

АНОМАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ НАД ПРЕПЯТСТВИЕМ

УДК 532.539.2; 532.52

Н. В. Гаврилов, В. Ю. Ляпидевский

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090 Новосибирск

1. Введение. В работе исследуется структура длинных волн, возникающих при обтекании двумерного препятствия на дне сдвиговым потоком двухслойной несмешивающейся жидкости. Формирование и распространение возмущений конечной амплитуды по потоку, особенно при сверхкритических режимах обтекания препятствия, является существенно нелинейным процессом, на который оказывают влияние многие физические факторы: взаимодействие жидкостей на границе раздела и со стенками, вязкость, поверхностное натяжение и т. д. Цель данной работы — выяснение возможности использования простейшей модели двухслойной мелкой воды для качественного и количественного описания различных режимов течения в плоском канале с неровным дном.

Хорошо известно [1–3], что при обтекании достаточно протяженных неровностей дна однослойной жидкостью препятствие либо только локально возмущает поток, либо переводит докритическое течение в сверхкритическое, а над его вершиной течение критическое. При таком регулярном режиме обтекания препятствие полностью контролирует течение вверх по потоку. В двухслойной стратифицированной жидкости возникают новые режимы обтекания, в которых препятствие поддерживает распространение нелинейных возмущений, но в то же время течение над его гребнем полностью сверхкритическое, и изменение высоты препятствия не меняет течения выше по потоку. Такие аномальные течения двухслойной жидкости для системы вода — керосин экспериментально были обнаружены в [1, 2], а для смешивающихся жидкостей исследованы в [3, 4]. В [2] дано подробное описание возможных режимов течения и сравнение с экспериментами по обтеканию препятствия, движущегося с постоянной скоростью в покоящейся двухслойной жидкости. Численно эта задача решена в [5]. В [3, 4] экспериментально изучена задача обтекания неподвижного препятствия потоком двухслойной смешивающейся жидкости без сдвига скорости между слоями. Полный обзор работ по влиянию топографии на структуру стратифицированных течений в атмосфере и океане приведен в [6].

Большая часть исследований по структуре длинных волн над препятствием посвящена изучению стационарной проблемы. Нестационарный подход к задаче о генерации препятствием длинных волн использован в [2, 7]. В [7] сформулирована обобщенная задача о распаде произвольного разрыва и для уравнений двухслойной мелкой воды в приближении Буссинеска построены диаграммы регулярных режимов течения на плоскости определяющих параметров задачи. При этом в отличие от [2] в невозмущенном течении допускался сдвиг скорости между слоями. Проведенный в [7] анализ стационарных решений, а также численные расчеты нестационарной проблемы показали, что возникновение внутреннего гидравлического прыжка (точнее, «ямы») на подветренном склоне препятствия при аномальных режимах обтекания связано не с влиянием условий вниз по потоку, как предполагалось в [2, 3], а с немонотонной зависимостью параметров течения от высоты препятствия.

В данной работе экспериментально изучается возможность реализации полностью сверхкритических несимметричных режимов течения над препятствием, внедренным в равномерный поток несмешивающейся двухслойной жидкости с начальным сдвигом скорости между слоями. Для исследования выбрана область параметров набегающего потока, при которых возмущения конечной амплитуды либо не могут распространяться вверх по потоку от препятствия, либо их скорость очень мала. Это дает возможность проследить выход течения на стационарный режим, а также сравнить экспериментальные результаты с численными.

2. Уравнения двухслойной мелкой воды. В приближении Буссинеска ($(\rho^- - \rho^+)/\rho^+ \ll 1$) уравнения плоскопараллельного двухслойного течения над неровным дном имеют вид

