

родах зонда. Как показали оценки, пренебрежение перечисленными эффектами должно было привести к занижению значений яркостных температур. Тот факт, что яркостные температуры оказались близкими к наибольшим возможным для равновесного излучения температурам абсолютно черного тела, оправдывает сделанные допущения и позволяет надеяться, что предлагаемая методика может быть использована для исследования яркости не только ударных волн, но и других плазменных объектов, например: лазерной плазмы, плазмы сильноточных газовых разрядов.

Поступила 19 VI 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Модель И. Ш. Измерение высоких температур в сильных ударных волнах в газах.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 714.
2. Войтенко А. Е., Модель И. Ш., Самоделов И. С. Яркостная температура ударных волн в ксеноне и воздухе.— «Докл. АН СССР», 1966, т. 169, № 3, с. 547.
3. Попов Е. Г., Цикулин М. А. Спектральное распределение излучения ударных волн в инертных газах.— ЖЭТФ, 1969, т. 57, с. 389.
4. Зацепин Ю. А., Попов Е. Г., Цикулин М. А. Яркость фронта ударных волн в некоторых газах.— ЖЭТФ, 1968, т. 54, с. 112.
5. Зайдель А. И., Шрейдер Е. Я. Спектроскопия вакуумного ультрафиолета. М., «Наука», 1967.
6. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
7. Лёб Л. Основные процессы электрических разрядов в газах. М., Гостехиздат, 1950.
8. Мак-Даниэль И. Процессы столкновений в ионизованных газах. М., «Мир», 1967.
9. Апанасевич П. А., Айзенштадт В. Таблицы распределения энергии и фотонов в спектре равновесного излучения. Минск, изд. АН БССР, 1961.

УДК 532.529.5+536.423.1

### АВТОМОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА О ДВИЖЕНИИ ПЛОСКОГО СЛОЯ НАГРЕВАЕМОГО ВЕЩЕСТВА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ УРАВНЕНИИ СОСТОЯНИЯ

B. H. Кондратьев, I. B. Немчинов

(Москва)

Рассматривается автомодельная задача о нестационарном движении плоского слоя вещества, в котором выделяется энергия от внешнего источника при постоянном по времени значении плотности потока  $q_0$ , подводимого к границе. Автомодельная переменная  $\mu = m/t$ , где  $m$  — лагранжиева массовая координата;  $t$  — время. Характерные значения скорости, плотности и давления не изменяются со временем.

Для автомодельности задачи необходимо, чтобы плотность потока энергии  $q$  также зависела лишь от автомодельной переменной. При этом  $a(\mu)$  может быть произвольной функцией своего аргумента и заданной таблицей.

Указываются примеры реальных физических процессов, в которых масса зоны энерговыделения линейно растет со временем. Допускается уравнение состояния произвольного вида, в том числе заданного таблицей. Оно может описывать газообразное состояние вещества при произвольном переменном показателе адиабаты, конденсированное состояние и двухфазное состояние.

Приводятся результаты решения автомодельной задачи для случая нагрева полупространства, граничащего с вакуумом при некотором конкретном уравнении состояния для различных плотностей потока  $q_0$  и скоростей  $M$  продвижения зоны энерговыделения.

1. Рассмотрим плоское нестационарное движение вещества с определенными по массе источниками энергии в гидродинамическом приближении. Соответствующая система уравнений имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial m} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial m} = 0;$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial v}{\partial t} = f,$$

где  $u$  — скорость;  $p$  — давление;  $v$  — удельный объем ( $v=1/\rho$ , где  $\rho$  — плотность);  $e$  — внутренняя энергия единицы массы;  $t$  — время;  $m$  — лагранжева (массовая координата);  $f$  — интенсивность выделения ( $f > 0$ ) или потери ( $f < 0$ ) энергии (в единице массы в единицу времени). Система (1.1) должна быть дополнена уравнением состояния

$$(1.2) \quad p = p(e, \rho),$$

которое может иметь произвольный вид, в том числе быть заданным таблицей. В частном случае вещества в газообразном состоянии

$$(1.3) \quad p = e\rho(\gamma - 1),$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты, который, в свою очередь, может быть функцией  $e$  и  $\rho$ . Величина  $f$  связана с плотностью потока энергии  $q$  соотношением

$$(1.4) \quad f = -\partial q / \partial m.$$

Для определения  $f$  или  $q$  необходимо конкретизировать механизм переноса энергии. Будем предполагать, что закон изменения плотности потока по массе и во времени имеет специальный вид

$$(1.5) \quad q = q(\mu) = q_0 q'(\mu), \quad \mu = \frac{m}{t}.$$

Здесь  $q_0$  — неизменная во времени плотность потока в точке  $m=0$ . Выражение (1.4) примет вид

$$f = \frac{F}{t}, \quad F = -q_0 \frac{dq'}{d\mu}.$$

В дальнейшем предполагаем, что  $F \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \pm\infty$ , причем  $F(\mu)$  убывает достаточно быстро, так что интеграл от этой функции по  $\mu$  конечен.

