УДК 532.529.5

О ГИПОТЕЗЕ КРУПНОМАСШТАБНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ГАЗОЖИДКОСТНОГО ПОТОКА

Н. Н. Елин, О. В. Клапчук

(*Москва*)

Накопленный в последние годы экспериментальный материал по локальным характеристикам газожидкостных потоков стимулирует развитие полуэмпирических методов исследования таких течений.

В известных к настоящему времени работах двухфазная смесь часто рассматривается как локально гомогенная жидкость, на которую переносятся те или иные гипотезы из гидродинамики однофазных потоков [1, 2]. При этом из рассмотрения выпадают крупномасштабные пульсации гидродинамических величин — скорости, давления, газосодержания.

Роль крупномасштабных пульсаций в газожидкостном потоке показана в [3] путем анализа баланса турбулентной энергии, согласно которому в двухфазном потоке имеет место переход энергии пульсационного (макропульсационного) движения в энергию осредненного движения. Наличие крупномасштабных пульсаций необходимо учитывать в исходных уравнениях сохранения массы, импульса и энергии двухфазных потоков.

Построением системы дифференциальных уравнений, описывающих движение многофазных систем, занимались многие советские и зарубежные исследователи. Анализ наиболее распространенных работ содержится в обзорах [4, 5].

Одним из основных вопросов является выбор масштабов осреднения интегральных уравнений сохранения. Большинство исследователей рассматривают двухфазную смесь в виде несжимаемой жидкости с диспергированными твердыми частицами. В объеме смеси, на который распространяется осреднение, заранее предполагается присутствие обоих компонентов, причем объемная концентрация не зависит от размеров объема осреднения вплоть до бесконечно малых значений последнего.

В результате в осредненных уравнениях появляются корреляции, содержащие пульсацию концентрации.

Такой подход может быть использован для смесей, где размер включений значительно меньше масштабов пространственного осреднения.

При движении газожидкостных смесей в пробковом режиме характерный размер включений соизмерим с масштабами потока (диаметром трубы). Для такого течения можно принять, что в любой момент времени объем, по которому проводится осреднение, занят одной из фаз.

В этом случае корреляции, содержащие пульсацию концентрации, обращаются в нуль и осредненные уравнения сохранения массы и импульса сводятся к уравнениям работы [6]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i\alpha_i) - \nabla(\rho_i\alpha_i\mathbf{U}_i) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_i\alpha_i\mathbf{U}_i) = -(\nabla\rho_i\mathbf{U}_i)\,\alpha_i\mathbf{U}_i + \rho_i\alpha_i\mathbf{g} + \nabla(\alpha_i\mathbf{P}_i) + \nabla(\alpha_i\mathbf{T}_i).$$

Тензор $\mathbf{P}_i$ в декартовой системе координат (m; $n = x$; y; z) имеет вид

$$P_{imn} = -p_i\delta_{mn} + \mu_i(\partial U_{im}/\partial n + \partial U_{in}/\partial m)$$

(δ_{mn} — тензорная единица).

Компоненты тензора второго ранга

$$T_{imn} = -\rho_i\overline{u'_{im}u'_{in}} \tag{1}$$

нельзя трактовать как вызванные только турбулентными пульсациями, поскольку отклонения от средних величин могут иметь и регулярный характер.

Для расчета этих компонентов необходимо ввести определенные гипотезы о связи пульсационных составляющих скоростей с полем осредненных во времени гидродинамических величин потока.

Энергетические спектры пульсаций давления [3, 7] и трения на стенке [8] указывают на наличие в двухфазном пробковом потоке пульсаций гидродинамических величин двух видов: мелкомасштабных, порожденных общей неустойчивостью, аналогичных пульсациям в однофазном потоке, и крупномасштабных

$$f = \bar{f} + f_t' + f_{\text{к}}', \tag{2}$$

где f — действительное мгновенное значение гидродинамической величины; f_t' — мелкомасштабная (чисто турбулентная) составляющая пульсации; $f_{\text{к}}'$ — крупномасштабная составляющая.

В широком диапазоне изменения расходных параметров потока максимум спектральных функций пульсаций [3] лежит в области низких частот, а это означает, что основная энергия приходится на крупномасштабные пульсации.