$$\begin{aligned} h_t^+ + (h^+ u^+)_x &= 0, & h_t^- + (h^- u^-)_x &= 0, & u_t^+ + \left(\frac{1}{2} (u^+)^2 + \frac{1}{\rho^+} p^+ \right)_x &= 0, \\ u_t^- + \left(\frac{1}{2} (u^-)^2 + b(h^- + z) + \frac{1}{\rho^+} p^+ \right)_x &= 0, & h^+ + h^- + z &= H \equiv \text{const}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь h^\pm , ρ^\pm , u^\pm — толщины, плотности, горизонтальные скорости верхнего и нижнего слоя; p^+ — давление на верхней границе потока; H — полная глубина канала; $b = (\rho^- - \rho^+)g/\rho^+$ — плавучесть; g — ускорение силы тяжести; $z = z(t, x)$ — положение дна канала. Приближение Буссинеска позволяет отфильтровать поверхностные волны и существенно упростить математическую модель. Поэтому уравнения (2.1) будут использованы для описания системы вода — керосин, хотя отношение $(\rho^- - \rho^+)/\rho^+ \simeq 0,25$, строго говоря, нельзя считать малым. Известно, что в рамках двухслойной модели проблема выбора соотношений на внутренних гидравлических прыжках не может быть решена однозначно. Поэтому в работе используются соотношения, вытекающие из дивергентного вида уравнений (2.1). Эти уравнения являются предельным случаем уравнений двухслойного течения с учетом мелкомасштабного движения на границе раздела слоев, выведенных в [8], когда толщина прослойки между однородными слоями стремится к нулю.

Структура автомодельных решений при $z \equiv 0$ исследована в [9] на примере задачи о распаде произвольного разрыва. Если дно канала не является плоским ($z(t, x) \neq 0$), то решение задачи о нестационарном течении в канале не может быть найдено в классе автомодельных решений. Однако при фиксированном локализованном препятствии и постоянных параметрах набегающего потока решение системы (2.1) при больших временах выходит на автомодельный режим. При этом над препятствием реализуется близкий к стационарному режим обтекания. Это обстоятельство использовано в [2, 7] для формулировки задачи об обтекании препятствия двухслойной жидкостью в классе автомодельных решений.

Пусть для определенности два слоя движутся равномерно в одном направлении со скоростью $u_0^+ < 0$ (рис. 1). В момент времени $t = 0$ дно в окрестности точки $x = 0$ внезапно принимает форму удобообтекаемого препятствия, показанного на рис. 1. Тогда вверх по потоку ($x > 0$) будет распространяться возмущение конечной амплитуды, которое на достаточно большом удалении от препятствия представляет собой комбинацию, состоящую из внутреннего бора и следующей за ним простой волны повышения [7]. При относительно небольшой протяженности препятствия волну можно считать центрированной в точке $(0, 0)$, т. е. искать автомодельное решение системы (2.1), зависящее только от переменной

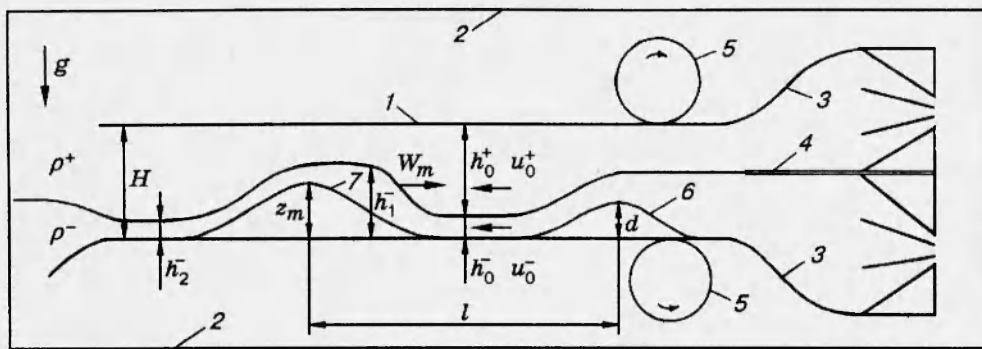


Рис. 1

$\xi = x/t$. Над препятствием течение стационарно, и в силу (2.1) справедливы соотношения

$$h^+u^+ = h_1^+u_1^+ = Q^+, \quad h^-u^- = h_1^-u_1^- = Q^-, \quad \frac{1}{2}u^{+2} + \frac{1}{\rho^+}p^+ = \frac{1}{2}u_1^{+2} + \frac{1}{\rho^+}p_1^+ = J^+, \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{2}u^{-2} + b(h^- + z) + \frac{1}{\rho^+}p^+ = \frac{1}{2}u_1^{-2} + bh_1^- + \frac{1}{\rho^+}p_1^+ = J^-,$$

