

Вычисление пределов дает

$$\frac{P \sqrt{a}}{\sqrt{2}} \Delta_3(1, \delta) = \frac{K}{\pi}, \quad \frac{P \sqrt{b}}{\sqrt{2}} \Delta_4(1, \delta) = \frac{K}{\pi} \quad (10)$$

$$\Delta_3(1, \delta) = 1 - \frac{a^2}{b^2} 1.5\delta^{-2} - \left(3.75 - \frac{a^2}{b^2} 5.625\right) \delta^{-4} - \left(10.125 - \frac{a^2}{b^2} 2.945\right) \delta^{-6} + \dots$$

$$\Delta_4(1, \delta) = 1 - \frac{b^2}{a^2} 1.5\delta^{-2} - \left(3.75 - \frac{b^2}{a^2} 5.625\right) \delta^{-4} - \left(21.375 - \frac{b^2}{a^2} 19.557\right) \delta^{-6} + \dots$$

Из формул (10) следует, что при фиксированном расстоянии между трещинами, с увеличением нагрузки P большая трещина начнет распространяться первой, а вследствие неустойчивости подвижного равновесия трещин при равномерно распределенном нагружении тела на бесконечности она является магистральной трещиной.

При $a = b$ результаты исследования совпадают с результатами Смита [1]. В пределе при $\delta \rightarrow \infty$ формулы (10) принимают вид, совпадающий с известным решением для изолированной трещины Гриффитса в однородном теле.

Следует заметить, что принятая в данной статье гипотеза распространения трещин только в их плоскостях расположения, безусловно, дает завышенные значения разрушающих напряжений.

Поступила 30 IV 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Smith E. The opening of parallel cracks by an applied tensile stress. Internat. J. Engng. Sci., 1966, vol. 4, No. 1.
2. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л., «Наука», 1967.
3. Collins W. D. Some axially symmetric stress distributions in elastic solids containing penny-shaped cracks. 1. Cracks in an infinite solid and a thick plate. Proc. Roy. Soc. Ser. A, 1962, vol. 266, No. 1326.
4. Кузьмин Ю. Н. Осесимметричная задача теории упругости для неограниченного тела, имеющего две соосные щели разных радиусов. Инж. ж. МТТ. 1966, № 6.
5. Снеддон И. Преобразование Фурье. М., Изд-во иностр. лит., 1955.
6. Маркузон И. А. Равновесные трещины в полосе конечной ширины. ПМТФ, 1963, № 5.
7. Irwin G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. J. Appl. Mech., 1957, vol. 24, No. 3.
8. Баренblatt Г. И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении. ПМТФ, 1961, № 4.

АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО РАЗВИТИЮ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН

Х. Халманов, Г. П. Черепанов

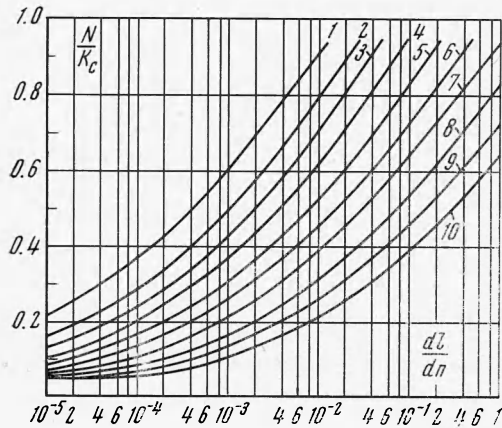
(Москва)

Одной из важнейших характеристик материала является вязкость разрушения, которая определяет размер дефекта, приводящего к разрушению при данном напряжении [1]. Однако при переменных нагрузках лимитирующим фактором в расчетах на прочность может оказаться скорость роста усталостной трещины, а не вязкость разрушения непосредственно. В связи с этим в последние 15 лет явление усталостного роста трещин под действием циклических нагрузок изучалось многими авторами. Ниже дается сопоставление теории роста усталостных трещин [2] с имеющимися экспериментальными данными.