Будем считать, что в начальный момент времени  $t=0$  вещество в каждой из областей  $m > 0$  и  $m < 0$  является равномерно нагретым и имеет постоянную плотность независимо от того, неподвижно оно или имеет постоянную скорость

$$\begin{aligned} e &= e_0, \quad \rho = \rho_0, \quad u = u_0, \quad m > 0; \\ e &= e_1, \quad \rho = \rho_1, \quad u = u_1, \quad m < 0. \end{aligned}$$

Если всюду  $q \equiv 0$ , т. е. в веществе не происходит выделения энергии, то рассматриваемая задача есть обычная задача о распаде произвольного разрыва [1].

В частном случае, когда вещество граничит с вакуумом, рассматривается лишь одно полупространство (здесь для определенности  $m > 0$ ), на границе которого выполнено условие

$$p = 0, \quad m = 0.$$

Другим предельным случаем является движение поршня с заданной скоростью  $u(0, t) = u_p = \text{const}$ . В общем случае движение развивается вблизи границы раздела двух сред, от этой границы по веществу распространяются ударные волны, волны сжатия или разрежения, причем при  $m \rightarrow \infty$  имеем невозмущенное состояние:  $e \rightarrow e_0$ ,  $v \rightarrow v_0$ ,  $u \rightarrow u_0$ , а при  $m \rightarrow -\infty$  также имеем невозмущенную область:  $e \rightarrow e_1$ ,  $v \rightarrow v_1$ ,  $u \rightarrow u_1$ .

Уравнение состояния может быть различным в области  $m > 0$  и  $m < 0$ , если в точке  $m=0$  контактируют различные вещества или в этих областях одно вещество находится в различных физических состояниях. Уравнение состояния может также изменяться на любых линиях  $m = M_s t$ . Такими линиями могут быть ударные волны, распространяющиеся с по-

стоянной скоростью  $M_s$ , на которых существенно изменяется физическое состояние вещества или его химический состав. В частности, вследствие диссоциации или ионизации может измениться показатель адиабаты  $\gamma$ . В том случае, когда энерговыделение всюду отсутствует, кроме бесконечно узкой зоны за фронтом ударной волны, движущейся с постоянной «скоростью»  $M_s$  от точки  $t=0$ , т. е.  $F=\delta(\mu - \mu_s)$ , имеем дело с обычной детонацией. Известно, что задача о детонационной волне является автомодельной при произвольном уравнении состояния [2].

Рассматриваемая далее задача о распаде произвольного разрыва в веществе с некоторым специальным законом энерговыделения (1.4) также является автомодельной

$$e = e(\mu), \quad p = p(\mu), \quad v = v(\mu), \quad u = u(\mu), \quad \mu = \frac{m}{t}.$$

Обратим внимание на то, что характерные значения внутренней энергии, плотности и давления неизменны во времени, что и обеспечивает автомодельность при произвольном уравнении состояния (1.2).

Система уравнения (1.1) после перехода к автомодельной переменной  $\mu$  имеет вид

$$(1.6) \quad -\mu \frac{du}{d\mu} + \frac{dp}{d\mu} = 0; \quad \mu \frac{dv}{d\mu} + \frac{du}{d\mu} = 0;$$

$$(1.7) \quad \mu \left( \frac{de}{d\mu} + p \frac{dv}{d\mu} \right) = F(\mu)$$

и дополняется уравнением (1.2).