где индекс 1 означает состояние потока непосредственно перед препятствием. Заметим, что соотношения (2.2) совпадают с использованными в [9] для анализа стационарных двухслойных течений над препятствием. Режим течения назовем регулярным, если существует непрерывное решение (2.2), связывающее докритическое состояние 1 со сверхкритическим состоянием 2. Это возможно только тогда, когда выполнено условие критичности течения над вершиной препятствия, т. е. при $z = z_m = \max z(x)$:

$$\Delta = \frac{u^{-2}}{bh^-} + \frac{u^{+2}}{bh^+} - 1 = 0. \quad (2.3)$$

При этом перед препятствием $\Delta_1 < 0$, а за ним $\Delta_2 > 0$. Условия (2.2) и (2.3) для заданного значения z_m дают дополнительное соотношение между h_1^- и u_1^- , необходимое для отыскания автомодельного решения в области $x > 0$. Решение полностью определяется безразмерными параметрами $\alpha = h_0^-/H$, $\gamma = (u_0^- - u_0^+)/\sqrt{bH}$, $D = -u_0^-/\sqrt{bH}$, $\delta = z_m/H$.

При фиксированных значениях α и γ область регулярных течений может быть найдена на плоскости параметров (D, δ) [7]. Для $\alpha = 0,15$ и $\gamma = -0,18$ область *ASBPE* изображена на рис. 2. Кривая *PB* соответствует полностью заблокированному течению нижнего слоя ($u_1^- = 0$, $\delta = h_0^-/H$). В области *ABS* перед препятствием распространяется центрированная волна разрежения. Область *ABCE* отвечает течению с внутренним бором, распространяющимся со скоростью $W > 0$ вверх по потоку. На кривой *AE* скорость бора $W = 0$. Множество значений параметров на кривой *CE* обеспечивает распространение бора максимальной амплитуды со скоростью $W_m > 0$. Скорость распространения нелинейных возмущений W_m является максимальной для рассматриваемой системы. В области *PCE* к бору максимальной амплитуды примыкает простая центрированная волна. На линии *PE* левая граница этой волны достигает препятствия, течение перед ним становится критическим, и дальнейшее увеличение высоты препятствия уже не меняет картину течения вверх по потоку. Поэтому выше кривой *PE* регулярный режим обтекания невозможен. Под кривой *AE* все возмущения сносятся вниз по потоку, и над препятствием устанавливается полностью сверхкритическое течение.

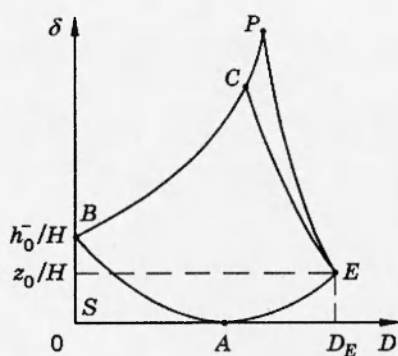


Рис. 2

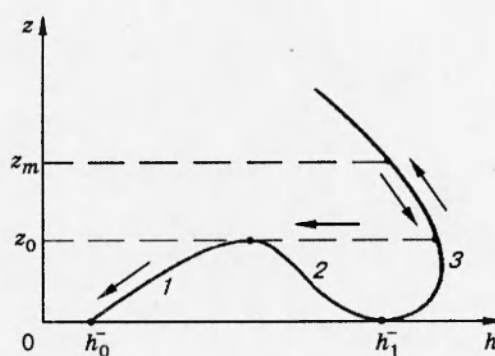


Рис. 3

Наиболее интересной на диаграмме $D - \delta$ представляется точка E , к которой примыкает несколько областей с различными режимами течения. При этом никакие длинноволновые возмущения конечной амплитуды при $D > D_E$ не могут распространяться вверх по потоку, и для любой высоты препятствия картина течения близка к стационарной. Поэтому окрестность точки E и была выбрана в работе для экспериментального исследования.

Пусть $D = D_E$. Тогда зависимость $z = z(h)$ ($h = h^-$), полученная из (2.2), имеет вид, изображенный на рис. 3. Ветви 1, 3 соответствуют сверхкритическому течению ($\Delta > 0$), а ветвь 2 — докритическому течению над препятствием ($\Delta < 0$). Если $z_m < z_0$, то реализуется симметричный сверхкритический режим обтекания по ветви 1. При $z_m > z_0$ перед препятствием формируется стационарный гидравлический прыжок ($W_m = 0$), переводящий поток в состояние 1, и подъем потока на высоту z_m возможен только по ветви 3. В принципе по этой же ветви течение может вернуться в состояние 1 за препятствием. Однако этот симметричный режим обтекания не реализуется, как видно из экспериментов и численных расчетов нестационарной проблемы. Более устойчивым оказывается течение, обозначенное на рис. 3 стрелками. На переднем склоне поток поднимается вдоль сверхкритической ветви 3 до уровня $z = z_m$, на обратном склоне симметрично опускается до уровня $z = z_0$, затем следуют гидравлический прыжок (вернее, «яма»), переводящий течение в критическое на кривой 1, и далее разгон вдоль кривой 1 до начального сверхкритического состояния 0.

