ПМТФ, № 1, 1971

ЗАДАЧА О МАГНИТНОМ ПОЛЕ В НЕОДНОРОДНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

С. И. Вайнштейн

(Иркутск)

Рассматривается некоторая модель магнитогидродинамической турбулентности. Наиболее существенное предположение, которое при этом используется,— пренебрежение временем корреляции скоростей. С использованием выборочного суммирования ряда теории возмущений получено точное уравнение для магнитного поля для случая, когда среднеквадратичное значение скорости зависит от координат, т. е. когда турбулентность неоднородна. Результат дает возможность получить «макроскопические» уравнения Максвелла (т. е. уравнения для крупномасштабных составляющих электромагнитных полей).

В задачах магнитогидродинамической турбулентности обычно рассматривается однородная турбулентность. Результаты таких рассмотрений в основном сводятся к следующему. Если наложить на высокопроводящую турбулентную жидкость слабое крупомасштабное магнитное поле (масштаб поля много больше масштаба пульсаций), то при отсутствии гиротропности происходит аномальная диффузия поля [1].

Реальная турбулентность всегда неоднородна. Всегда есть, например, граница турбулентности. Казалось бы, что неоднородность интенсивности пульсаций приведет просто к аномальной диффузии с коэффициентом диффузии, зависящим от координат. В этом случае макроскопическая электродинамика, т. е. уравнения для крупномасштабных полей, ничем не отличалась бы от «микроскопической», т. е. от обычных уравнений Максвелла, только в законе Ома обычная электропроводность заменяется аномальной и зависящей от координат. На самом же деле неоднородность вызывает новый эффект, аналогичный диамагнетизму. Впервые это отмечалось Я. Б. Зельдовичем [2] для идеализированного двумерного случая и Редлером [3] для слабопроводящей жидкости.

Будем рассматривать высокопроводящую жидкость; так как пульсации магнитного поля здесь уже не малы по сравнению с крупномасштабным, ряд теории возмущений по скорости уже нельзя оборвать (как это сделано в [3]). При использовании выборочного суммирования ряда будем пренебрегать временем корреляции пульсаций. Ниже будет показано, что характерное время изменения магнитного поля значительно превышает время корреляции, так что это пренебрежение обосновано.

Будем иметь дело с известным уравнением для магнитного поля $\mathbf{H}$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \operatorname{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{H}] + \nu_m \Delta \mathbf{H}$$

где $\mathbf{v}$ — скорость, ν_m — магнитная вязкость. Поле скоростей будем считать заданным, так что задача будет чисто кинематическая. При этом уравнение движения не потребуется. Такой подход возможен, если энергия крупномасштабного магнитного поля меньше энергии пульсаций. Перейдем к заданию поля скоростей.

1. Вывод спектрального тензора поля скоростей. Представим $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ следующим образом:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x})\,\mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \quad \langle u^2 \rangle = 1 \tag{1.1}$$

Угловые скобки означают усреднение по пульсациям. Такое представление возможно, когда $\langle v^2 \rangle$ не зависит от времени, что и будем предполагать. В дальнейшем будем считать, что неоднородность слабая, т. е. что $f(\mathbf{x})$ слабо меняется по корреляционной длине. Тогда можно ожидать, что поле скоростей будет уже не изотропным и что выделенным направлением будет направление, параллельное ∇f. Строго говоря, есть еще одно выделенное направление — параллельное крупномасштабному полю. Но, как сказано выше, энергия этого поля мала и будем пренебрегать его воздействием на движение. Тогда корреляционный тензор будет иметь следующий вид [4]:

$$\langle v_i(\mathbf{x}_1, t)\, v_j(\mathbf{x}_2, t)\rangle = f(\mathbf{x}_1) f(\mathbf{x}_2)\left(A\delta_{ij} + Br_ir_j + C_1 r_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_j} + C_2 r_j \frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)$$

$$(\mathbf{r} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1, \ \ \varphi(\mathbf{x}) = f^2(\mathbf{x})) \tag{1.2}$$

