

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

В. И. Зинченко, Е. Н. Пулятина

(Томск)

Решению сопряженных задач тепломассообмена посвящен ряд работ [1—3]. В настоящей работе рассматривается нестационарный теплообмен при обтекании осесимметричных тел вращения различной формы сверхзвуковым потоком совершенного газа для таких значений определяющих параметров задачи, когда в пограничном слое наблюдаются различные режимы течения. Для ламинарных режимов течения в пограничном слое проведено сравнение численных и аналитических решений для теплового потока с неизолированной поверхностью. Показано, что в этом случае тепловой поток к телу имеет структуру, которая связана с предисторией развития теплового и динамического пограничного слоя и со значением локальной производной от температуры поверхности. При этом для форм, когда реализуются большие значения dT_w/ds , использование общепринятых формул для коэффициента теплоотдачи без учета dT_w/ds при раздельной постановке задачи определения температурного поля в теле может привести к значительным погрешностям. Отметим, что в [4, 5] исследовалось влияние неизолированной температуры поверхности на тепловой поток к стенке при обтекании плоских тел.

1. В соответствии с [2, 3] характеристики сопряженного теплообмена будем отыскивать из решения системы уравнений, описывающей изменение осредненных величин в пограничном слое [3], и нестационарного уравнения теплопроводности в оболочке тела с соответствующими граничными и начальными условиями.

С учетом переменных Дородницына — Лиза для уравнений газовой фазы в естественной системе координат, связанной с внешней поверхностью оболочки тела, система уравнений в безразмерных переменных имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial \eta} \left(l \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) + f \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \beta \left[\frac{\Theta}{\Theta_e} - \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \right)^2 \right] = \alpha \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial s} - \frac{\partial f}{\partial s} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right);$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{l}{Pr} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right) + f \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = \beta \gamma \frac{\Theta}{\Theta_e} \frac{\partial f}{\partial \eta} - \gamma \left(\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right)^2 + \alpha \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \Theta}{\partial s} - \frac{\partial f}{\partial s} \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} \right);$$

$$(1.3) \quad \pi_r \frac{\partial \Theta_1}{\partial \tau} = \frac{1}{H_1 r} \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{r}{H_1} \pi_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial y_1} \left(r H_1 \pi_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial y_1} \right) \right].$$

Граничные и начальные условия запишутся как

$$(1.4) \quad \frac{\partial f}{\partial \eta}(\infty, s) = 1, \quad \Theta(\infty, s) = \Theta_e;$$

$$(1.5) \quad \frac{\partial f}{\partial \eta}(0, s) = 0, \quad f(0, s) = 0, \quad \tilde{q}_w(0, s) \sqrt{\text{RePr}_M} \frac{\lambda_{ew}}{\lambda_{1*}} -$$

$$- \pi_w \Theta_w^2 = \pi_1(\Theta_w) \frac{\partial \Theta_1}{\partial y_1}(\tau, s, 0);$$

$$(1.6) \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial y_1} \left(\tau, s, \frac{L}{R_N} \right) = 0 \quad \text{либо} \quad \Theta_1 \left(\tau, s, \frac{L}{R_N} \right) = \Theta_{1H};$$

$$(1.7) \quad s' = 0, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial s} = 0, \quad s = s_0, \quad \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{r}{H_1} \pi_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial s} \right) = 0, \quad \Theta_1(0, s, y_1) = \Theta_{1H}.$$

Здесь s — безразмерная длина дуги, отсчитываемая от критической точки по внешней контуре оболочки; η и y_1 направлены по нормали к внешней контуре в различные стороны; H_1 , r — коэффициенты Ламэ; $\gamma = u_e^2 / c_p T_{e0}$,

$$\alpha = 2 \int_0^s \rho_e \mu_e u_e r_w^2 ds / (\rho_e \mu_e u_e r_w^2), \quad \beta = \alpha / u_e \cdot du_e / ds,$$

$$\pi_1 = \lambda_1/\lambda_{1*}, \pi_\rho = \rho_1 c_1/\rho_{1*} c_{1*}, \pi_\sigma = \varepsilon \sigma T_{e0}^3/\lambda_{1*},$$

$$l = \rho(\mu + \Gamma\mu_T)/\rho_e \mu_e$$

— безразмерные параметры; $Re = v_m \rho_{e0} R_N / \mu_{e0}$; $v_m = \sqrt{2h_{e0}}$; $\tau = t/t^*$, $\Theta = T/T_{e0}$ — безразмерные время и температура; $t^* = R_N \rho_{1*} c_{1*} / \lambda_{1*}$; R_N, L — характерный размер и толщина оболочки. Индексы $e, e0, w$ отвечают параметрам на внешней границе пограничного слоя, на внешней границе в точке торможения, на внешней поверхности оболочки соответственно, индекс 1 приписывается характеристикам твердой фазы, индекс m, t — характеристикам молекулярного и турбулентного переноса.

