

- условиях ламинарной свободной конвекции. Пермь: Пермский ун-т (Деп. в ВИНТИ 11.12.84 № 7906—84 деп.).
5. Бузмаков В. М., Пинягин А. Ю., Пшеничников А. Ф. Методика одновременного измерения коэффициента Соре и диффузии жидких растворов. — ИФЖ, 1983, т. 44, № 5.

Поступила 8/VIII 1985 г.

УДК 536.25

## ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНОГО ВЕЩЕСТВА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА

А. Ю. Гилев, А. А. Непомнящий, И. Б. Симановский

(Пермь)

Конвективная неустойчивость равновесия в системе двух горизонтальных слоев несмешивающихся жидкостей, обусловленная рэлеевским механизмом неустойчивости, исследовалась в рамках линейной теории в [1—5]. В настоящей работе изучается влияние поверхностно-активного вещества (ПАВ), нанесенного на границу раздела, на возникновение термогравитационной конвекции. Расчеты производились для двух типов систем, неустойчивость которых в отсутствие ПАВ имеет монотонный или колебательный характер. Обнаружен новый тип колебательной неустойчивости равновесия, обусловленный влиянием ПАВ. В некоторой области значений параметров колебательная неустойчивость может оказаться наиболее опасной. Обсуждается влияние эффекта Марангони на термогравитационные колебания.

1. Пусть пространство между двумя твердыми горизонтальными пластинами, на которых поддерживается постоянная различная температура (разность температур равна  $\Theta$ ), заполнено двумя слоями вязких несмешивающихся жидкостей. Начало координат помещено на границе раздела; ось  $x$  направлена горизонтально, ось  $y$  — вертикально вверх. Уравнения твердых границ:  $y = a_1$  и  $y = -a_2$ . Коэффициенты динамической и кинематической вязкости, теплопроводности, температуропроводности и объемного расширения соответственно  $\eta_m, \nu_m, \kappa_m, \chi_m, \beta_m$  ( $m = 1$  для верхней жидкости,  $m = 2$  для нижней). Влияние искривления границы раздела не учитывается, поскольку для термогравитационной конвекции оно несущественно [6]; граница предполагается плоской и недеформируемой ( $y = 0$ ). Полагаем, что на границе раздела сосредоточено ПАВ с поверхностной концентрацией  $\Gamma(x)$ . Понижение коэффициента поверхностного натяжения с ростом температуры и концентрации ПАВ описывается формулой  $\sigma = \sigma_0 - \alpha T - \alpha_s \Gamma$ .

Считаем, что концентрация ПАВ невелика, так что его молекулы образуют «поверхностный газ». Явление адсорбции и десорбции ПАВ не учитывается. Перенос ПАВ вдоль границы раздела описывается уравнением [7]

$$(1.1) \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v_x \Gamma) = D_0 \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2},$$

где  $v_x$  — скорость жидкости на границе;  $D_0$  — коэффициент поверхностной диффузии ПАВ. В равновесии концентрация ПАВ на границе постоянна:  $\Gamma = \Gamma_0$ .

Введем обозначения:  $\eta = \eta_1/\eta_2$ ,  $\nu = \nu_1/\nu_2$ ,  $\kappa = \kappa_1/\kappa_2$ ,  $\chi = \chi_1/\chi_2$ ,  $\beta = \beta_1/\beta_2$ ,  $a = a_2/a_1$ . В качестве единиц длины, времени, скорости, температуры и поверхностной концентрации выберем соответственно  $a_1$ ,  $a_1^2/\nu_1$ ,  $\nu_1/a_1$ ,  $\Theta$  и  $\Gamma_0$ . Безразмерный градиент температуры  $dT_0/dy$  в равновесии равен  $A_1 = -s/(1 + \kappa a)$  в верхней жидкости и  $A_2 = -s\kappa/(1 + \kappa a)$  — в нижней, где  $s = -1$  при подогреве сверху,  $s = 1$  при подогреве снизу.

Перейдем к исследованию устойчивости равновесия. Наложим на состояние равновесия возмущения функции тока  $\psi'_m$ , температуры  $T'_m$

и концентрации ПАВ  $\Gamma'$ :

$$(1.2) \quad (\psi_1, T_1, \psi_2, T_2, \Gamma) = (\psi_1(y), T_1(y), \psi_2(y), T_2(y), \Gamma) \times \\ \times \exp [ikx - (\lambda + i\omega)t].$$

Здесь  $k$  — волновое число;  $\lambda + i\omega$  — комплексный декремент.