Здесь A, B, C_1, C_2 — функции от r и $(\mathbf{r}\nabla\varphi)$. Так как неоднородность слабая, положим

$$f(\mathbf{x}_1) f(\mathbf{x}_2) = \varphi(\mathbf{x}_1) + {}^1/_2\,(\mathbf{r}\nabla\varphi)$$

$$A = A_1(r) + (\mathbf{r}\nabla\varphi)\, A_2(r), \quad C_1 = C_3(r) + (\mathbf{r}\nabla\varphi)\, C_4(r)$$

$$B = B_1(r) + (\mathbf{r}\nabla\varphi)\, B_2(r), \quad C_2 = C_5(r) + (\mathbf{r}\nabla\varphi)\, C_6(r) \tag{1.3}$$

Подставим (1.3) в (1.2) и потребуем выполнения условия

$$\langle v_i(\mathbf{x}_1)\, v_j(\mathbf{x}_2)\rangle = \langle v_j(\mathbf{x}_2)\, v_i(\mathbf{x}_1)\rangle$$

причем в тензоре оставим члены первого порядка малости по малой величине $r_i\partial\varphi / \partial x_j$. Тогда (1.2) примет вид

$$\langle v_i(\mathbf{x}_1)\, v_j(\mathbf{x}_2)\rangle = \varphi(\mathbf{x}_1)\left[A_1\delta_{ij} + B_1 r_i r_j + C_3\left(r_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_j} - r_j \frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right)\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}(\mathbf{r}\nabla\varphi)\,[A_1\delta_{ij} + B_1 r_i r_j] \tag{1.4}$$

Перейдем к фурье-представлению (1.4)

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \int \mathbf{u}(\mathbf{k}) \exp i(\mathbf{k}\mathbf{x})\, d\mathbf{k}, \quad \varphi(\mathbf{r}) = \int \varphi(\mathbf{k}) \exp i(\mathbf{k}\mathbf{r})\, d\mathbf{k}$$

$$\langle v_i(\mathbf{x}_1)\, v_j(\mathbf{x}_2)\rangle = \int \langle u_i(\mathbf{k}_1)\, u_j(\mathbf{k}_2)\rangle \exp i\,[(\mathbf{k}_1\mathbf{x}_1) + (\mathbf{k}_2\mathbf{x}_2)]\, d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 =$$

$$= \int f_{ij}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}) \exp i\,[(\mathbf{k}_1\mathbf{x}_1) + (\mathbf{k}\mathbf{r})]\, d\mathbf{k}_1\, d\mathbf{k}$$

$$f_{ij}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}) = \varphi(\mathbf{k}_1)\left[\left(A(k) - \frac{(\mathbf{k}\mathbf{k}_1)}{2k}\frac{dA}{dk}\right)k_ik_j - \frac{1}{2}A(k)\,(k_ik_{1j} + k_jk_{1i}) +\right.$$

$$\left. + \left(B - \frac{(\mathbf{k}\mathbf{k}_1)}{2k}\frac{dB}{dk}\right)\delta_{ij}\right] + C(k)\int \varphi(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_3)\,\varphi(\mathbf{k}_3)\,[k_ik_{3j} - k_jk_{3i}]\, d\mathbf{k}_3$$

Этот тензор существенно упрощается при наложении на него условия соленоидальности

$$k_i f_{ij}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}) = 0, \quad (k_{1i} - k_i)\, f_{ij}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}) = 0 \tag{1.5}$$

Наложение первого условия (1.5) приводит f_{ij} к следующему виду:

$$f_{ij} = \varphi(\mathbf{k}_1)\left[\left(A(k) - \frac{(\mathbf{k}\mathbf{k}_1)}{2k}\frac{dA}{dk}\right)(k^2\delta_{ij} - k_ik_j) - A(k)((\mathbf{k}_1\mathbf{k})\delta_{ij} - k_ik_{1j})\right] \quad (1.6)$$