1. Феноменологическое описание процесса развития усталостных трещин. Для объяснения развития трещин под действием циклических нагрузок была привлечена упруго-пластическая модель тела и рассмотрена тонкая структура конца трещины [2]. Применение общих соображений анализа размерностей и энергетической концепции Ирвина — Орована, обобщенной на случай нестационарного развития трещины, позволило получить следующую зависимость для скорости роста усталостной трещины:

$$\frac{dl}{dn} = -\beta \left(\frac{N_{\max}^2 - N_{\min}^2}{K_c^2} + \ln \frac{K_c^2 - N_{\max}^2}{K_c^2 - N_{\min}^2} \right) \quad (1.1)$$

Здесь β и K_c — некоторые постоянные материала, n — число циклов нагружения (в данных задачах играет роль времени), l — параметр длины трещины, N_{\max} и N_{\min} — наибольшее и наименьшее значения коэффициента интенсивности напряжений в течение цикла в момент времени n . В большинстве случаев величина K_c близка к вязкости разрушения K_{Ic} , за исключением тех случаев, когда разрушение происходит в течение небольшого числа циклов или же для тонких пластин (в последнем случае K_c зависит от толщины пластины). Величина β имеет размерность длины и характеризует прирост



Фиг. 1

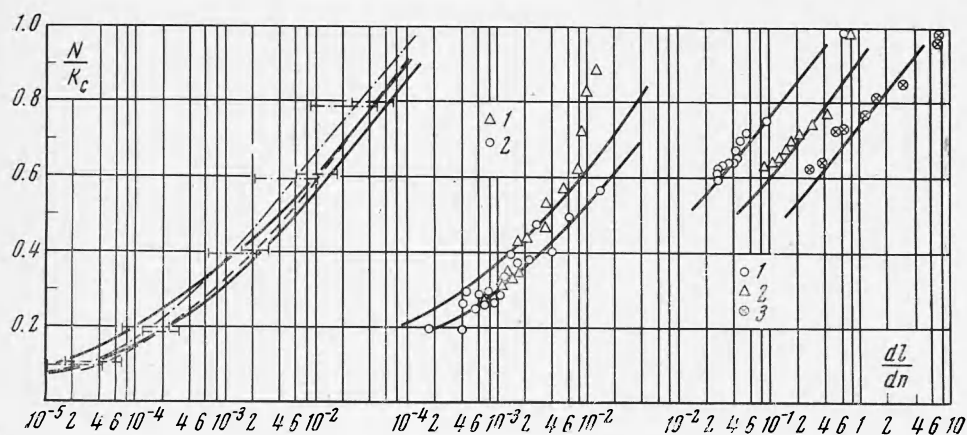
длины трещины при циклическом нагружении (по порядку величины она равна приросту длины трещины при возрастании N от нуля до K_c). Значения K_c и β должны определяться на основании экспериментальных данных. Кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 на фиг. 1, построенные по формуле (1.1) при $N_{\min} = 0$, соответствуют следующим значениям параметра β (мм): 0.01, 0.03, 0.05, 0.1, 0.2, 0.4, 0.8, 2.0, 4.0, 8.0. На фиг. 1 по оси абсцисс принят логарифмический масштаб и в качестве единицы измерения взят 1 мм / цикл. Эта сетка используется в дальнейшем для эффективного определения постоянных β и K_c методом наложения.

Зависимость скорости роста трещины от приложенных нагрузок представляет основной интерес для расчета на прочность под действием циклических нагрузок. Она экспериментально исследовалась в рабо-

тах многих авторов; проанализируем только те из них, данные которых обработаны в инвариантных переменных (т. е. в N и dl/dn). Данных остальных работ оказалось недостаточно для сравнения с теоретической зависимостью (1.1).