Заметим, что в силу системы (2.1) в стационарных гидравлических прыжках энергия в каждом слое сохраняется. Поэтому возникновение внутреннего гидравлического прыжка на подветренном склоне не связано с потерей энергии в результате перемешивания и т. п., как предполагалось в [2]. Кроме того, построенное решение переводит сверхкритическое состояние перед препятствием вновь в это же состояние за ним. Так что условия вниз по потоку также не должны влиять на структуру течения, как утверждает в [3], если только обеспечен сверхкритический режим течения вниз по потоку.

Экспериментально несимметричный сверхкритический режим обтекания реализован на установке, описанной в следующем разделе. Отметим также, что при $z_m = z_0$ и $D = D_E$ возможны три различных стационарных течения в окрестности препятствия, так как к точке E примыкают области регулярного, аномального и сверхкритического режимов обтекания. Численно все эти течения реализованы в [7].

3. Эксперимент. Опыты проводились на экспериментальной установке замкнутого типа длиной 220 см, шириной 15 см и высотой 40 см, рабочий канал 1 которой длиной

120 см и высотой $H = 6$ см ограничен твердыми горизонтальными дном и крышкой (см. рис. 1). Установка включает в себя возвратные каналы 2, поворотные устройства с плавными входами 3, разделительную перегородку 4. Жидкости приводятся в движение с помощью оригинальных насосов 5, которые представляют собой вращающиеся вокруг своей оси цилиндры, расположенные несимметрично между дном и крышкой возвратных каналов [10]. Для создания контролируемого сверхкритического потока в рабочем канале у его начала устанавливалось хорошо обтекаемое препятствие 6 длиной 20 см и варьируемой высотой d .

Генерация волн на границе раздела осуществлялась гибкой латунной пластиной 7 толщиной 0,2 мм, конец которой со стороны набегающего потока был жестко закреплен, а противоположный конец мог перемещаться только в горизонтальном направлении. В исходном состоянии пластина не выступала над дном рабочего канала. С помощью специального устройства ее можно было изгибать так, что на дне канала «возникало» удобообтекаемое препятствие, форма которого хорошо аппроксимируется кривой четвертого порядка. Длина препятствия 40 см, а высота z_m менялась от 0 до 3,5 см. Центр препятствия 7 располагался на расстоянии $l = 45$ см от центра препятствия 6. В качестве рабочих жидкостей использовались вода с плотностью $\rho^- = 1$ г/см³ и керосин с $\rho^+ = 0,8$ г/см³.

Скорости слоев в рабочем канале определялись так же, как и в [10]. С помощью кино съемки медленно погружающейся твердой частицы измерялись профили скорости и расходы жидкостей в возвратных каналах, по которым рассчитывались среднерасходные скорости слоев u^+ и u^- . Кроме того, в некоторых опытах для контроля измерялись скорости непосредственно в рабочем канале. Для этого с помощью секундомера многократно фиксировалось время прохождения твердой частицей нейтральной плавучести контрольного участка канала. Затем время осреднялось и определялись средние скорости движения в каждом из слоев. Оба способа дали близкие результаты, погрешность измерения скорости не превышала 8%.

Регистрация положения границы раздела между слоями осуществлялась фотосъемкой сквозь толщу жидкости матового светящегося экрана. Поскольку жидкости не смешиваются, граница раздела отчетливо видна на фотографии. Это позволяет не подкрашивать ни один из слоев и не затенять детали волновой картины, возникающей на границе между слоями. Погрешность определения размеров по фотоснимкам не превышала 5%.

Полученные в опытах данные сопоставлялись с численными. Основная трудность при сопоставлении заключалась в том, что в модели рассматривались идеальные жидкости. Вязкость приводит к неоднородности потока вдоль канала. Для частичной компенсации этого эффекта установка располагалась с небольшим уклоном (1 : 80) так, что при отсутствии препятствия поток на протяжении всего рабочего участка оставался сверхкритическим и близким к равномерному.