Заметим, что из (1.6) можно, исключив скорость  $u$ , получить

$$(1.8) \quad \mu^2 \frac{dv}{d\mu} + \frac{dp}{d\mu} = 0.$$

Особенно просто анализировать задачу, если энерговыделение имеет вид

$$F = A\delta(\mu - \mu_v),$$

где  $\delta$  — дельта-функция Дирака, а  $\mu_v$  — координата фронта «горения», которая не обязательно совпадает с ударной волной (и должна быть заданной на основании дополнительных физических соображений). В таком случае вне зоны энерговыделения, параметры перед которой и за которой связаны законом сохранения, движение является адиабатическим. Такая ситуация возникает, например, при действии на конденсированное непрозрачное вещество мощных потоков излучения оптического диапазона [3, 4]. Образующиеся пары являются при сравнительно небольших плотностях потока прозрачными для падающего излучения, в конденсированное вещество излучение проникает на небольшую глубину. В пределе можно считать, что бесконечно узкая зона энерговыделения продвигается вместе с волной испарения (бесконечно узкой зоной фазового перехода). При постоянной плотности потока и полностью прозрачных парах движение волны испарения происходит с постоянной скоростью, причем за волной выполняется условие Жуге (в общем случае это необязательно [5, 6]). В приводимых ниже примерах будут рассматриваться лишь случаи объемного энерговыделения.

Для частного случая — истечение в вакуум идеального газа при  $\gamma=\text{const}$  и функции  $F(\mu)$ , имеющей специальный вид

$$(1.9) \quad F = A\mu^{-\alpha},$$

такая задача была рассмотрена в [7, 8]. При этом считалось, что пар разлетается в вакуум за некоторой поверхностью испарения, движущейся в глубь вещества с постоянной скоростью.

В [7] были сформулированы следующие условия испарения: поверхность испарения находится в той точке  $m_v(t)$ , где температура в конденсированном веществе поднялась от начальной до некоторой температуры испарения и выделилась энергия, равная теплоте испарения  $Q_v$ . Для течения газа в [7] было найдено аналитическое решение системы (1.7), (1.8). При этом выполняется условие Жуге, которое не обосновывается каким-либо образом. В [8] указано, что такое решение является частным для рассматриваемой задачи, что возможны и иные распределения параметров, в частности разрывные с ударной волной, расположенной на некотором расстоянии от волны испарения — в газообразной области. При этом на поверхности испарения не выполнено условие Жуге. В [7, 8] под поверхностью испарения понимается бесконечно узкая зона, существование которой для случая (1.9) не обосновано. Введение такого разрыва (условной границы испарения) никаких особых преимуществ не дает, кроме возможности использовать лишь простое уравнение состояния (1.3) при  $\gamma = \text{const}$ , поскольку такая задача естественно обобщается (и к тому же при произвольной функции  $F(\mu)$ ), а не только при (1.9) на случай произвольного уравнения состояния, в том числе и для двухфазного состояния. Последнее позволяет рассмотреть структуру зоны, где происходит фазовый переход. Заметим, что при достаточно высоких давлениях (порядка критических в смысле Ван-дер-Ваальса) и выше вообще не удается строго разграничивать области с различными фазами.

Приведем пример физического процесса, в котором зона энерговыделения может с постоянной скоростью продвигаться по веществу от его границы в глубь вещества.

Пусть нагрев вещества осуществляется источником излучения сплошного спектра, а спектральный коэффициент поглощения  $\kappa_e$  является следующей функцией энергии квантов  $e$ , внутренней энергии  $e$  и плотности  $\rho$

$$(1.10) \quad \kappa = K(e, \rho) e^{-s}.$$

При этом функцию  $K$ , характеризующую изменение прозрачности вещества с температурой и плотностью, будем считать произвольной функцией своих аргументов. В общем случае разделение переменных (1.10) не выполняется. Однако такое соотношение может являться достаточно точным в определенном диапазоне температур и плотностей, характерных для рассматриваемой задачи, и в определенном (наиболее существенном) спектральном интервале. В частности, это имеет место для достаточно жесткого излучения, средняя (по спектру) энергия квантов которого существенно превышает величину первых потенциалов ионизации, т. е. поглощение происходит достаточно глубокими оболочками атомов. Тогда нагрев вещества до температуры фазового перехода, его испарение и даже ионизация (не слишком сильная) не приводят к существенному изменению оптических (в широком смысле слова) свойств вещества и функция  $K$  постоянна. Степенной закон изменения  $\kappa$  с  $e$  является характерным для указанного диапазона энергий квантов [9, 10], причем типичное значение  $s=3$ .

Если вид спектра остается неизменным (например, планковским), а характерная энергия квантов источника растет со временем по степенному закону

$$\epsilon_* = B t^{1/s},$$

то характерный коэффициент поглощения  $\kappa_*$  уменьшается со временем, а характерная масса нагреваемого вещества линейно увеличивается со временем.

Отметим, что закон энерговыделения по массе в той области, где выделяется основная часть энергии ( $q/q_0 > 0,1-0,2$ ), в первом грубом прибли-

же и описывается простой экспоненциально-убывающей функцией. Это означает, что в этой области средний по спектру коэффициент поглощения на различных глубинах не слишком сильно отличается от опорного, вычисленного по спектру при эффективной оптической толщине порядка единицы [11].