Второе условие (1.5) не добавляет ничего нового; из него следует:

$$\varphi(\mathbf{k}_1)\frac{(\mathbf{k}_1\mathbf{k})}{2k}\frac{dA}{dk}(\mathbf{k}_1\mathbf{k})k_j - k^2k_{1j}) = 0$$

Это равенство выполняется автоматически, ибо считается, что $\varphi(\mathbf{r})$ меняется медленно, и учитываются только первые производные; последнее же равенство квадратично по $\mathbf{k}_1$. Выпишем еще выражение для

$$f'_{ij}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \langle u_i(\mathbf{k}_1)u_j(\mathbf{k}_2)\rangle = \varphi(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)[A(k_2)(k_{2i}k_{1j} - (\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2)\delta_{ij}) +$$

$$+ \frac{dA(k_2)}{dk_2}\frac{1}{2k_2}(k_2{}^2 + (\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2))(k_{2i}k_{2j} - k_2{}^2\delta_{ij})] \quad (1.7)$$

Если поле скоростей однородно, то (1.7) переходит в известный спектральный тензор

$$\varphi(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) = D\delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)$$

$$f'_{ij}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = D\delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)A(k_1)(k_1{}^2\delta_{ij} - k_{1i}k_{1j})$$

2. Вывод уравнения для магнитного поля. В дальнейшем будем пользоваться рядом теории возмущений по скорости. Пусть $\mathbf{H}(\mathbf{k}, t)$ — фурье-компонента магнитного поля

$$\mathbf{H}(\mathbf{k}, t) = \sum_{n=0}^{\infty}\mathbf{H}^{(n)}, \quad \mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{H}(\mathbf{k}, 0)\exp(-\nu_m k^2 t)$$

$$\mathbf{H}^{(n+1)}(\mathbf{k}, t) = i\int_0^t \exp[k^2\nu_m(t_1 - t)]\,dt_1\int[\mathbf{k}[u(\mathbf{k} - \mathbf{k}', t_1)\mathbf{H}^{(n)}(\mathbf{k}', t_1)]]\,d\mathbf{k}' \quad (2.1)$$

Усредняя по пульсациям, выделяем крупномасштабную составляющую

$$\langle\mathbf{H}^{(n)}\rangle = \mathbf{B}^{(n)}, \quad \langle\mathbf{H}\rangle = \mathbf{B}$$

Будем пользоваться следующей моделью турбулентности: 1) распределение вероятностей скоростей подчиняется гауссовскому закону, 2) пренебрегаем временем корреляции

$$\langle u_i(\mathbf{k}_1, t)u_j(\mathbf{k}_2, t')\rangle = m\delta(t - t')f'_{ij}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$$

Пользуясь этой моделью, получаем, что нечетные члены ряда исчезают, четные же подчиняются рекуррентной формуле

$$\mathbf{B}^{(2n)} = \frac{p}{2}\int_0^t \exp[\nu_m k^2(t_1 - t)]\int d\mathbf{k}_1[\mathbf{k}[(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\varphi(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{B}^{(2n-2)}(\mathbf{k}_1, t_1)]]dt_1 +$$

$$+ p\int_0^t \exp[\nu_m k^2(t_1 - t)]\int d\mathbf{k}_1[\mathbf{k}[\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\varphi(\mathbf{k}_1)\mathbf{B}^{(2n-2)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1, t_1)]]\,dt_1 \quad (2.2)$$

$$p = \frac{m}{3}\int A(k)k^2\,d\mathbf{k}$$

Легко проверить, что уравнение, для которого (2.2) есть ряд теории возмущений, имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{k},t)}{\partial t}+\nu_m k^2\mathbf{B}(\mathbf{k},t)=\frac{p}{2}\int d\mathbf{k}_1[\mathbf{k}[(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1)\varphi(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1)\mathbf{B}(\mathbf{k}_1,t)]]+$$
$$+p\int d\mathbf{k}_1[\mathbf{k}[(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1)\varphi(\mathbf{k}_1)\mathbf{B}(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1,t)]] \qquad (2.3)$$