Линеаризованные уравнения конвекции имеют вид

$$(1.3) \quad (\lambda + i\omega)D\psi_m = -d_m D^2\psi_m + ik \text{Gr} b_m T_{m*} \\ - (\lambda + i\omega) T_m - ik\psi_m A_m = \frac{c_m}{\text{Pr}} DT_m,$$

где  $D = d^2/dy^2 - k^2$ ;  $b_1 = d_1 = c_1 = 1$ ;  $b_2 = 1/\beta$ ;  $d_2 = 1/\nu$ ;  $c_2 = 1/\chi$ ;  $\text{Pr} = \nu_1/\chi_1$  — число Прандтля;  $\text{Gr} = g\beta_1\Theta a_1^3/\nu_1^2$  — число Грасгофа.

Обозначая дифференцирование по  $y$  штрихом, запишем условия на твердых границах:

$$(1.4) \quad y = 1: \psi_1 = \psi_1' = T_1 = 0, \quad y = -a: \psi_2 = \psi_2' = T_2 = 0;$$

на границе раздела:

$$(1.5) \quad y = 0: \psi_1 = \psi_2 = 0, \quad \psi_1' = \psi_2', \quad T_1 = T_2, \quad \kappa T_1' = T_2';$$

$$(1.6) \quad \eta\psi_1'' - ik(\text{Mr} T_1 + B\Gamma) = \psi_2'', \quad \text{Mr} = \frac{\alpha\Theta a_1}{\eta_2\nu_1}, \quad B = \frac{\alpha_s \Gamma_s a_1}{\eta_2\nu_1}.$$

Уравнение (1.1) после обезразмеривания и линеаризации представим как

$$(1.7) \quad (\lambda + i\omega - D_s k^2) \Gamma = ik\psi_1'(0) \quad (D_s = D_0/\nu_1).$$

Исключая  $\Gamma$  из (1.6), (1.7), получаем граничное условие

$$(1.8) \quad y = 0: \eta\psi_1'' - ik \left( \text{Mr} T_1 + \frac{ikB}{\lambda - D_s k^2 + i\omega} \psi_1' \right) = \psi_2''.$$

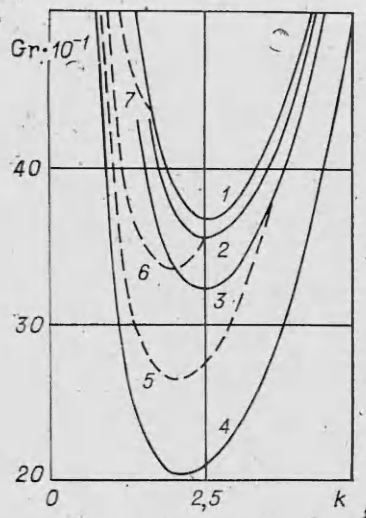
Граница устойчивости равновесия определяется условием  $\lambda = 0$ .

2. Краевая задача (1.3)—(1.5), (1.8) описывает возникновение конвекции в системе с ПАВ на границе при одновременном воздействии рэлеевского и термокапиллярного механизмов неустойчивости. В зависимости от соотношения параметров  $\text{Mr}$  и  $\text{Gr}$  определяющее значение может иметь тот или другой механизм неустойчивости. В [8—11] изучалось влияние ПАВ на термокапиллярную неустойчивость ( $\text{Gr} = 0$ ). В настоящей работе рассматривается ситуация, когда преобладает рэлеевский механизм. Решение краевой задачи осуществляется методом Рунге — Кутты.

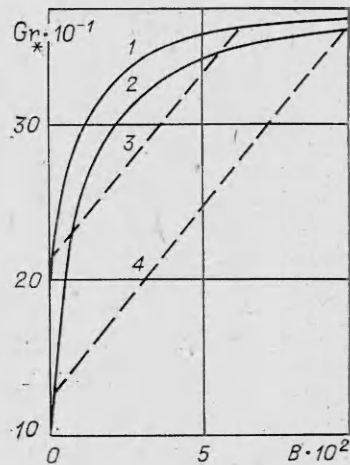
Известно, что в отсутствие ПАВ ( $B = 0$ ) конвективная неустойчивость равновесия может наступать как монотонным, так и колебательным образом [4, 5]. Принципиальная возможность колебательной неустойчивости следует из того обстоятельства, что при  $K = \beta\eta\chi/\nu \neq 1$  краевая задача несамосопряженная [12]. Тем не менее в отсутствие ПАВ монотонная неустойчивость равновесия более типична; колебательная неустойчивость к настоящему времени обнаружена лишь для системы трансформаторное масло — муравьиная кислота в ограниченном интервале отношения толщин слоев  $a$ , причем и для этой системы минимум нейтральной кривой реализуется для монотонных возмущений.