Рассмотрим и другой пример. В последнее время большой интерес вызывает проведение исследований по импульсному нагреву вещества с помощью мощных электронных ускорителей [12]. Если ограничиться случаями сравнительно плотного вещества, то энерговыделение в нем происходит в основном за счет ионизационных потерь, но необходимо учитывать и рассеяние пучка электронов. В процессе распространения энергия электронов непрерывно уменьшается по сравнению с начальной  $\varepsilon_0$ . Результаты расчетов соответствующих задач [13–15], полученные методом Монте-Карло для определенного довольно широкого диапазона начальных энергий электронов, можно представить в виде

$$(1.11) \quad q = q_0 q'(z), \quad z = K t \varepsilon_0^{-s}.$$

Функция  $q'(z)$  обычно представляется в табличном виде. Пусть напряжение на ускорителе, а с ним и энергия падающих электронов  $\varepsilon_0$  растут со временем, изменяясь по степенному закону

$$\varepsilon_0 = ct^n, \quad n = 1/s.$$

Тогда энерговыделение удовлетворяет условию (1.5): нагреваемая электронами масса растет со временем по линейному закону. Отметим, что когда  $n \neq 1/s$  и (или)  $q_0 \neq \text{const}$ , а  $\varepsilon_*$  изменяется по степенному закону, возможна постановка автомодельных задач типа [16, 17], но уже не при произвольном уравнении состояния. В тех случаях, когда условия (1.5) не выполняются, рассматриваемую автомодельную задачу можно все же использовать для выяснения влияния на характеристики движения как уравнения состояния, так и закона выделения энергии по массе.

2. Рассмотрим решение автомодельной задачи при использовании уравнения состояния, которое приближенно описывает как газообразное, так и конденсированное состояние:

$$p = p_x(\rho) + \rho[e - e_x(\rho)]\Gamma,$$

причем зависимость коэффициента Грюнайзена  $\Gamma$  от  $e$  и  $\rho$ , а также вид «упругих» («холодных») составляющих давления и внутренней энергии для различных веществ будем считать неизменными (однотипные вещества, описываемые универсальным уравнением состояния)

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma(e_T^\vee, \rho^\vee), \quad e_T = c_0^2 e_T^\vee = e - e_x, \\ p_x &= B p_x^\vee(\rho), \quad e_x = c_0^2 e_x^\vee(\rho), \quad \rho^\vee = \rho/\rho_0, \quad c_0^2 = B v_0 = B/\rho_0. \end{aligned}$$

Здесь  $B$  — модуль объемного сжатия;  $\rho_0$  — нормальная плотность. Будем считать, что закон изменения плотности потока  $q$  по веществу при изменении характерной «скорости»  $M$  распространения зоны энерговыделения по веществу остается неизменным

$$q = q_0 q' \left( \frac{m}{M t} \right) = q_0 q' \left( \frac{\mu}{M} \right).$$

Произведем преобразование переменных

$$\begin{aligned} e &= e^\vee c_0^2, \quad p = B p^\vee, \quad [u = c_0 u^\vee], \\ \rho &= \rho^\vee \rho_0, \quad q = \rho_0 c_0^2 q^\vee, \quad \mu = \rho_0 c_0 \mu^\vee. \end{aligned}$$

Очевидно, что решение задачи при заданном виде  $p_x^V(\rho^V)$  и  $q' \left( \frac{\mu'}{M^0} \right)$  будет зависеть лишь от параметров  $M^0$  и  $q^0$ :

$$M^0 = \frac{M}{\rho_0 c_0}, \quad q^0 = \frac{q_0}{\rho_0 c_0^2}.$$

Приведем результаты решения для случая, когда энерговыделение описывается простейшим законом

$$(2.1) \quad q' = \exp \left( - \frac{\mu'}{M^0} \right),$$

а холодные составляющие давления и энергии, как и в [18], — простыми аналитическими выражениями