или в r-пространстве

$$\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r},t)}{\partial t}=\nu_m\Delta\mathbf{B}-\frac{p}{2}\operatorname{rot}[\nabla\varphi,\mathbf{B}]-p\operatorname{rot}\varphi\operatorname{rot}\mathbf{B}=$$
$$=-\operatorname{rot}\nu_m(1+\chi)^{1/2}\operatorname{rot}(1+\chi)^{1/2}\mathbf{B}\quad(\chi=p\varphi/\nu_m) \qquad (2.4)$$

где χ имеет смысл магнитного числа Рейнольдса. Уравнение (2.4) описывает диффузию крупномасштабного поля $\mathbf{B}$ в неоднородном проводнике с переменной электропроводностью

$$\nu_{\mathrm{eff}}=\nu_m(1+\chi)^{1/2},\quad \sigma_{\mathrm{eff}}=\sigma(1+\chi)^{-1/2} \qquad (2.5)$$

и переменной магнитной проницаемостью

$$\mu=(1+\chi)^{-1/2} \qquad (2.6)$$

Если $\chi\gg1$ (наиболее интересный случай), то $\nu_{\mathrm{eff}}\gg\nu_m$, $\sigma_{\mathrm{eff}}\ll\sigma$ и $\mu\ll1$. Теперь можно выписать макроскопические уравнения Максвелла

$$\begin{gathered}\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=-\operatorname{rot}\mathbf{E},\ \operatorname{div}\mathbf{E}=4\pi\rho,\ \operatorname{div}\mathbf{B}=0\\ \operatorname{rot}\mathbf{H}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j},\ \mathbf{E}=\langle\mathbf{e}\rangle,\ \mathbf{H}=\frac{1}{\mu}\mathbf{B}\end{gathered} \qquad (2.7)$$

Здесь $\mathbf{e}$ — напряженность электрического поля.
Закон Ома примет вид

$$\mathbf{j}=\frac{\mathbf{E}\sigma}{(1+\chi)^{1/2}} \qquad (2.8)$$

Выпишем еще выражение для rot $\mathbf{B}$, т. е. для макроскопического тока

$$\operatorname{rot}\mathbf{B}=\frac{4\pi}{c}\frac{\sigma\mathbf{E}}{1+\chi}-\frac{1}{2}\frac{[\nabla\chi,\mathbf{B}]}{1+\chi} \qquad (2.9)$$

Уравнение (2.9) полностью совпадает с уравнением Редлера [3], полученным для малых пульсаций магнитного поля (вычислялся квадратичный эффект). Пульсации будут малы, если $\chi\ll1$.

3. Граничная задача. Рассмотрим случай, когда φ постоянно в некоторой области, а в пограничном слое этой области падает до нуля (турбулентность в ограниченной области). Граничные условия для тока могут быть получены интегрированием (2.4) по элементу объема пограничного слоя, т. е. обычным способом. В результате получим

$$(1+\chi)\operatorname{rot}_{t_1}\mathbf{B}=\operatorname{rot}_{t_2}\mathbf{B} \qquad (3.1)$$

Здесь rot_{t_1}, rot_{t_2} означают трансверсальную компоненту rot $\mathbf{B}$ внутри и вне области соответственно. Разумеется, (3.1) можно получить и из (2.9) (заметим, что $\mathbf{E}_t$, как обычно, непрерывна на границе). Естественно, и нормальная компонента тока непрерывна на границе.

Граничные условия для **B**

$$\mathbf{B}_{n_1} = \mathbf{B}_{n_2}, \quad (1+\chi)^{1/2}\mathbf{B}_{t_1} = \mathbf{B}_{t_2} \tag{3.2}$$

Второе условие (3.2) следует из (2.6) и может быть получено интегрированием (2.9) по элементу объема пограничного слоя. Поверхностные токи задаются вторым членом правой части (2.9).

Из-за неоднородной электропроводности возникает объемный (в случае бесконечно узкого пограничного слоя — поверхностный) электрический заряд.