2. Многоцикловые усталостные трещины. Одной из первых экспериментальных работ по изучению роста длины трещины под действием циклических нагрузок, в которой исследуется связь между скоростью роста трещины и коэффициентом интенсивности напряжений, было исследование Дональдсона и Андерсона [3]. В ней содержится большой материал, полученный на основании изучения образцов с центральными и боковыми сквозными трещинами (усилия прилагались как к краям пластины, так и к кромкам трещины). Эксперименты, проведенные на сплавах алюминия, никеля, магнетиза, стали и др., говорят о существовании корреляции между dl/dn и N_{\max} . Наиболее ясную картину явления дают эксперименты на сплавах алюминия 2024-T3 и 2024-T6. Отношение $\sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ в экспериментах Дональдсона и Андерсона изменялось примерно от 0.2 до 0 (были и отрицательные значения). Соответствующие значения N_{\min} / N_{\max} , очевидно, будут изменяться в тех же пределах и на основании зависимости (1.1) ими можно пренебречь, т. е. считать, что $N_{\min} = 0$. Кстати, этот вывод был сделан также Дональдсоном и Андерсоном на основании их экспериментов. Осредненные экспериментальные данные работы [3] приведены на фиг. 2. Пунктирная кривая для сплава 7075-T6, пунктирные отрезки показывают примерный разброс точек, отвечающий $N = \text{const}$ для каждой серии испытаний и соответствующий доверительной вероятности 0.98. Штрих-пунктирная кривая для сплава 2024-T3, разброс точек показан штрих-пунктирными отрезками при той же доверительной вероятности 0.98. Следует отметить, что с уменьшением числа циклов разброс увеличивается. На той же фигуре сплошными нанесены соответствующие кривые, построенные по формуле (1.1) при следующих значениях постоянных: $\beta = 0.15$ мм, $K_c = 90$ кг / мм^{1/2} для сплава 7075-T6 и $\beta = 0.10$ мм, $K_c = 90$ кг / мм^{1/2} для сплава 2024-T3. Эти постоянные были найдены путем наложения экспериментальных кривых и кривых фиг. 1.

В работах Париса [4], Пирсона [5], а также Джонсона и Париса [6] было изучено большое число сплавов алюминия, молибдена, титана и др. при $N_{\min} = 0$. Свои результаты в отличие от предыдущих авторов они представили в виде некоторых эмпирических зависимостей. При этом Парис предлагает зависимость $dl/dn = CN^4$, которая хорошо аппроксимирует экспериментальные точки для сплавов алюминия 2024-T3 и 7075-T6 в интервалах скорости от 10^{-5} до 10^{-2} мм / цикл. Для тех же материалов Пирсон дает аппроксимацию вида $dl/dn = CN^{3.6}$, рассмотренный им интервал скоростей ($10^{-4} \div 10^{-3}$ мм / цикл), по-видимому, слишком мал, чтобы выводить аналитические зави-



Фиг. 2

Фиг. 3

Фиг. 4

симости. Эмпирическая формула Париса получается [2] непосредственно из зависимости (1.1) при $N_{\max}/K_c \leq 0.5$, т. е. для тех случаев, когда число циклов сравнительно велико (а скорость роста трещины мала). Именно эти случаи имели место в рассмотренных опытах.

3. Малоцикловые усталостные трещины. Для малоцикловых усталостных трещин (т. е. когда коэффициент интенсивности напряжений N_{\max} близок к значению K_c , а скорость роста трещины сравнительно велика) формула Париса не имеет места. Разные исследователи, применяющие степенную аппроксимацию, заметили при этом увеличение показателя степени.

Карман и Кэтлин [7] провели эксперименты на образцах из мартенситостареющих сталей 250 и 300 (экспериментальные данные для стали 250 изображены на фиг. 3 точками, для стали 300 — треугольниками). Кривые, построенные по формуле (1.1) при значениях постоянных $\beta = 0.2 \text{ мм}$, $K_c = 710 \text{ кг/мм}^{3/2}$ для стали 250 и $\beta = 0.09 \text{ мм}$, $K_c = 675 \text{ кг/мм}^{3/2}$ для стали 300, изображены на фиг. 3 сплошными линиями. В пределах разброса экспериментальных точек соответствие с теорией, как видно, удовлетворительное.