Для описания турбулентного течения применялась двухслойная модель турбулентного пограничного слоя. Во внутренней области коэффициент турбулентной вязкости находился из формулы Прандтля с демпфирующим множителем Ван — Драйста — Себечи [6]:

$$(1.8) \quad \mu_T = 0,16 \rho y^2 \{1 - \exp(-y/A)\}^2 \frac{\partial u}{\partial y},$$

$$A = 26\nu \sqrt{\frac{\rho}{\tau_w} \{1 - 11,8\bar{p}\}^{1/2}}, \tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w, \nu = \frac{\mu}{\rho}, \bar{p} = \frac{\nu u_e}{(\tau_w/\rho)^{3/2}} \frac{du_e}{dx}.$$

Во внешней области использовалась формула Клаузера с поправочным множителем, учитывающим перемежаемость:

$$(1.9) \quad \mu_T = 0,0168\rho [1 + 5,5(y/\delta)^6]^{-1} \int_0^\infty (u_e - u) dy.$$

Граница между областями отыскивалась из условия равенства коэффициентов (1.8) и (1.9).

В переходной области от ламинарного режима к турбулентному, начало которой определялось точкой потери устойчивости, коэффициент продольной перемежаемости Γ для случая обтекания затупленных тел выбирался из [7]. Координата точки потери устойчивости находилась из условия для критического значения числа Рейнольдса:

$$Re^{**} = \frac{u_e \rho_e \delta^{**}}{\mu_e} = 200, \delta^{**} = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy.$$

В области ламинарного режима течения $\Gamma = 0$, в области турбулентного — $\Gamma = 1$.

Проведенные расчеты и сравнение с экспериментальными данными [8] показали возможность применения данной модели турбулентного течения.

Рассматривалось обтекание тел сферической формы, а также тел с уравнениями образующих $y_c = x_c^\alpha$, $\alpha = 0,5; 0,25; 0,125$ (здесь безразмерные величины x_c, y_c отвечают декартовой системе координат с началом в критической точке, ось x_c направлена по оси симметрии тел вращения). Для распределения давления на внешней границе пограничного слоя использовались данные [9], которые аппроксимировались с помощью сплайнов.

При численном интегрировании $Pr_M = 0,72$, $Pr_T = 1$, коэффициент молекулярной вязкости определялся по закону Сезерленда либо по степенной зависимости от температуры. Численное интегрирование системы уравнений пограничного слоя проводилось по разностной схеме, полученной с помощью итерационно-интерполяционного метода [10]. Расчет двумерного уравнения теплопроводности в теле проводился методом расщепления [11] в комбинации с методом [10]. Методика расчета подробно описана в [3].

При численных расчетах теплофизические характеристики материала считались постоянными и варьировались следующие определяющие пара-

метры задачи: число Маха в набегающем потоке, $Re = v_m \rho_{e0} R_N / \mu_{e0}$, начальная температура Θ_{1H} , параметр сопряженности $K = \sqrt{Re Pr_M} \times \lambda_{e0} / \lambda_{1*}$.

2. Рассмотрим результаты решения краевой задачи (1.1)–(1.7). Остановимся вначале на случае ламинарного режима течения в пограничном слое. На рис. 1 приведены распределения безразмерного теплового потока $\bar{q}_w = \lambda_w \partial T / \partial y|_w \sqrt{Re} / \rho_{e0} v_m h_{e0}$ и температуры поверхности $\Theta_w = T_w / T_{e0}$ в различные моменты времени. Расчеты проведены для контура $y_c = x_c^{0,125}$ (сплошные линии) и сферы (штриховые), кривые 1 – $\tau = 0$,

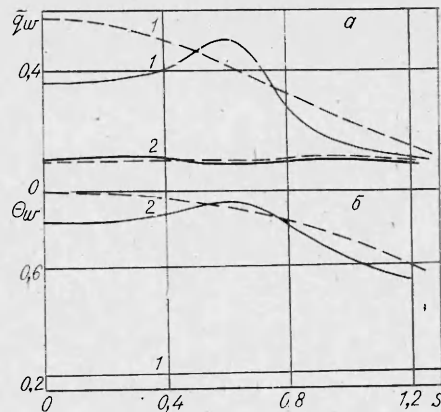


Рис. 1.