Беря дивергенцию от (2.9), учитывая (2.7), получаем

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho = \frac{c\,(\nabla\chi \operatorname{rot}\mathbf{B})}{8\pi\sigma} \tag{3.3}$$

Пользуясь уравнением непрерывности и законом Ома, получаем, что время установления заряда в (3.3) — $(1+\chi)^{1/2} / 4\pi\sigma$; таким образом, уравнения квазистационарной электродинамики (2.7) будут обоснованными (т. е. током смещения можно пренебречь), если

$$t_0 \gg \frac{(1+\chi)^{1/2}}{4\pi\sigma} \tag{3.4}$$

где t_0 — характерное время процесса.

Заметим, что аналогия с диамагнетиком не полная: если за границей турбулентной области — вакуум, то может возникнуть такая ситуация: σ убывает до нуля в пограничном слое, а χ в этом слое постоянно.

Тогда вместо (2.9) и (3.2) будем иметь

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\,\frac{\sigma\mathbf{E}}{1+\chi}, \quad \mathbf{B}_{n_1} = \mathbf{B}_{n_2}, \quad \mathbf{B}_{t_1} = \mathbf{B}_{t_2}$$

(разумеется, для случая, когда микроскопическая магнитная проницаемость равна единице).

4. Двумерный случай. Представляет интерес рассмотреть идеализированный двумерный случай ($v_z = 0$, $B_z = 0$, $\partial / \partial z = 0$), ибо для него результат можно получить другим независимым методом [2]. А именно в этом случае уравнение для векторного потенциала магнитного поля полностью аналогично хорошо изученному уравнению теплопроводности для жидкости. Такое рассмотрение дает возможность проверить изложенный выше метод.

В этом случае вместо (2.2) получим

$$\mathbf{B}^{(2n)} = \frac{p}{2}\int_0^t \exp\left[\nu_m k^2 (t_1 - t)\right] \int d\mathbf{k}_1 \left[\mathbf{k}\left[(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1)\,\varphi(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1)\,\mathbf{B}^{(2n-2)}(\mathbf{k}_1, t_1)\right]\right] dt_1 +$$

$$+ \frac{p}{2}\int_0^t \exp\left[\nu_m k^2 (t_1 - t)\right] \int d\mathbf{k}_1 \left[\mathbf{k}\left[(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1)\,\varphi(\mathbf{k}_1)\,\mathbf{B}^{(2n-2)}(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1, t_1)\right]\right] dt_1$$

$$p = \frac{m}{2}\int A(k)\, d\mathbf{k}$$

$$\mathbf{k} = \{k_x, k_y, 0\}, \quad \mathbf{k}_1 = \{k_{1x}, k_{1y}, 0\}, \quad \mathbf{B}^{(f)} = \{B_x^{(f)}, B_y^{(f)}, 0\}$$

Для $\mathbf{B}(\mathbf{k}, t)$ получается следующее уравнение:

$$\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{k}, t)}{\partial t} + \nu_m k^2 \mathbf{B}(\mathbf{k}, t) = \frac{p}{2}\int \left[\mathbf{k}\left[\mathbf{k}\varphi(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1)\,\mathbf{B}(\mathbf{k}_1, t)\right]\right] d\mathbf{k}_1$$

Уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\operatorname{rot} \nu_m \operatorname{rot}\left(1 + \frac{\chi}{2}\right)\mathbf{B} \tag{4.1}$$

описывает диффузию поля при наличии переменной $\mu = (1 + {}^1/_2\chi)^{-1}$. Выпишем еще выражения

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\frac{\mathbf{E}\sigma}{1 + {}^1/_2\chi} - \frac{1}{2}\frac{[\nabla\chi\mathbf{B}]}{1 + \chi/2}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\sigma\mathbf{E}$$

Хотя здесь имеем дело с однородной электропроводностью, граничная задача в двумерном случае оказывается аналогичной трехмерной $\mathbf{B}_t$ и $\operatorname{rot}_t \mathbf{B}$ испытывают на границе области скачок. Разница лишь в величине скачка; объемный заряд в последней задаче не возникает, это и естественно, так как условие

$$\operatorname{div}\mathbf{j} = \frac{\partial}{\partial z} j_z = 0$$

выполняется автоматически.