Исследуем влияние ПАВ на возникновение термогравитационной конвекции в случае, когда в отсутствие ПАВ неустойчивость монотонная. В качестве примера выбрана система воздух — вода со следующими параметрами:  $\text{Pr} = 0.758$ ,  $\eta = 0.0182$ ,  $\nu = 15.1$ ,  $\kappa = 0.0396$ ,  $\chi = 138$ ,  $\beta = 17.7$ ,  $a = 1$ . Расчеты в данном пункте и в п. 3 проводились для  $D_s = 10^{-3}$ .

Рассмотрим ситуацию, когда термокапиллярные эффекты несущественны ( $\text{Mr} \ll \text{Gr}$ ). При этом в граничном условии (1.8) можно положить  $\text{Mr} = 0$ . Расчеты показывают, что для данной системы конвективная не-



Р и с. 1



Р и с. 2

устойчивость равновесия при наличии ПАВ может наступать как монотонным, так и колебательным образом. Остановимся на случае монотонной неустойчивости ( $\omega = 0$ ). На рис. 1 показаны монотонные нейтральные кривые для  $B = 0,09; 0,05; 0,02; 0$  (линии 1—4). Зависимость минимизированного по волновому числу критического числа Грасгофа  $Gr_*$  от  $B$  показана на рис. 2 (линия 1). Поскольку, как видно из граничного условия (1.8), характерный параметр задачи — отношение  $B/D_s$ , уже при  $B \sim 10^{-1}$  нейтральная кривая приближается к предельной ( $B \rightarrow \infty$ ). Данный предел соответствует замене граничного условия (1.8) на  $\psi_1'(0) = 0$ , что физически отвечает твердой поверхности, разделяющей жидкости.

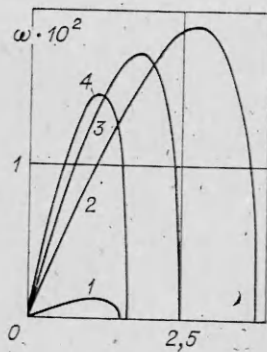
Включение ПАВ приводит к появлению колебательной неустойчивости. При малых  $B$  колебания появляются в длинноволновой области  $0 < k < k_*(B)$ . С ростом  $B$  точка окончания колебательной нейтральной кривой смещается в коротковолновую область, и при превышении некоторого значения  $B_1$  колебательные возмущения становятся наиболее опасными. При дальнейшем росте  $B$   $k_*(B)$  начинает убывать, и в итоге (при  $B > B_2$ ) наиболее опасными вновь становятся монотонные возмущения. Заметим, что при  $B = \infty$  (твердая граница раздела) краевая задача самосопряженная независимо от параметров жидкостей, поэтому колебательная неустойчивость невозможна. На рис. 1 колебательные нейтральные кривые для  $B = 0,02; 0,05; 0,09$  даны линиями 5—7. Зависимость  $Gr_*(B)$  для колебательной неустойчивости представлена линией 3 на рис. 2. Зависимости частоты  $\omega$  от волнового числа  $k$  для  $B = 0,0005; 0,02; 0,05; 0,09$  приведены на рис. 3 (линии 1—4). Можно показать аналитически (с помощью разложений по параметру  $k$ ), что длинноволновая асимптотика колебательной нейтральной кривой  $Gr_o(k, B)$  при  $B \neq 0$  не зависит от  $B$  и в точности совпадает с асимптотикой монотонной нейтральной кривой  $Gr_m(k, 0)$  при  $B = 0$ :

$$\lim_{k \rightarrow 0} Gr_o(k, B) k^2 = \lim_{k \rightarrow 0} Gr_m(k, 0) k^2 = \text{const.}$$