2 – $\tau = 0,08$. Здесь $M_\infty = 4$, $\mu / \mu_{e0} = \sqrt{\Theta}$, $T_\infty = 288$ К, $\Theta_{1H} = 0,248$, $K = 3,186$, $L/R_N = 0,1$, $\partial \Theta / \partial y_1|_{y_1=L/R_N} = 0$. Результаты получены при решении одномерного уравнения теплопроводности, поскольку, как будет показано ниже, для данных определяющих параметров задачи можно пренебречь учетом перетекания тепла по продольной координате s . Из рис. 1 следует, что для тела с образующей $y_c = x_c^{0,125}$ в начальный момент времени $\tau = 0$ максимум теплового потока достигается на боковой поверхности в области, где реализуются минимум радиуса кривизны контура и максимум градиента скорости на внешней границе. С течением времени процесса это приводит к максимальной температуре поверхности в данной области и последующему падению теплового потока (кривые 2). Результаты обработки полученного решения в виде отношения чисел $St/St_0 = q_w(1 - \Theta_w) / [q_{w0}(1 - \Theta_w)]$ для различных моментов времени (кривые 1, 2 – $\tau = 0$, 3, 4 – $\tau = 0,08$) приведены на рис. 2, а (кривые 1, 2 – тело $y_c = x_c^{0,125}$, 3, 4 – сфера). Соответствующее распределение $\Theta_w(s)$ при $\tau = 0,08$ для $y_c = x_c^{0,125}$ и сферы показано на рис. 2, б, в. Для изотермической поверхности тела при $\tau = 0$ $St/St_0 = q_w/q_{w0}$ и распределения относительного теплового потока хорошо согласуются с формулами [12]. На рис. 2, а при $\Theta_w = \Theta_{1H}$ кружочками нанесены данные, полученные с помощью формул [12].

В общем случае неизотермической поверхности $T_w(s)$ с помощью метода последовательных приближений [13, 14] может быть выписана формула для отношения тепловых потоков

$$(2.1) \quad \frac{q_w(s)}{q_{w0}} = \sqrt{\frac{u_e \rho_e \mu_e}{2 \frac{du_e}{ds} \Big|_{s=0} \rho_{e0} \mu_{e0} \alpha}} \left\{ \frac{(1 - \varphi) B_{\infty}(0)}{B_{\infty}(s)} \sqrt{\frac{\delta_g(0)}{\delta_g(s)}} + \right. \\ \left. + 2 Pr \sqrt{\delta_g(0) \delta_g(s)} B_{\infty}(0) \alpha \chi \left[1 - \frac{\Phi_i}{2 B_{\infty}(s)} \right] \right\} \frac{(1 - \Theta_w)}{(1 - \Theta_{w0})},$$

где

$$\varphi = \frac{(1 - Pr_M) u_e^2}{(1 - \Theta_w) v_m^2}, \quad \chi = \frac{\partial \ln(1 - \Theta_w)}{\partial s},$$

а выражение для управляющей функции $\delta_g(s)$ примет вид

$$(2.2) \quad \delta_g(s) = \int_0^s \frac{(1 - \varphi) \Psi}{Pr B_{\infty}(s)} \exp \left(\int_0^s \chi \frac{\Phi_i}{B_{\infty}(s)} ds \right) ds \left[\alpha \Psi \exp \left(\int_0^s \chi \frac{\Phi_i}{B_{\infty}(s)} ds \right) \right]^{-1}, \\ \Psi = \rho_e \mu_e u_e \left(\frac{r_w}{R_N} \right)^2.$$

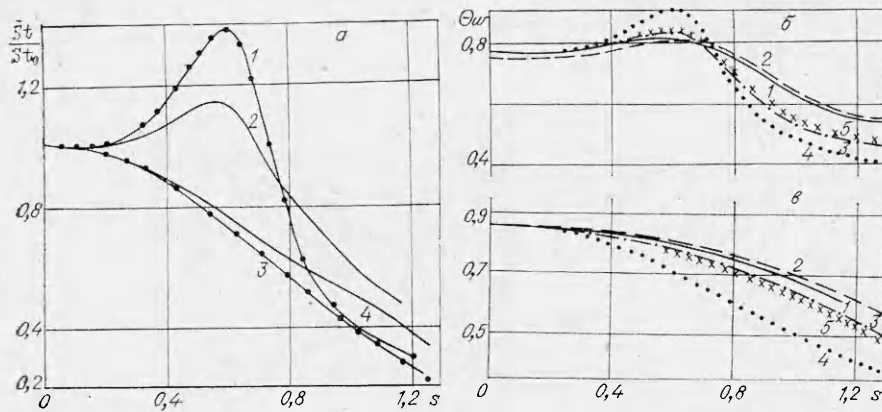


Рис. 2.

