншеей [1]. Отметим, что очень близкие к представленным на рис. 5, 6 значения  $E_1$  и  $E_2$  имеют место при  $l_1 = l_2 = H_1$ , а также  $E_1$  при  $l_1 = 5H_1$ ,  $l_2 = 0$  и  $E_2$  при  $l_1 = 0$ ,  $l_2 = 5H_1$ .

Выполненные исследования рассеяния волн различными препятствиями прямоугольной формы подтверждают большие возможности изменения характеристик отраженных и проходящих волн путем варьирования геометрии препятствия.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Стурова П. В. Распространение плоских поверхностных волн над прямоугольной траншеей, частично закрытой крышкой // ПМТФ.— 1991.— № 5.
2. Takano K. The effects of rectangular obstacle on wave propagation // Houille Blanche.— 1960.— N 3.
3. Mei C. C., Black J. L. Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth // J. Fluid Mech.— 1969.— V. 38.— Pt 3.
4. Newman J. N. Propagation of water waves past long two-dimensional obstacles // J. Fluid Mech.— 1965.— V. 23.— Pt 1.
5. Войт С. С. Переход плоских волн через мелководную зону // Тр. Мор. гидрофиз. ин-та АН СССР.— 1959.— Т. 15.
6. Кононова Г. Е., Воронин Л. М., Показеев К. В. Отражение длинных волн подводными препятствиями // Теор. и эксперим. исслед. длинноволн. процессов. Сб. ДВНЦ АН СССР.— Владивосток, 1985.
7. Стокер Дж. Волны на воде.— М.: ИЛ, 1959.
8. Massel S. O pewnym dwuwymiarowym zagadnieniu dyfrakcyjnym dla fal powierzchniowych // Rozpr. hydrotechn.— 1986.— N 48.

г. Новосибирск

Поступила 12/IV 1990 г.

УДК 532.546

С. А. Сафонов

### СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ ОКОЛО КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА В ЯЧЕЙКЕ ХИЛ-ШОУ

Хорошо известно устройство (ячейка) Хил-Шоу, представляющее собой две близкорасположенные параллельные пластины, пространство между которыми заполнено жидкостью. Размеры ячейки в плоскости ограничивающих ее пластин много больше расстояния между ними — толщины ячейки. Течение жидкости в ячейке Хил-Шоу при малых скоростях потока моделирует двумерное потенциальное течение и является гидродинамическим аналогом однофазной фильтрации жидкости в пористой среде [1]. Эта аналогия основана на совпадении соответствующих уравнений движения (закона Дарси). В ряде важных технических приложений, где встречается течение жидкости в щелевых каналах, оно может происходить не только с малыми, но и с большими скоростями.

Одно из них — течение в трещинах гидравлического разрыва, который считается наиболее перспективным способом создания замкнутых циркуляционных систем при извлечении геотермальной энергии [2]. Если вдали от скважины реализуется ползущее течение, то по мере приближения к скважине все более проявляются инерционные эффекты. При этом может реализовываться не только идеальный случай симметричного радиального течения, но и несимметричное струйное течение, обтекание непроницаемых включений. Истечение струи и обтекание цилиндра в щелевом канале исследованы в [3—5].

Современные быстродействующие высокоинтегрированные ЧИПы характеризуются высоким тепловыделением ( $\sim 10^2$  Вт/см<sup>2</sup>). Охлаждение плат со встроенными в них ЧИПами осуществляется путем погружения их в поток охлаждающей жидкости [6]. При плотном монтаже плат в данном случае также реализуется течение в щелевом канале переменной толщины.

В настоящей работе предлагается решение стационарной задачи ламинарного обтекания потоком вязкой несжимаемой жидкости кругового цилиндра с внутренними источниками тепла в ячейке Хил-Шоу с теплоизолированными стенками (образующие