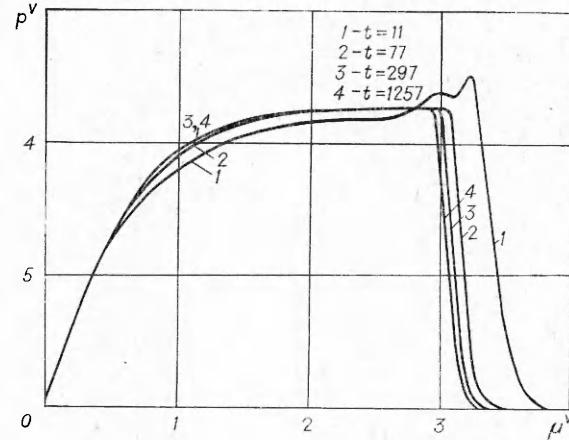
$$p_x^V = \frac{1}{n-k} [\rho^n - \rho^k]; \quad e_x^V = \frac{n-k}{(n-1)(k-1)} + \frac{\rho^{n-1}}{n-1} + \frac{\rho^{k-1}}{k-1}.$$

Здесь для удобства записи опущен индекс  $V$  у  $\rho^V$ . В описываемых ниже конкретных вариантах полагали  $n=3$ ,  $k=2$ ,  $\Gamma=1$ . Решение было построено в широком диапазоне значений параметров  $M^0$  и  $q^0$ , а именно  $10^{-4} \leq q^0 \leq 10^4$  и  $0,1 \leq M^0 \leq 10$ . Согласно (1.5), нагреваемая при  $t \rightarrow 0$  масса бесконечно мала. В рассмотренных выше примерах в действительности эта масса остается конечной; соотношения (1.10), (1.11) справедливы не при слишком малых  $\varepsilon$ . К тому же при малых толщинах зоны энерговыделения обычно расширяются теплопроводностью. Поэтому был проведен расчет (по схеме, использованной в [18]) неавтомодельной задачи с законом энерговыделения

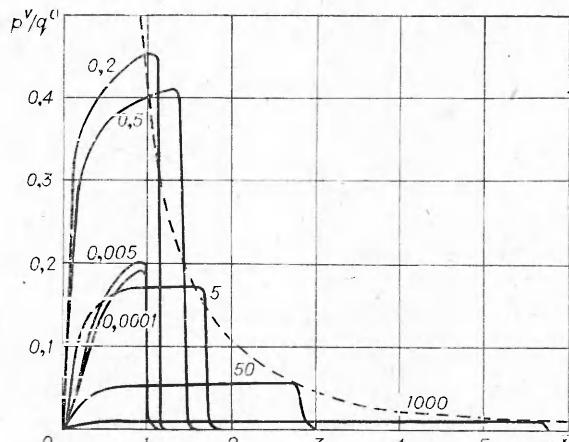
$$f = \exp \left( - \frac{m}{Mt + m_0} \right)$$

в пределе (при  $t \rightarrow \infty$ ), переходящим в (2.1).

Расчеты показали, что при  $t \gg m_0/M$  решение выходит на автомодельный режим. Это отчетливо видно из фиг. 1, где для случая  $q_0=0,5$  и  $M^0=0,5$  представлено распределение давления  $p^V$  по автомодельной координате  $\mu^V$  в различные моменты времени (кривые 1—4 соответствуют  $t^V=11, 77, 297$  и  $1257$ ).



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 2 представлены результаты расчета автомодельной задачи для случая  $M^0=1/6$  в виде зависимости  $p^\vee(\mu^\vee)$  для различных  $q^0$  (отмечено на кривых). Отчетливо видна ударная волна, которая при малых  $q^0$  является звуковой (ее фронт расположен в точке  $\mu^\vee=1$ , т. е. при  $t=\rho_0 c_0 t$ ). При больших  $q_0$  ударная волна является сильной. Штрихом представлены результаты пересчета величины максимального давления (на фронте ударной волны) для больших  $q^0$  по закону, который имеет место для чисто газообразного уравнения состояния, т. е. когда величины  $B$  и  $C_0$  являются несущественными параметрами. Получим этот закон на основании качественных соображений, хотя он может быть найден и чисто формальным путем. Характерная концентрация выделившейся энергии  $G$  в зоне энерговыделения остается все время постоянной. В автомодельном движении постоянная часть выделившейся энергии переходит в кинетическую, т. е.  $u \sim \sqrt{G}$ . Величину максимального давления можно оценить из условия  $p_m \approx M u \approx \sqrt{q_0 M}$ , откуда следует  $P_m/q_0 \approx \sqrt{M/q_0}$ .

На фиг. 3 представлена зависимость  $p_m/q_0$  от  $q^0/M^0$  (значения  $M^0$  отмечены на соответствующих кривых) для различных  $M^0$ . Видно, что при больших  $q^0$  все кривые совпадают между собой, что находится в соответствии с приведенными выше соотношениями. При малых  $q^0$  отношение  $p_m/q_0$  выходит на постоянное значение. Обращает на себя внимание наличие максимума в величине  $p_m/q_0$ . Этот результат также можно получить на основании упрощения полной задачи.