Здесь в соответствии с [14] при задании искомым профилей в виде интеграла ошибок и закона вязкости $\mu/\mu_{e0} = \sqrt{\Theta}$ значения интегралов Φ_1, B_∞ запишем как

$$\Phi_1 = 0,068 + 0,091 \left(\frac{\Theta_w(s)}{1 - \frac{u_e^2}{v_m^2}} \right)^{1/2}, \quad B_\infty = 0,068 + 0,057 \left(\frac{\Theta_w(s)}{1 - \frac{u_e^2}{v_m^2}} \right)^{1/2}.$$

Используя разложение функций в окрестности критической точки, получим с точностью до малых второго порядка

$$(2.3) \quad \delta_g(0) = \frac{1}{2 \Gamma_{1M} B_\infty(0)}, \quad B_\infty(0) = 0,068 + 0,057 \Theta_w^{1/2}.$$

Как показывают результаты численного интегрирования, а также анализ формулы (2.1) в случае $\Theta_w = \text{const}$, параметрический перебор значения Θ_w слабо сказывается на величине отношения тепловых потоков [14]. В то же время из формулы (2.1) вытекает, что второе слагаемое, связанное с производной $\partial\Theta_w/\partial s$, может вносить существенный вклад в значение коэффициента теплоотдачи в случае неизотермической поверхности. При обтекании плоской пластины потоком несжимаемого газа значительное влияние переменной температуры $T_w(s)$ на числа Нуссельта, подтвержденное сравнением теоретических и экспериментальных данных, показано в [15].

Как следует из сравнения кривых рис. 2, а, отношение чисел St/St_0 , полученное для постоянной и переменной температур поверхности, может существенно различаться. При этом на боковой части поверхности в области положительных значений $\partial\Theta_w/\partial s$ в соответствии с (2.1) отношение St/St_0 убывает, а для отрицательных — возрастает. При этом использование коэффициента теплоотдачи из газовой фазы, найденного для изотермической поверхности, может приводить к существенному занижению температуры поверхности при $\partial\Theta_w/\partial s < 0$.

Сравнение результатов решения задачи в точной постановке с учетом сопряженного теплообмена (кривые 1) с результатами решения задачи в раздельной постановке показано на рис. 2, б, в. Здесь и на рис. 3 кривые 2 отвечают решению уравнения теплопроводности при задании теплового потока из газовой фазы в виде $q_w = [q_w(s)/q_{w0}]q_{w0}$, где $q_w(s)/q_{w0}$ бралось из (2.1), а для расчета теплового потока в окрестности критической точки q_{w0} использовались известные формулы [16]. Здесь же кривые 3 получены для случая, когда в выражении (2.1) не учитывалось второе слагаемое, т. е. при $\chi = 0$. При этом также упрощается выражение для управляющей функции $\delta_g(s)$.

Как следует из сравнения кривых $\Theta_w(s)$, при задании теплового потока с учетом (2.1) результаты решения задачи в точной и раздельной по-

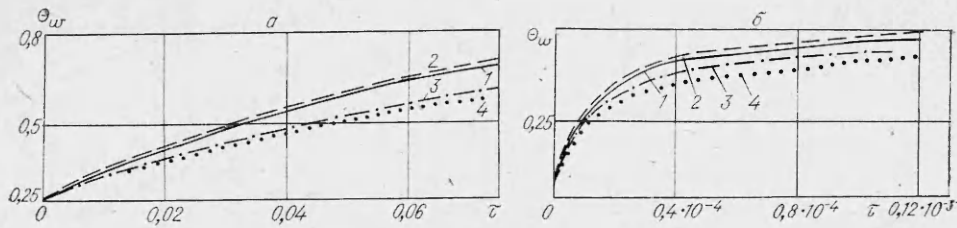


Рис. 3.

становках неплохо согласуются. Если учитывается только предыстория развития теплового пограничного слоя и не учитывается значение локальной производной $\partial\Theta_w/\partial s$, то происходит занижение температуры поверхности при $\partial\Theta_w/\partial s < 0$, что в большей степени сказывается для тела $y_c = x_c^{0,125}$, для которого сильно меняются условия на внешней границе пограничного слоя и, следовательно, температура поверхности при $s > 0,6$. Для сферы погрешность определения Θ_w не превосходит при $s \leq 1$ 5–6%, а при $s > 1$ достигает 10%.

Если при раздельной постановке задачи в качестве теплового потока из газовой фазы использовать выражения $q_w = (q_w(s)/q_{w0})^0 q_{w0}$, где относительный тепловой поток $(q_w/q_{w0})^0$ выбирается при начальной изотермической температуре поверхности, то погрешность определения $\Theta_w(s)$ при таком подходе значительно возрастает (кривые 4 на рис. 3, 2, б, в). Кривые 5 получены при использовании потока $q_w = St(s)(1 - \Theta_w)q_{w0}/[St(0)(1 - \Theta_{w0})]$, где отношение $St(s)/St(0)$ бралось при Θ_{wH} . Данные подходы отвечают заданию коэффициента теплоотдачи из газовой фазы для изотермической поверхности.