На рис. 4 и 5 сопоставляются результаты экспериментов по обтеканию препятствия двухслойным сдвиговым потоком при $D \simeq D_E$ и расчетов. Для наглядности изображения горизонтальный размер уменьшен вдвое по сравнению с вертикальным. Сплошные линии — граница раздела, полученная в опытах, штриховые — численный расчет нестационарной задачи о внедрении препятствия в равномерный поток в рамках модели (2.1), стрелками показано направление движения слоев. В расчетах использовалась схема, аналогичная схеме С. К. Годунова без выделения разрывов. Модификация правой части уравнений (2.1), связанная с учетом уклона и трения о стенки канала, не приводит к существенным изменениям численного решения.

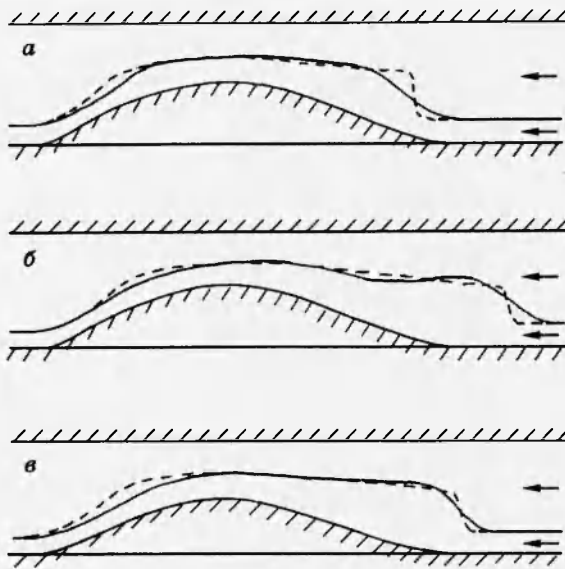


Рис. 4

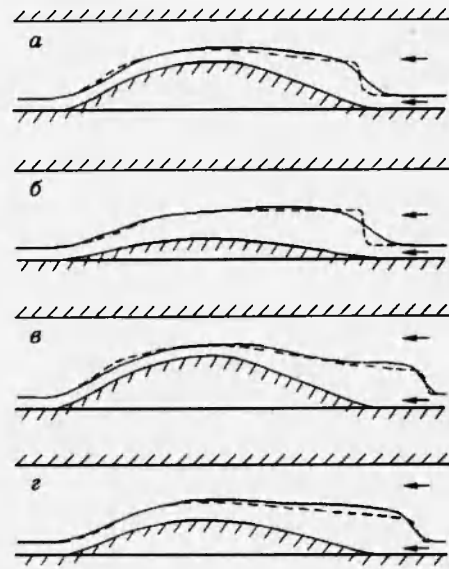


Рис. 5

Рис. 4 иллюстрирует случай течения с существенным начальным сдвигом между слоями ($u_0^+ \cong -12$ см/с, $u_0^- \cong -29$ см/с, $h_0^- = 1,2$ см). Теоретически найденная граница D_E стационарных режимов обтекания в пределах точности измерений совпадает с экспериментальной. Уменьшение скорости слоев примерно на 0,5 см/с меняет стационарный режим обтекания (рис. 4,а) на нестационарный (рис. 4,б). От препятствия отходит бор максимальной амплитуды, который распространяется вверх по потоку с незначительной скоростью. Уменьшение высоты препятствия z_m с 3,4 см (рис. 4,а,б) до 3 см (рис. 4,в) уже не влияет на распространение бора. На плоскости (D, δ) (см. рис. 2) это означает, что для рис. 4,а $D = D_E$, а для рис. 4,б,в $D < D_E$, и над препятствием во всех трех случаях реализуется аномальный режим обтекания, изображенный стрелками на рис. 3. Конечно, гидравлические прыжки, которые моделируются в (2.1) разрывами, в численном решении и эксперименте занимают существенную область над препятствием. В реальном течении в области гидравлического прыжка нарушена гипотеза о гидростатичности распределения давления в слоях, в численном решении размазывание зависит от свойств схемы. Поэтому в окрестности гидравлических прыжков на переднем и заднем склонах препятствия наблюдается расхождение численных и экспериментальных данных. Тем не менее можно утверждать, что уравнения мелкой воды (2.1) не только качественно, но и количественно описывают аномальные режимы течения над препятствием. Следовательно, несимметричные сверхкритические течения устойчивы по отношению к нестационарным одномерным возмущениям, а симметричные неустойчивы. Хотя последнее утверждение нужно расценивать не как теоретически установленный, а, скорее, как экспериментальный факт. Отметим, что для более адекватного описания внутреннего бора необходимо использовать второе приближение уравнений теории мелкой воды, но при этом теряется возможность построения соответствующих аналитических решений и диаграмм режимов течения.