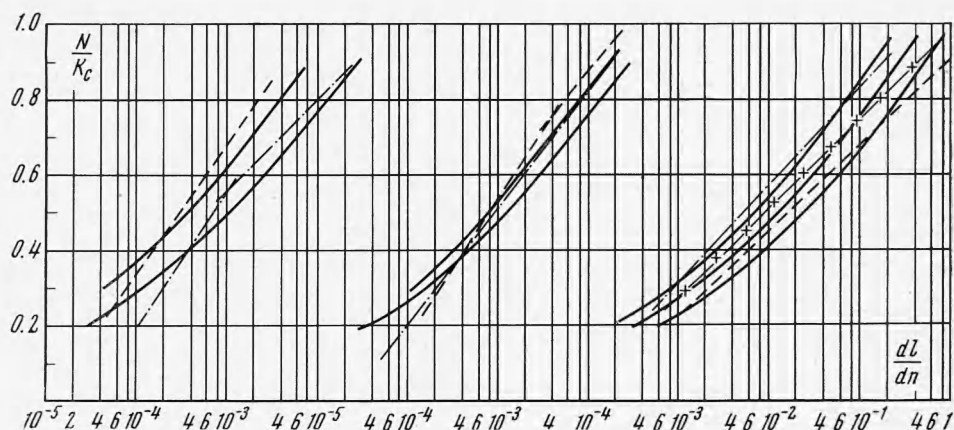
Янг [8] исследовал малоцикловую усталость некоторых сплавов алюминия и стали. Экспериментальные результаты его приведены на фиг. 4 (точки — данные для сплава алюминия 2024-Т6, треугольники — для нержавеющей стали 310, крестики — для стали 301). Для аппроксимации экспериментальных точек Янг использует степенную зависимость $dl/dn = CN^\alpha$ с показателями степени, равными $\alpha = 5$ для сплава алюминия 2024-Т6, $\alpha = 7$ для стали 310 и $\alpha = 7$ — для стали 301. При сопоставлении этих экспериментальных результатов с теоретическими кривыми выяснилось, что уравнение (1.1) хорошо описывает эти данные при следующих значениях постоянных: $\beta = 0.34 \text{ мм}$, $K_c = 192 \text{ кг/мм}^{3/2}$ для сплава алюминия 2024-Т6, $\beta = 1.0 \text{ мм}$, $K_c = 463 \text{ кг/мм}^{3/2}$ для стали 310, и $\beta = 4.0 \text{ мм}$, $K_c = 700 \text{ кг/мм}^{3/2}$ для стали 301. Теоретические кривые изображены сплошными линиями на фиг. 4.

Согласно данным Кларка [9] скорость роста усталостной трещины в образце из сплава алюминия 7079-Т6 (пунктирная линия на фиг. 5) и сплава стали Ni-Mo-V (штрих-пунктирная линия на фиг. 6) в интервале $10^{-5} \leq dl/dn \leq 10^{-3}$ пропорциональна третьей степени коэффициента интенсивности напряжения. В этом интервале результаты Кларка достаточно хорошо согласуются с кривыми (1.1) (сплошные линии на фиг. 5 и 6) при $\beta = 0.01 \text{ мм}$, $K_c = 125 \text{ кг/мм}^{3/2}$ для сплава алюминия 7079-Т6 и $\beta = 0.03 \text{ мм}$, $K_c = 520 \text{ кг/мм}^{3/2}$ для сплава стали Ni-Mo-V. При исследовании образцов из сплава алюминия 5456-Н321 для аппроксимации экспериментальных точек Кларк использует ломаную линию (штрих-пунктирная линия на фиг. 5). В качестве величины показателя степени α в степенной зависимости он предлагает:

$$\alpha = 2 \text{ при } N/K_c \leq 0.6 \text{ и } \alpha = 5.2 \text{ при } N/K_c > 0.6$$