Анализ влияния неизотермической температуры $\Theta_w(s)$ на коэффициент теплоотдачи из газовой фазы может быть проведен из аналитического решения (2.1). Построим коэффициент неизотермичности в виде отношения St/St_0 для переменной и постоянной температур поверхности при прочих равных условиях:

$$(2.4) \quad \kappa = \frac{St/St_0}{(St/St_0)_H} = (1 - \varphi) \frac{B_\infty(0)}{B_\infty(s)} \sqrt{\frac{\delta_g(0)}{\delta_g(s)}} \left[1 + \frac{2 \text{Pr} \delta_g(s) B_\infty(s) \alpha \chi}{(1 - \varphi)} \left(1 - \frac{\Phi_1}{2B_\infty(s)} \right) \right] \left[(1 - \varphi) \frac{B_\infty(0)}{B_\infty(s)} \sqrt{\frac{\delta_g(0)}{\delta_g(s)}} \right]_H^{-1}$$

(индекс и отвечает характеристикам изотермической поверхности). Если $\mu \sim T$, то $\Phi_1(s) = \text{const} = 0,159$; $B_\infty(s) = \text{const} = 0,125$ и выражения (2.4), (2.2) могут быть упрощены. Используя допущение $\text{Pr}_M = 1$, получим

$$(2.5) \quad \kappa = \sqrt{\frac{\delta_g(s)_H}{\delta_g(s)}} \left[1 + 2\delta_g(s) B_\infty \alpha \chi \left(1 - \frac{\Phi_1}{2B_\infty} \right) \right],$$

$$\frac{\delta_g(s)_H}{\delta_g(s)} = \frac{\left(\frac{1 - \Theta_w}{1 - \Theta_{w0}} \right)^{B_\infty} \int_0^s \rho_e^{\mu_e} u_e \left(\frac{r_w}{R_N} \right)^2 ds}{\int_0^s \rho_e^{\mu_e} u_e \left(\frac{r_w}{R_N} \right)^2 \left(\frac{1 - \Theta_w}{1 - \Theta_{w0}} \right)^{\frac{\Phi_1}{B_\infty}} ds}.$$

Рассмотрим случай обтекания сферы, когда $r_w/R_N = \sin s$. Скорость на внешней границе u_e будем задавать как $u_e = du_e/ds|_{s=0} s$, а для распределения p_e используем формулу Ньютона $p_e/p_{e0} = \cos^2 s$. Учитывая характер распределения $q_w(s)$ по обводу сферы, зададим $\Theta_w(s)$ в виде $(1 -$

$-\Theta_w)/(1-\Theta_{w0}) = (1+As^2)^{B_\infty/\Phi_1}$, где A — положительный постоянный коэффициент. При $A=0$ имеем $\Theta_w(s) = \Theta_{w0} = \text{const}$. Тогда из (2.5)

$$(2.6) \quad \frac{\delta_g(s)_H}{\delta_g(s)} = \frac{1+As^2}{1+A \int_0^s s^3 \cos^2 s \sin^2 s ds \left(\int_0^s s \cos^2 s \sin^2 s ds \right)^{-1}}$$

$$(2.7) \quad \frac{\int_0^s s^3 \cos^2 s \sin^2 s ds}{\int_0^s s \cos^2 s \sin^2 s ds} = \frac{s^4 - s^3 \sin 4s - 0,75 s^2 \cos 4s + (3/8) s \sin 4s + (3/32) \cos 4s - 3/32}{2s^2 - s \sin 4s - 0,25 \cos 4s + 0,25}$$

Учитывая, что $2\delta_g(s)B_\infty = \delta_g(s)/\delta_g(s)_H$, $\chi = \frac{B_\infty 2As}{\Phi_1 (1+As^2)}$, $\alpha = (2s^2 - s \sin 4s - 0,2 s \cos 4s + 0,25)/(16s \sin^2 s \cos^2 s)$, легко найдем κ . Будем определять A из условия $\Theta_w(s_*) = \Theta_*$ на заданном луче s_* , тогда $A = \left[\frac{\Phi_1}{(1-\Theta_*)/(1-\Theta_{w0})} - 1 \right]^{1/2} s_*^2$. При больших значениях Θ_{w0} $A > 1$; например, из рис. 2, *в* следует, что $\Theta_{w0} = 0,86$, $\Theta_* = 0,6$, $s_* = 1,2$, тогда $A = 1,95$. Отсюда при $s = 1,3$ из решения (2.5)–(2.7) $\sqrt{\delta_g(s)_H/\delta_g(s)} = 1,295$, $\kappa = 2,17$. При малых значениях Θ_{w0} $A = 0,05 - 0,15$; так, для $\Theta_{w0} = 0,19$, $s = 1,3$ $A = 0,113$, тогда $\sqrt{\delta_g(s)_H/\delta_g(s)} = 1,045$, $\kappa = 1,27$.