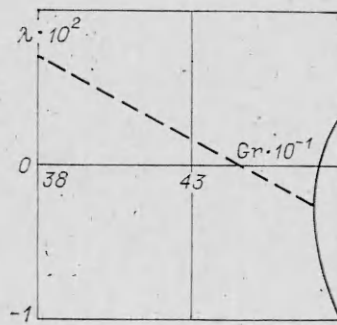
Длинноволновая асимптотика частоты при  $k \rightarrow 0$  имеет вид

$$\omega = k \sqrt{Bc} + o(k),$$

где величина  $c$  — функция параметров системы. Следует подчеркнуть, что участок монотонной нейтральной кривой в области  $k < k_*(B)$ , находящийся выше колебательной нейтральной кривой (рис. 1), не является границей монотонной неустойчивости. На рис. 4 представлена зависимость декремента  $\lambda$  от  $Gr$  в области  $k < k_*$  ( $B = 0,09, k = 1,5$ );



Р и с. 3



Р и с. 4

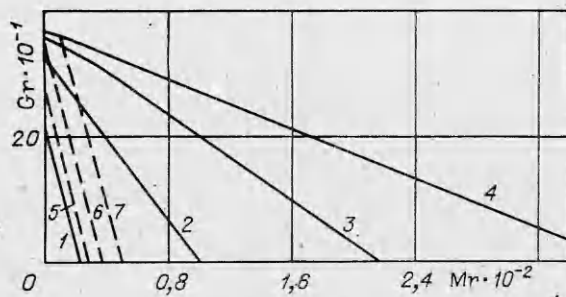
штриховая линия соответствует колебательным, а сплошная — монотонным возмущениям. С ростом  $Gr$  колебательная неустойчивость возникает при  $Gr = Gr_0 = 44,5$ ; при  $Gr > Gr_d = 47,0$  частота колебаний обращается в нуль и система обладает двумя типами монотонно нарастающих возмущений, один из которых при  $Gr > Gr_m = 47,1$  становится затухающим.

Обсудим влияние термокапиллярных эффектов для системы воздух — вода. В отсутствие ПАВ с ростом  $Mg$   $Gr_*$  понижается, однако неустойчивость остается монотонной. При наличии ПАВ, как и в случае чисто термогравитационной конвекции ( $Mg = 0$ ), существуют две нейтральные кривые — монотонная и колебательная. На рис. 2 показаны зависимости  $Gr_*(B)$  для монотонной (линия 2) и колебательной (линия 4) неустойчивости при  $Mg = 10$ . Интервал значений  $B$ , в котором колебательные возмущения наиболее опасные, с ростом  $Mg$  увеличивается. На рис. 5 приведены зависимости  $Gr_*$  от  $Mg$  при фиксированных значениях  $B$  для монотонной (сплошные линии) и колебательной (штриховые) нейтральных кривых. Линия 1 соответствует  $B = 0$ , 2, 5 — 0,02, 3, 6 — 0,05, 4, 7 — 0,09.

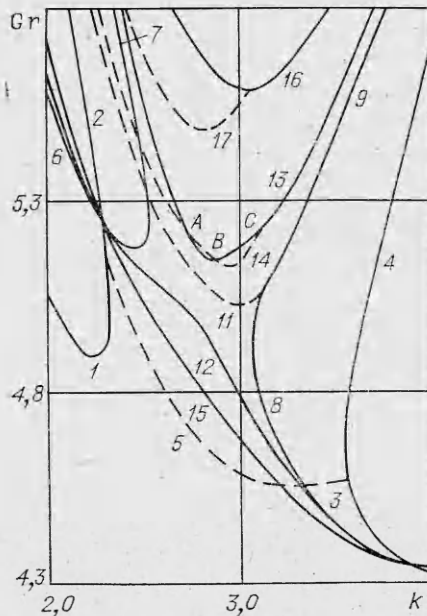
Изучалось также влияние ПАВ на потерю устойчивости равновесия для системы вода — силиконовое масло (Dow corning N 200). Изменение картины нейтральных кривых с ростом  $B$  имеет аналогичный характер.

3. Опишем влияние ПАВ на возникновение конвекции в системе трансформаторное масло — муравьиная кислота со следующим набором параметров:  $Pr = 306,32$ ,  $\eta = 11,123$ ,  $\nu = 15,408$ ,  $\kappa = 0,41$ ,  $\chi = 0,714$ ,  $\beta = 0,672$ ,  $a = 0,6667$ .