Данные Кларка хорошо описываются зависимостью (1.1) при следующих значениях постоянных: $\beta = 0.03 \text{ мм}$, $K_c = 163 \text{ кг/мм}^{3/2}$ (сплошная линия на фиг. 5). Для стали НР 9-4-25 Кларк предлагает такие значения α :

$$\alpha = 2.6 \text{ при } N/K_c \leq 0.8 \text{ и } \alpha = 9 \text{ при } N/K_c > 0.8$$



Фиг. 5

Фиг. 6

Фиг. 7

(пунктирная линия на фиг. 6). Соответствующая теоретическая кривая, построенная по формуле (1.1) при $\beta = 0.02$ мм, $K_c = 460$ кг/мм^{3/2} изображена сплошной линией на фиг. 6.

Совсем другую зависимость скорости роста трещины от коэффициента интенсивности напряжений для скоростей $10^{-3} < dl/dn < 1$ дает В. Н. Маркочев¹. На основе собственных экспериментов со сплавами Д16Т, Д16Т-1, В-95 автор предлагает зависимость вида $dl/dn \sim A + \exp(BN_{\max})$. Данная Маркочевым аппроксимация экспериментальных точек этой зависимостью приведена на фиг. 7 (штрих-пунктирная линия — для сплава Д16Т, прерывная линия с крестиками — для Д16Т-1 и пунктирная — для В-95). При сравнении с теоретическими кривыми (1.1) (сплошные линии на фиг. 7) обнаружено достаточно хорошее совпадение с этими данными при следующих значениях постоянных: $\beta = 0.17$ мм, $K_c = 200$ кг/мм^{3/2} для сплава Д16Т, $\beta = 0.32$ мм, $K_c = 200$ кг/мм^{3/2} для Д16Т-1, $\beta = 0.6$ мм, $K_c = 200$ кг/мм^{3/2} для В-95.

Анализ экспериментальных данных по развитию усталостных трещин в пределах ошибки опыта подтверждает теоретическую закономерность (1.1) для широкого диапазона числа циклов до разрушения.

Поступила 27 III 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Прикладные вопросы вязкости разрушения. М., «Мир», 1968.
2. Черепанов Г. П. О росте трещин при циклическом нагружении. ПМТФ, 1968, № 6.
3. Donaldson D. R., Anderson W. E. Crack propagation behavior of some air frame materials. Proc. Crack Propagation Sympos. Cranfield, 1961. Cranfield college Aeronaut., 1962, vol. 2, p. 275.
4. Paris P. C. The fracture mechanics approach to fatigue. In: «Fatigue», Pros. 10-th Sagamore army mater. Res. Conf., 1963, Syracuse Univ. Press, 1964.
5. Pearson S. Fatigue crack propagation in metals. Nature, 1966, vol. 211, No 5053, p. 1077.
6. Johnson H. H., Paris P. C. Sub — critical flow growth. Engng. Fract. Mech., 1968, vol. 1, No. 1.
7. Carman C. M., Katlin J. M. Low cycle fatigue crack propagation characteristics of high strength steel. Trans. ASME, Ser. D., J. Basic Engng, 1966, vol. 88, No. 4. (Рус. перев.: Распространение трещин при малоциклового усталости высокопрочных сталей. Теорет. основы инж. расчетов, 1966, № 4.)
8. Yang C. T. A study of the low of crack propagation. Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Engng, 1967, vol. 89, No. 3. (Рус. перев.: Изучение закона распространения трещин. Теорет. основы инж. расчетов, 1967, № 3.)
9. Clark W. G. Jr. Subcritical crack growth and its effect upon the fatigue characteristics of structural alloys. Engng. Fract. Mech., 1968, vol. 1, No. 1.

¹ Маркочев В. М. Методика и исследование кинетики макроразрушения листовых материалов при однократном и повторном нагружении. Автореферат диссертации, ВИАМ, 1966.