3. Найдем величину скорости звука для произвольного уравнения состояния  $P=P(e, v)$ . Имеем естественное соотношение

$$(3.1) \quad dp = p_e de + p_v dv, \quad p_e = \frac{\partial p}{\partial e} \Big|_v, \quad p_v = \frac{\partial p}{\partial v} \Big|_e.$$

При адиабатическом течении

$$(3.2) \quad \frac{de}{dv} \Big|_s = -p.$$

Из (3.1), (3.2) следует

$$(3.3) \quad \rho^2 c^2 = - \frac{dp}{dv} \Big|_s = pp_e - p_v.$$

Преобразуем систему автомодельных уравнений. Из (1.8) с учетом (3.1) получим

$$(3.4) \quad (\mu^2 + p_v) \frac{dv}{d\mu} - p_e \frac{de}{d\mu} = 0.$$

Из (3.4), (1.7) при использовании (3.3) находим

$$(3.5) \quad \frac{de}{d\mu} = - \frac{F}{\mu} \left[ \frac{\mu^2 - (\rho^2 c^2 - pp_e)}{\mu^2 - \rho^2 c^2} \right].$$

Заметим, что для уравнения состояния идеального газа (1.3) и для уравнения (3.1) при  $\Gamma=\gamma-1=\text{const}$  имеем

$$p_e = \frac{\gamma-1}{\gamma} p, \quad pp_e = \rho^2 \frac{p}{\rho} (\gamma-1).$$

Рассмотрим теперь случай, когда при сравнительно небольших температурах величина  $\rho c$  мало меняется по сравнению со своим значением  $\rho_0 c_0$  при нормальных условиях, а давления  $p$  достаточно малы по сравнению с  $\rho_0 c_0^2$ . Следовательно, имеем  $\rho^2 c^2 - pp_e \approx \rho_0 c_0^2$ . Для случая, когда  $M^0 \ll 1$  или  $M \ll \rho_0 c_0$  («дозвуковое» распространение зоны энерговыделения), основное энерговыделение происходит в области  $\mu \ll \rho_0 c_0$  или  $\mu^\vee \ll 1$ . Поэтому в первом приближении можно положить выражение в квадратных

скобках в правой части (3.5) равным единице, в результате чего получим

$$(3.6) \quad -[\mu \frac{dv}{d\mu}] = F.$$

Таким образом, движение практически не сказывается на величине внутренней энергии (для  $e$  получили такое же выражение, как если бы просто положили  $\frac{dv}{d\mu} = 0$  или  $v = \text{const}$ ). Подставляя (3.6) в (3.4) и используя те же упрощающие предположения, что и выше, получаем

$$p = \frac{1}{v_0} \int_0^\mu \frac{\mu F(\gamma - 1)}{\rho_0^2 c_0^2 - \mu^2} d\mu.$$

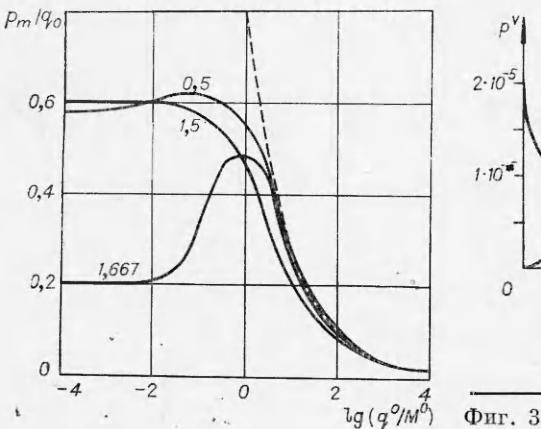
Если рассматривать такие виды законов энерговыделения, для которых в области  $\mu \approx \rho_0 c_0$  пренебрежимо мало  $F$ , то получим

$$(3.7) \quad p = \frac{(\gamma - 1) q M}{\rho_0 c_0^3} H(x), \quad H(x) = \int_0^x x \left( -\frac{dq'}{dx} \right) dx.$$