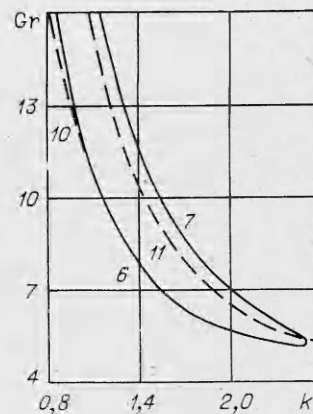
Конвективная устойчивость равновесия для этой системы в отсутствие ПАВ изучалась в [4, 5]. Вне интервала волновых чисел  $2,3 < k < 3,6$  неустойчивость имеет монотонный характер, причем можно различить границы неустойчивости, на которых конвекция возбуждается преимущественно в слое масла (рис. 6, линии 1, 4) и в слое кислоты (линии 2, 3). На границах указанного интервала происходит «замыкание» монотонных нейтральных кривых, что приводит к появлению колебательной нейтральной кривой (линия 5). При малых  $B$  вблизи обеих границ монотонной неустойчивости (линии 1 и 2), соответствующих возбуждению конвекции в слое масла и в слое кислоты, в длинноволновой области возникают участки колебательной неустойчивости, обусловленной ПАВ; механизм ее появления не отличается от описанного в п. 2. С ростом  $B$  один из этих участков объединяется с колебательной нейтральной кривой, существовавшей в отсутствие ПАВ, образуя единую колебательную нейтральную кривую, пересекающуюся с монотонной. Картина нейтральных кривых принимает вид, изображенный на рис. 6, 7 (линии 6—11,  $B = 0,05$ ). При дальнейшем росте  $B$  происходит перецепление монотонных нейтральных кривых. Опишем картину нейтральных кривых при  $B = 0,06$ . Нижние ветви обеих монотонных нейтральных кривых объединяются, образуя единую монотонную нейтральную кривую (линия 12); то же самое происходит с верхними ветвями нейтральных кривых (линия 13). Колебательная нейтральная кривая 14 пересекает границу монотонной неустойчивости 13 в точках



Р и с. 5



Р и с. 6



Р и с. 7

А и В и утыкается в нее в точке С, в которой частота колебаний обращается в нуль. Область, ограниченная сверху линией 14, а снизу — 13 (между точками А и В), представляет собой «островок устойчивости» равновесия. При дальнейшем увеличении параметра В картина нейтральных кривых упрощается (линии 15 — 17, В = 0,1).

Таким образом, наличие ПАВ на границе раздела сред приводит к появлению специфического типа колебательной неустойчивости, который в определенных условиях может оказаться наиболее опасным.

В заключение авторы выражают благодарность Е. М. Жуховицкому за полезное обсуждение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Zeren R. W., Reynolds W. C. Thermal instabilities in two-fluid horizontal layers.— J. Fluid Mech., 1972, v. 53, pt 2.
2. Березовский Э. И., Перельман Т. Л., Ромашко Е. А. О конвективной устойчивости в системе двух неограниченных горизонтальных слоев несмешивающихся жидкостей.— ИФЖ, 1974, т. 27, № 6.
3. Fern E. N., Wollkind D. J. Onset of Rayleigh — Benard — Marangoni instability; comparison between theory and experiment.— J. Non-Equilib. Thermodyn., 1982, v. 7, N 3.
4. Гершун Г. З., Жуховицкий Е. М. О монотонной и колебательной неустойчивости двухслойной системы несмешивающихся жидкостей, подогреваемой снизу.— ДАН СССР, 1982, т. 265, № 2.
5. Гершун Г. З., Жуховицкий Е. М., Першина Е. А. О возникновении конвекции в некоторых двухслойных системах.— В кн.: Конвективные течения. Пермь, 1983.
6. Непомнящий А. А. О длинноволновой конвективной неустойчивости в горизонтальных слоях с деформируемой границей.— Там же.
7. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика.— М.: Изд-во АН СССР, 1952.
8. Berg J. C., Acrivos A. The effect of surface active agents on convection cells induced by surface tension.— Chem. Engng Sci., 1965, v. 20, p. 737.
9. Hennenberg M., Bisch P. M. et al. Mass transfer, Marangoni effect and instability of interfacial longitudinal waves. I. Diffusional exchanges.— J. Colloid Interface Sci., 1979, v. 69, N 1.
10. Hennenberg M., Bisch P. M. et al. Mass transfer, Marangoni effect and instability of interfacial longitudinal waves. II. Diffusional exchanges and adsorption-desorption processes.— J. Colloid Interface Sci., 1980, v. 74, N 2.