5. **Обсуждение результатов**. Пусть на высокопроводящую жидкость наложено слабое магнитное поле, источники которого к моменту времени $t = 0$ выключаются. Далее, пусть в этой жидкости возбуждается турбулентность, охватывающая только часть объема жидкости. При $t = 0$ пусть $\mathbf{v} = 0$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r}, 0)$. На границе жидкость — вакуум $\mathbf{B}$ непрерывно и $\operatorname{rot}_n \mathbf{B} = 0$. Не будем интересоваться вопросом, как и как долго возбуждается турбулентное движение. Примем, что к моменту t_1 будет достигнуто стационарное состояние, т. е. статистические характеристики скорости уже не будут зависеть от времени. К этому моменту, следовательно, проявятся диамагнитные свойства, начнется вытеснение поля из турбулентной области. Характерное время вытеснения

$$t_2 = \frac{L_1^2}{\nu_m(1 + \chi)}$$

Здесь L_1 — размер турбулентной области. Задача о затухании всего поля сводится теперь к поискам собственных функций и собственных значений (2.4) подстановкой $\mathbf{B} = \mathbf{A}(\mathbf{r}) \exp(-\gamma t)$ [5]. Для нахождения приближенного значения минимального γ (а тем самым характерного времени затухания поля) достаточно воспользоваться уравнением для $\mathbf{E}$, которое получается из (2.7)

$$\frac{1}{\nu_m(1+\chi)^{1/2}}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\operatorname{rot}(1 + \chi)^{1/2}\operatorname{rot}\mathbf{E} \tag{5.1}$$

Равенство (5.1) верно для всего пространства, если принять, что σ на границе жидкость — вакуум непрерывно переходит в нуль. Умножим (5.1) на $\mathbf{E}$ скалярно и проинтегрируем по всему пространству, учитывая, что $\mathbf{E}_t$ непрерывно на границе турбулентной области, а граничные условия для $\operatorname{rot}_t \mathbf{E}$ получаются из (3.2)

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\int\frac{E^2}{\nu_m(1 + \chi)^{1/2}}d\mathbf{r} = -\int(1 + \chi)^{1/2}(\operatorname{rot}\mathbf{E})^2 d\mathbf{r} \tag{5.2}$$

Пользуясь (5.2) и граничными условиями, нетрудно получить оценку времени затухания поля

$$t_3 = L^2/\nu_m \tag{5.3}$$

Напомним, что (5.3) совпадает с временем затухания поля в твердом проводнике (L — размер всей жидкости). Разумеется, (5.2) и (5.3) само по себе справедливо, если размеры нетурбулентной части жидкости не слишком малы по сравнению с L_1, именно должно выполняться условие $L_2^2 > L_1^2 (1 + \chi)^{-1}$, где L_2 — наименьший диаметр нетурбулентной части жидкости. В противном случае магнитное поле не успевает полностью вытесниться и затухание всего поля происходит за время t_2.

Нетрудно видеть, что $t_3 \gg t_2 \gg l/v$, где l и v — характерный размер и характерная скорость пульсаций соответственно. Следовательно, пренебрежение временем корреляции обосновано.

В заключение автор благодарит Р. З. Сагдеева и В. Е. Захарова за обсуждение полученных результатов.

Поступила 31 III 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнштейн С. И. О генерации крупномасштабного магнитного поля турбулентной жидкостью. ЖЭТФ, 1970, т. 58, вып. 1.
2. Зельдович Я. Б. Магнитное поле в проводящей турбулентной жидкости при двумерном движении. ЖЭТФ, 1956, т. 31, вып. 1.
3. Rädler K.-H. Zur Elektrodynamic turbulent bewegter leitender Medien. II. Turbulenz bedingte Leitfähigkeits — und Permeabilitätsänderungen. Z. Naturforsch., 1968, Bd 23a, H. 11.
4. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 2. М., «Наука», 1967.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.