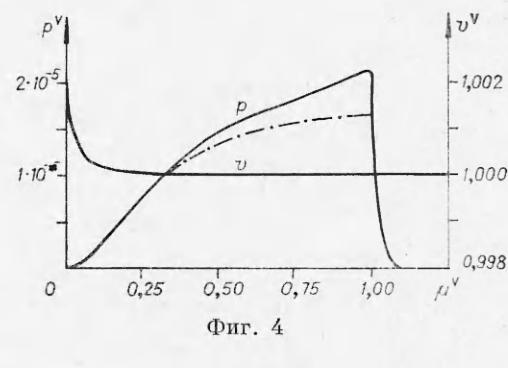
Здесь мы перешли к координате  $x = \mu/M$ . Для  $q' = \exp(-x)$  получаем

$$(3.8) \quad H(x) = 1 - (x + 1)\exp(-x).$$

Как показывают расчеты, это выражение неплохо описывает профиль давления вплоть до ударной волны. На фиг. 4 представлено распределение параметров (давления  $p$  и удельного объема  $v$ ) по автомодельной переменной для случая  $M^0 = 1/6$  и  $q^0 = 10^{-4}$ . Штрихпунктиром показано распределение по (3.7), (3.8), сплошной кривой — результаты численного расчета.



Фиг. 3



Фиг. 4

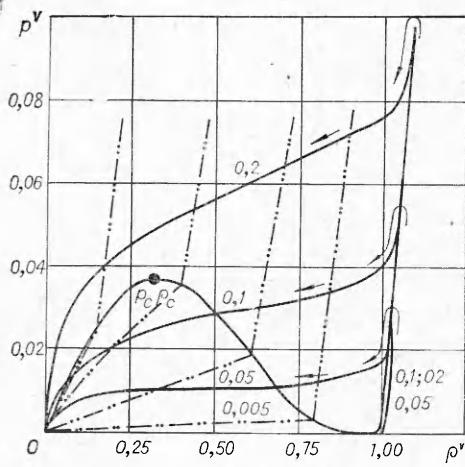
Видно, что различие заметно лишь вблизи самого фронта ударной волны. Отметим, что плотность всюду практически очень мало отличается от нормальной.

Из (3.7) следует, что при малых  $q^0$ , т. е. в «термоупругой» области, давление  $p_m$  пропорционально  $q_0$ , причем для  $M^0 < 1$  получаем рост  $p_m$  с  $M^0$ , что согласуется с данными, представленными на фиг. 3.

Для случая  $M^0 \gg 1$  вновь воспользуемся качественными оценками. Если массовая скорость распространения зоны энерговыделения очень велика, то движение практически не успевает сказываться и плотность не изменяется. Выделившаяся в слое толщиной  $Mt/\rho_0$  энергия  $q_0 t$  приво-

дит к давлениям  $p_m$  порядка  $\frac{d_0 \rho_0 (\gamma - 1)}{M}$ , т. е.  $p_m/q_0 \sim 1/M$  и, следовательно, при больших  $M^0$  величина  $p_m/q_0$  падает с ростом  $M$ . Соответственно существует некоторая «оптимальная величина»  $M$ , при которой давление максимально. Это также согласуется с данными фиг. 3.

Поскольку задача автомодельна, все частицы вещества совершают один и тот же путь на диаграмме состояния. На фиг. 5 представлены некоторые результаты численных решений в координатах  $p^V$ ,  $\rho^V$  для различных  $q^0$  при  $M^0 = 1/6$  (для других  $M^0$  картина качественно такая же). Видно, что в начале от исходной точки ( $p=0$ ,  $\rho=\rho_0$ ) наблюдаются резкий подъем давления (по кривой, близкой к ударной адиабате холодного вещества) и последующая разгрузка при продолжающемся энерговыделении. При уменьшении величины плотности потока  $q^0$  до значений, соответствующих  $q^0 \approx 0.2$ , кривые  $p(\rho)$  проходят ниже критической точки  $p_c$ ,  $\rho_c$  через двухфазную область  $D$ . При этом они пересекают эту границу дважды (точка  $a$  и  $b$  для кривой  $q^0 = 0.1$ ). Между такими точками и происходит постепенное квазиравновесное объемное испарение и происходит увеличение доли пара  $\eta$  от



Фиг. 5

$\eta = 0$  (конденсированное вещество) до  $\eta = 1$  (полностью испарившееся вещество). Для сравнения на фиг. 5 двойным штрихпунктиром нанесены адиабаты разгрузки [18]. Видно, что зависимость в автомодельном течении с подогревом значительно отличается от адиабатической, особенно вне области  $D$ , падение давления происходит существенно более медленным образом. Чтобы вещество начало испаряться, т. е. кривая  $p(\rho)$  попала в область  $D$ , оно должно расширяться. Таким образом, истинное испарение, несмотря на возможный сильный нагрев вещества вблизи фронта ударной волны, может происходить только в области разгрузки, а ударная волна может двигаться по конденсированному веществу. При больших  $q^0$  кривая  $p(\rho)$  проходит выше критической точки, и понятие испарения невозможно относить к каким-либо определенным точкам.