Проведенный анализ подтверждает выводы о необходимости учета неизоэнергичности поверхности в выражении для St/St_0 в сечениях, удаленных от критической точки, в широком диапазоне изменения температурного фактора. Это подтверждается расчетными данными рис. 3, *а*, *б*, где для тела $y_c = x_c^{3,125}$ приведена динамика изменения температуры поверхности с течением времени при $s = 0,86$ для точной и раздельной постановок задачи. Рис. 3, *а* отвечает расчету, представленному на рис. 1, на рис. 3, *б* даны результаты расчета обтекания тела при $M_\infty = 10$ при прочих одинаковых определяющих параметрах. В этом случае при $T_{wH} = 300$ К $\Theta_{1H} = 0,0496$ и видно, что с течением времени в сечении $s = 0,86$ различие в определении $T_w(\tau)$ также значительно.

Расчет краевой задачи (1.1)–(1.7) показал, что для адиабатического условия на внутренней стенке оболочки при больших значениях τ температура поперек оболочки выравнивается и $\Theta_w(s)$ выходит на значение радиационной равновесной температуры $\Theta_{wr}(s)$, которая также определялась независимо из задачи (1.1)–(1.5) с балансовым условием сохранения энергии

$$(2.8) \quad q_w(0, s) \sqrt{\text{Re Pr}_M} \frac{\lambda_{e0}}{\lambda_{1*}} = \pi_\sigma \Theta_w^4$$

При этом для $\epsilon = 0,7$, $M_\infty = 4$, $T_{e0} = 1210$ К параметр π_σ мал и распределение Θ_{wr} по обводу тела несколько ниже, чем значение адиабатической температуры поверхности, которая может быть заранее оценена [17]. При увеличении M_∞ температура торможения T_{e0} возрастает, это в свою очередь приводит к увеличению π_σ и занижению Θ_{wr} , причем по обводу тела величина Θ_{wr} меняется гораздо сильнее.

На рис. 4, *а* приведена обработка результатов решения сопряженной задачи рис. 1, *в* в виде соотношения $St/St_H = q_w(s^*) [1 - \Theta_{wH}(s^*)] / q_{wH}(s^*) (1 - \Theta_w(s^*))$, где St_H соответствует начальной изотермической температуре поверхности, для различных значений координаты s^* по обводу тела. Здесь же штриховые кривые отвечают значениям St/St_H , найденным в ре-

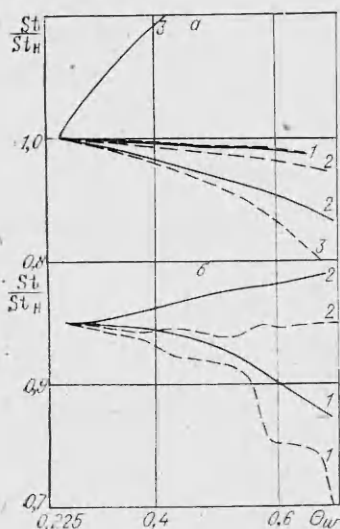


Рис. 4.

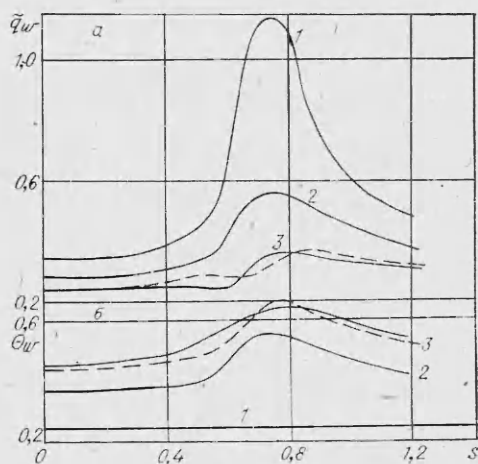


Рис. 5.

зультате интегрирования уравнений пограничного слоя при различных изотермических значениях температуры стенки. Кривые 1—3 построены при $s = 0; 0,6; 0,86$ для тела $y_c = x_c^{0,125}$.

В окрестности точки торможения, как и следовало ожидать, результаты расчета по обеим постановкам совпадают, а на боковой поверхности могут значительно различаться (кривые 3). По этой причине, как было указано выше, использование закона теплообмена, полученного для изотермической стенки, будет приводить к существенным погрешностям в определении Θ_w на боковой поверхности данных тел.

На рис. 5 представлено поведение безразмерного теплового потока $\tilde{q}_w(s, \tau)$ и температуры поверхности в различные моменты времени при наличии ламинарной, переходной и турбулентной областей течения в пограничном слое. Здесь $M_\infty = 4$, $T_\infty = 288$ К, $\Theta_{1H} = 0,248$, $K = 3,186$, $L/R_N = 0,1$, $u/\mu_{e0} = \Theta^{3/2}(1+c)/(\Theta+c)$, $\partial\Theta/\partial y_1|_{y_1=L/R_N} = 0$, $Re = 5,7 \cdot 10^6$ и рассматривалось обтекание тела с уравнением контура $y_c = x_c^{0,125}$. Кривые 1—3 соответствуют $\tau = 0; 0,01; 0,02$. Сплошные линии получены из решения краевой задачи с применением двумерного уравнения энергии (1.3) в теле, штриховые — при $\tau = 0,02$ при использовании одномерного уравнения, когда перетеканием тепла по продольной координате s пренебрегалось. Следует отметить, что условия данных расчетов (достаточно большой коэффициент теплопроводности в теле, сильный продольный перепад температуры поверхности вследствие турбулентного характера течения в пограничном слое) приводят к максимальному отличию $\Theta_w(s)$ (до 10%). В случае малых коэффициентов теплопроводности в теле либо при ламинарном характере течения в пограничном слое перетеканием тепла по продольной координате можно пренебречь.