11. Hennenberg M., Sanfeld A., Bisch P. M. Adsorption-desorption barrier, diffusional exchanges and surface instabilities of longitudinal waves for aperiodic regimes.— AICHE J., 1981, v. 27, N 6.
12. Непомнящий А. А., Симановский И. Б. О возникновении конвекции в двухслойной системе.— В кн.: Гидродинамическая и конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Свердловск, 1984.

Поступила 9/VII 1985 г.

УДК 532.529,6

## ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАВИТАЦИИ В РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

В. К. Кедринский, В. В. Ковалев, С. И. Плаксин  
(Новосибирск)

Современные представления о механизме развития пузырькового кавитационного кластера — облака мельчайших паргазовых пузырьков — в акустическом поле (например, в фокальной области концентратора) основываются на факте неустойчивости формы пузырьков при их взрывоподобном расширении и интенсивном схлопывании. Считается, что неустойчивость приводит к дроблению пузырьков и, следовательно, к лавинообразному размножению центров кавитации [1]. На основании анализа высокоскоростных кинограмм процесса в [1], в частности, утверждается, что количество пузырьков в зоне видимой кавитации может на много порядков превышать число исходных зародышей, определенное, например, по методу [2]. Эксперименты указывают, что этот эффект динамический: в течение первых периодов после приложения звукового поля число пузырьков соответствует ожидаемому по состоянию жидкости числу зародышей, затем оно увеличивается и выходит на стационарный режим, определяемый характеристиками поля и жидкости [1].

Однако в рамках указанного подхода трудно объяснить факт равномерного распределения в пространстве «осколков» развалившегося из-за неустойчивости пузырька [1]. С другой стороны, например, в экспериментах по подводному взрыву также регистрируется неустойчивость формы полости с продуктами детонации, напоминающей в момент сжатия гроздь пузырьков. Но это образование не распадается затем на отдельные элементы и тем более не распределяется равномерно в ближней зоне [3]. Можно отметить и другой эффект: вблизи свободной поверхности при отражении ударной волны зона интенсивной пузырьковой кавитации возникает несмотря на то, что она вызвана только одним импульсом разрежения [4], а «ультразвуковая накачка» зоны зародышами (по механизму неустойчивости) отсутствует. К явлению того же порядка относится и резкое видимое изменение плотности числа пузырьков в зоне вблизи поверхности гидроакустического преобразователя при его приближении к твердой стенке [5, 6]. Максимальные размеры видимых кавитационных полостей в этом случае существенно меньше, чем для удаленного преобразователя [5].

Очевидно, в каждом из названных экспериментов фиксируется состояние жидкости в момент выхода кавитационных зародышей на видимый размер, соответствующий его разрешению с определенной степенью точности. Эксперименты с ультразвуковой кавитацией показывают, что кавитационный кластер пульсирует, периодически исчезая из поля зрения [6]: пузырьки захлопываются до размеров, меньших разрешения используемой аппаратуры. Таким образом, оказывается, что и возникновение, и динамика кавитационной зоны связаны со временем «жизни» пузырька видимого размера.

В настоящей работе исследуются условия и время выхода пузырьков на видимый размер для широкого теоретически возможного их спектра по начальному размеру.

В рамках определений [7, 8] на примере динамики одиночной полости проведен теоретический анализ процесса возбуждения кавитации под действием отрицательного импульса постоянной амплитуды. Предложено считать кавитацию развитой, если пузырьки вышли на размер  $\sim 10^{-2}$  см, который принимается за видимый. Показано, что наличие газа в пузырьках определяющим образом влияет на пороговые значения падения давления, вызывающие их неограниченный рост.

**Постановка и качественный анализ задачи.** Динамика сферического пузырька в безграничной идеальной несжимаемой жидкости, как известно, описывается уравнением

$$(1) \quad \ddot{a}a + \frac{3}{2} \dot{a}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ \left( p_0 + \frac{2\sigma}{a_0} \right) \left( \frac{a_0}{a} \right)^{3\gamma} - \frac{2\sigma}{a} - p_\infty \right],$$

где  $\rho$  — плотность жидкости;  $a$  — радиус пузырька; индексом 0 отмечены начальные значения радиуса и гидростатическое давление;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $\gamma$  — показатель политропы газа;  $p_\infty$  —