Другое неучтенное явление в модели (2.1) — генерация коротких волн на границе раздела под действием сдвига скорости между слоями. Для того чтобы оценить влияние этого

фактора на структуру двухслойных течений в серии экспериментов, данные которых приведены на рис. 5, разность скоростей в слоях существенно уменьшена ($u_0^+ \simeq -17$ см/с, $u_0^- \simeq -24$ см/с, $h_0^- = 0,9$ см), хотя параметры набегающего потока выбраны так, что $D \simeq D_E$. Здесь совпадение между экспериментальными и численными результатами значительно лучше, что, с одной стороны, объясняется близостью реального течения к двухслойной схеме, постулированной в (2.1); с другой стороны, амплитуда скачков на подветренном склоне препятствия снижается при уменьшении сдвига скорости. Рис. 5 иллюстрирует важную проблему дискретного влияния препятствия на структуру аномального режима обтекания. Существенные изменения высоты препятствия $z_m \simeq 3,2; 1,5; 3,5; 2,3$ см (рис. 5, а-г) не меняют структуру течения. В то же время изменение скорости набегающего потока всего на несколько процентов резко перестраивает поток вверх по течению (переход от стационарного (рис. 5, а, б) к нестационарному (рис. 5, в, г)).

4. Заключение. Сравнение экспериментальных данных с численными показывает, что для несмешивающихся жидкостей неустойчивость симметричного сверхкритического режима обтекания препятствия может быть установлена в рамках простейшей модели двухслойного течения (2.1), в которой проигнорированы эффекты взаимодействия жидкостей с твердыми границами и на границах раздела.

Проблема моделирования двухслойных течений смешивающихся жидкостей состоит в изучении совместного влияния препятствия и перемешивания на частичную блокировку течения и может быть решена только в рамках более сложной модели [11]. В [11] показано, что в результате перемешивания перед препятствием формируется заблокированная зона конечной длины. При больших числах Фруда набегающего потока область перемешивания может полностью перекрыть один из слоев, и диаграмма режимов течения, изображенная на рис. 2, будет существенно отличаться от реальной картины течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01-01210-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Long R. R. Some aspects of the flow of stratified fluids. II. Experiments with two-fluid system // *Tellus*. 1954. V. 6. P. 97-115.
2. Baines P. G. A unified description of two-layer flow over topography // *J. Fluid Mech.* 1984. V. 146. P. 127-167.
3. Lawrence G. A. The hydraulics and mixing of two-layer flow over an obstacle // PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1985.
4. Lawrence G. A. The hydraulics of steady two-layer flow over an obstacle // *J. Fluid Mech.* 1993. V. 254. P. 605-633.
5. Houghton D. D., Jsaacson E. Mountain winds // *Stud. Numer. Anal.* 1970. V. 2. P. 21-52.
6. Baines P. G. Upstream blocking and airflow over mountains // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1987. V. 19. P. 75-97.
7. Ляпидевский В. Ю. Генерация длинных волн рельефом дна в двухслойном течении // *ПМТФ*. 1994. Т. 35, № 3. С. 34-47.
8. Ляпидевский В. Ю. Модель двухслойной мелкой воды с нерегулярной границей раздела // *Лабораторное моделирование динамических процессов в океане*. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 1991. С. 87-97.

9. **Armi L.** The hydraulics of two flowing layers with different densities // J. Fluid Mech. 1986. V. 163. P. 27–58.
10. **Гаврилов Н. В.** неподвижные в лабораторной системе координат внутренние уединенные волны и плавные боры // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 1. С. 29–34.
11. **Ляпидевский В. Ю.** Блокировка потока при обтекании препятствия двухслойной смешивающейся жидкостью // ПММ. 1994. Т. 58, № 4. С. 108–112.

*Поступила в редакцию 11/1 1995 г.,
в окончательном варианте — 23/V 1995 г.*