В [17, 18] для сферического затупления показана консервативность отношения St/St^* , где $St^* = q_w^*/[\rho_\infty v_\infty c_p (T_{e0} - T_w^*)]$ отвечает максимальному значению теплового потока q_w^* , для изотермической поверхности в широком диапазоне определяющих параметров задачи. Представляет интерес анализ поведения этой величины в условиях прогрева тела. Результаты решения, представленные на рис. 5, обработаны в виде $St/St^*(s)$ для тех же моментов времени и приведены на рис. 6, где 1—3 соответствуют $\tau = 0; 0,01; 0,02$, штриховая линия — обтеканию сферы с учетом переходной зоны при $\Theta_w = \Theta_{1H} = 0,248$ и определяющих параметрах рис. 5. При использовании модели точечного перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный для сферического затупления отношение St/St^* для

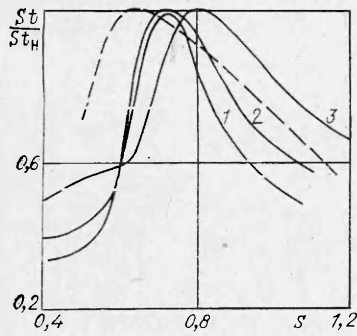


Рис. 6.

$\Theta_w = \text{const}$ хорошо согласуется с формулой [18], полученной при применении метода эффективной длины [19].

Как видно из рис. 6, с течением времени для различного поведения температуры поверхности по обводу тела отношение St/St^* меняется значительно. При этом использование величины St/St^* , найденной для изотермической поверхности, в качестве коэффициента теплоотдачи из газовой фазы при раздельном способе решения задачи будет приводить к существенному снижению температуры боковой поверхности тела, как и в случае ламинарного режима течения в пограничном слое.

Данный вывод вытекает также из рис. 4, б, где проводится сравнение результатов решения в сопряженной постановке по данным расчета рис. 5 (сплошные кривые) с данными численного интегрирования системы уравнений при различных изотермических значениях температуры поверхности (штриховые). Здесь линии, характеризующие зависимость $St/St_{\text{н}}$ от Θ_w для турбулентного режима течения в пограничном слое, приведены для двух значений s по обводу тела (1, 2 соответствуют $s = 0,86; 1,23$).

Для различных форм тел проведено сравнение результатов численного интегрирования краевой задачи (1.1)–(1.7) с данными расчета задачи прогрева оболочки при использовании для теплового потока формул, полученных по методу эффективной длины [19] для общего случая неизотермической поверхности:

$$q_w = 0,0296 \text{Pr}_m^{-0,57} k_1 \rho_w^{0,5} u_e^{0,9} \mu_w^{0,2} x_{\text{эф}}^{-0,2} c_p (T_r - T_w),$$

$$k_1 = \left(\frac{T_w}{T_r} \right)^{[0,4+0,2\exp(-0,89\omega)]} (1 + 0,89\omega)^{0,11},$$

$$\omega = u_e^2 / 2h_e, T_r = T_{e0} \left(\frac{1 + 0,89\omega}{1 + \omega} \right),$$

$$x_{\text{эф}} = \int_0^s \rho_w \mu_w^{0,25} \left(\frac{k_1 r_w}{\text{Pr}_m} \right)^{1,25} (T_r - T_w)^2 ds \left/ \left\{ \rho_w \mu_w^{0,25} \left(\frac{k_1 r_w}{\text{Pr}_m} \right)^{1,25} (T_r - T_w)^2 \right\} \right.$$