В заключение отметим, что конденсированное вещество рассматривается как жидкость. Вместе с тем рассматриваемая задача допускает естественное обобщение, когда вводится как жидкая, так и твердая фаза и вместо одного лишь давления используется тензор напряжений.

Поступила 2 X 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.
- Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Изд. 5-е. М., «Наука», 1965.
- Афанасьев Ю. В., Крохин О. Н. Газодинамическая теорема воздействия излучения лазера на конденсированные вещества.—«Труды физ. ин-та АН СССР», 1970, т. 52, с. 118–170.
- Анисимов С. И., Имас Я. А., Романов Г. С., Ходыко Ю. В. Действие излучения большой мощности на металлы. М., «Наука», 1970.

5. Виленская Г. Г., Немчинов И. В. Численный расчет нагрева излучением ОКГ паров, образовавшихся при вспышке в парах твердого тела.— ПМТФ, 1969, № 6, с. 3—19.
6. Немчинов И. В. О разлете газа за дефлаграционными волнами, движимыми мощными потоками излучения.— ПМТФ, 1973, № 3, с. 41—48.
7. Балакин В. Б. Разлете слоя переменной массы при постепенном выделении энергии «Инж.-физ. журн.», 1968, № 14.
8. Сапожников А. Т. Автомодельный разлете продуктов испарения твердой стекки под действием переменного энерговыделения.— ПМТФ, 1973, № 3, с. 49—54.
9. Зайдель Л. Н., Шрейдер Е. Я. Спектроскопия вакуумного ультрафиолета. М., «Наука», 1967.
10. Комитон А., Алисон С. Рентгеновские лучи (теория и эксперимент). М., Гостехиздат, 1941.
11. Немчинов И. В. Об осредненных уравнениях переноса излучения и их использовании при решении газодинамических задач.— ПММ, 1970, т. 34, № 4, с. 706—721.
12. Wintenberg F. Initiation of thermonuclear reactions by high-current electron beams. — «Nuclear Fusion», 1972, vol. 12, N 1, p. 353—362.
13. Spencer L. V. Theory of electron penetration.— «Phys. rev.», 1955, vol. 98, N 6, p. 1597—1615.
14. Аккерман А. Ф., Никитушев Ю. М., Ботвин В. А. Решение методом Монте-Карло задач переноса быстрых электронов в веществе. Алма-Ата, «Наука», 1972.
15. Tatsuo Tabata, Rinsuke Ito. An algorithm for the energy deposition by fast electrons.— «Nuclear Sci. and Engng», 1974, vol. 53, N 2, p. 226—239.
16. Афанасьев В. В., Кроль В. М., Крохин О. Н., Немчинов И. В. Газодинамические процессы при нагревании вещества излучением лазера.— ПММ, 1966, т. 30, № 6, с. 1022—1028.
17. Кроль В. М., Немчинов И. В. Автомодельные движения газа, нагреваемого неравновесным излучением сплошного спектра.— ПМТФ, 1968, № 5, с. 32—37.
18. Кондратьев В. Н., Немчинов И. В., Хазине В. М. Расчет задачи о разлете нагреваемого поверхностного слоя вещества с учетом расслоения его на фазы.— ПМТФ, 1970, № 4, с. 79—90.

УДК 534.222.2+533.6.011.72

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ  
ПРИ СЖАТИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБРАЗЦОВ  
СКОЛЬЗЯЩЕЙ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ**

B. F. Lobanov

(Новосибирск)

В работах [1—3] экспериментальными методами определялись параметры ударных волн, возникающих в цилиндрических образцах различных материалов при детонации окружающих их зарядов взрывчатого вещества. Установлено, что в ряде материалов отражение конической ударной волны от оси симметрии образца приводит к образованию маховской тройной конфигурации ударных волн, вызывающей сложную картину течения в области за ударными волнами.

Аналитическое исследование нерегулярного отражения представляет сложную задачу. Решения, полученные при различных допущениях относительно характера течения, излагаются в работах, обзор которых приведен в [4].

В данной работе осесимметричное течение продуктов детонации (ПД) и материала образца в области, примыкающей к фронту детонации, определяется решением двумерной нестационарной задачи газовой динамики конечно-разностным методом [5].

Система уравнений сохранения:

$$\frac{\partial(\rho r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho ur)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vr)}{\partial r} = 0;$$

$$\frac{\partial(\rho ur)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho u^2)r}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uvr)}{\partial r} = 0;$$