Для раздельной постановки задачи задавался точечный переход от ламинарного режима течения к турбулентному. При этом расчеты показали удовлетворительное согласие по температуре поверхности около 8% в области развитого турбулентного течения для случая обтекания сферы. Для тела $y_c = x_r^{0,125}$ при раздельной постановке задачи занижение температуры поверхности достигает 15% при $s > 0,8$ и $\tau = 0,02$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А. В. Теплообмен. Справочник. М.: Энергия, 1972.
2. Зинченко В. И., Трофимчук Е. Г. Решение неавтономных задач теории ламинарного пограничного слоя с учетом сопряженного теплообмена. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 4.
3. Зинченко В. И., Путятин Е. П. Исследование теплообмена при обтекании тел различной формы с учетом вдува. — ИФЖ, 1983, т. 45, № 1.
4. Chapman P. R., Rubbesin H. W. Temperature and velocity profiles in the compressible laminar boundary layer with arbitrary distribution of surface temperature. — J. Aeron. Sci., 1949, v. 16, N 9.
5. Дорфман А. Ш. Теплообмен при обтекании неизотермических тел. М.: Машиностроение, 1982.
6. Sebeci Tuncer. Behaviour of turbulent flow near a porous wall with pressure gradient. — AIAA J., 1970, v. 8, N 12.
7. Chen K. K., Thyson N. A. Extension of Emmons spot theory to flows on blunt bodies. — AIAA J., 1971, v. 9, N 5.

8. Feldhuhn R. H. Heat transfer from a turbulent boundary layer on a porous hemisphere. AIAA Paper, 1976, N 119.
9. Любимов Л. Н., Русанов В. В. Течение газа около тупых тел. М.: Наука, 1970, т. 2.
10. Гришин А. М., Берцун В. Н. Итерационно-интерполяционный метод и теория сплайнов.— ДАН СССР, 1974, т. 214, № 4.
11. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
12. Кемп, Роуз, Дегра. Ламинарный теплообмен тупых тел с потоком диссоциированного воздуха.— В кн.: Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. М.: ИЛ, 1962.
13. Тирский Г. А. Метод последовательных приближений для интегрирования уравнений ламинарного многокомпонентного пограничного слоя с химическими реакциями, включая реакции ионизации. Отчет Ин-та мех. МГУ, 1969, № 1016.
14. Брыкина И. Г., Гершбейн Э. А., Пейгин С. В. Ламинарный пространственный пограничный слой на проницаемой поверхности в окрестности плоскости симметрии.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5.
15. Жукаускас А., Жюжда Н. Теплоотдача в ламинарном потоке жидкости. Вильнюс: Минтис, 1969.
16. Фэй Д., Риддел Ф. Теоретический анализ теплообмена в передней критической точке, омываемой диссоциированным воздухом.— В кн.: Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. М.: ИЛ, 1962.
17. Лапин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М.: Наука, 1982.
18. Землянский Б. А., Степанов Г. Н. О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 5.
19. Авдусевский В. С., Галицейский Б. М., Глебов Г. А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1975.

Поступила 25/XII 1984 г.

УДК 532.529 + 533.6.011

КОНТИНУАЛЬНО-ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ СМЕСИ ГАЗ — ТВЕРДЫЕ ЧАСТИЦЫ ПРИ МАЛОЙ ОБЪЕМНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ЧАСТИЦ

С. П. Киселев, В. М. Фомин

(Новосибирск)

В [1—3] отмечено, что один из недостатков двухжидкостной модели — возможность пересечения траекторий частиц и, как следствие, возникновение бесконечной средней плотности частиц в точках пересечений. В [2] для течений $Kn \ll 1$ предложено в точках пересечений траекторий вводить сгустки плотно упакованных частиц, формирование которых обусловлено столкновениями частиц. В данной работе рассматривается случай, когда $Kn \gg 1$. Ансамбль частиц описывается с помощью бесстолкновительного кинетического уравнения. Показано на примерах, что в этой модели пересечение траекторий частиц возможно и средняя плотность частиц остается всюду конечной. Исследована устойчивость течения смеси газа с частицами к малым возмущениям в рамках предлагаемой модели. В отличие от двухжидкостной модели [1, 2, 4] возмущения становятся ограниченными, а их величина обратно пропорциональна ширине функции распределения частиц по скоростям в дробной степени. Ограниченность возмущений в [2] достигается введенным столкновением в «газ» частиц.

1. Кинетическое уравнение для частиц в бесстолкновительном пределе найдем из уравнения [5], которое в пренебрежении столкновениями и диффузией частиц в пространстве скоростей (малые m_2) имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \mathbf{u}_2 \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{r}} + \left(\mathbf{g} - \frac{1}{\rho_{22}} \nabla p \right) \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \mathbf{u}_2} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}_2} \left[\frac{(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2)}{\tau} \mathcal{F} \right] = 0,$$

где $\mathbf{u}_1(t, \mathbf{r})$, $p(t, \mathbf{r})$ — скорость и давление газа; \mathbf{u}_2 , ρ_{22} — скорость и истинная плотность частицы; $\mathcal{F}(t, \mathbf{r}, \mathbf{u}_2)$ — одночастичная функция распределения частиц; \mathbf{g} — ускорение свободного падения; τ — время релаксации; m_2 — объемная концентрация частиц.

Данное упрощение выполняется при неравенстве

$$(1.2) \quad Kn \simeq d/m_2 L \gg 1.$$

Здесь d — диаметр частиц; L — характерный размер изменения средних