Подставив соотношение (2) в (1), получим

$$T_{imn} = -\rho_i\left(\overline{u_{imt}'u_{int}'} + \overline{u_{imt}'u_{in\text{к}}'} + \overline{u_{im\text{к}}'u_{int}'} + \overline{u_{im\text{к}}'u_{in\text{к}}'}\right). \tag{3}$$

Поскольку мелкомасштабные и крупномасштабные пульсации имеют разную природу, вполне разумной будет гипотеза о слабом взаимодействии между крупномасштабным движением, порожденным пульсацией концентрации [3], и «однофазной турбулентностью». Согласно введенной гипотезе, второй и третий члены правой части уравнения (3) равны нулю и уравнение принимает вид

$$T_{imn} = -\rho_i\left(\overline{u_{imt}'u_{int}'} + \overline{u_{im\text{к}}'u_{in\text{к}}'}\right). \tag{4}$$

Первый член в правой части (4) имеет тот же смысл, что и в обычной однофазной турбулентности — касательные напряжения, обусловленные турбулентными пульсациями скорости. Кроме того, из (4) следует, что в газожидкостном потоке касательные напряжения возрастают за счет дополнительного крупномасштабного перемешивания.

Выражение для касательных напряжений в двухфазном потоке с продольной компонентой скорости u и поперечной v при пренебрежении вязким трением можно записать в виде

$$\tau = -\alpha_1\rho_1\left(\overline{u_{1t}'v_{1t}'} + \overline{u_{1\text{к}}'v_{1\text{к}}'}\right) - \alpha_2\rho_2\left(\overline{u_{2t}'v_{2t}'} + \overline{u_{2\text{к}}'v_{2\text{к}}'}\right), \tag{5}$$

где $\alpha_{1(2)}$ — вероятность пребывания фазы 1(2) в данной точке (локальное газосодержание). Индекс 1 везде относится к жидкой фазе, 2 — к газовой.

Моменты корреляции, содержащие мелкомасштабные пульсации скорости, могут быть выражены при помощи известных соотношений полуэмпирических теорий турбулентности однородной жидкости, например при помощи гипотезы пути перемешивания Прандтля:

$$-\overline{u_{it}'v_{it}'} = \varkappa_i^2 y^2 \left(\frac{d\bar{u}_i}{dy}\right)^2,$$

где $i = 1,2$; $\varkappa_i$ —константа Кармана; y — расстояние от стенки.

Полагая, что профили скорости обеих фаз и профиль скорости смеси $\bar{u}_{\text{с}} = \alpha_1\bar{u}_1 + \alpha_2\bar{u}_2$ подобны, получим

$$-\overline{u_{it}'v_{it}'} = \varkappa_i^2 y^2 \left(\frac{\bar{u}_i}{\bar{u}_{\text{с}}}\right)^2 \left(\frac{d\bar{u}_{\text{с}}}{dy}\right)^2.$$

Теорию пути перемешивания используем и для оценки моментов корреляции вида $\overline{u'_{iк}v'_{iк}}$. Одной из первых в этом направлении была работа [9], в которой рассматриваются дополнительные касательные напряжения в жидкой фазе, обусловленные движением газового пузырька относительно окружающей жидкости. Осредненное во времени произведение крупномасштабных пульсаций скорости на расстоянии от стенки имеет вид [9]

$$(6)\qquad \overline{(-u'_{iк}v'_{iк})_y} = \left|\overline{u'_{iк}}\right|\left|\overline{v'_{iк}}\right|[1-\alpha_i(y_1)],$$

где y_1 — расстояние от стенки, на котором проходит газовый пузырек, создающий дополнительное (крупномасштабное) перемешивание.

Соотношение для дополнительных касательных напряжений в жидкой фазе получено в [9] при рассмотрении движения пузырька сферической формы в неограниченном объеме жидкости. Величина этих напряжений определяется через осредненные по сечению канала значения диаметра пузырька и его скорости относительно окружающей жидкости.

При пробковом режиме течения смеси крупные газовые включения движутся в стесненном пространстве, ограниченном стенками трубы. Теория, развития в [9], не учитывает этого. Кроме того, модель [9] неудобна тем, что зависимость диаметра пузырька от расходных и физических характеристик потока в настоящее время неизвестна. Экспериментальное изучение этой зависимости представляет большие трудности. Поэтому для получения расчетных формул удобнее выразить касательные напряжения через известные характеристики двухфазного потока.

Рассмотрим межфазную поверхность, движущуюся с постоянной скоростью c и не изменяющую при этом своей формы. Уравнение межфазной поверхности $a(x, t)$ (a — расстояние от центра канала) можно представить в виде функции одной переменной $\xi = x - ct$. Функция $a = a(\xi)$ периодическая, ее период равен длине газожидкостной пробки $l_{гж}$.

Частицы газа движутся относительно межфазной поверхности со скоростью $\bar{u}_2 - c$, жидкости — со скоростью $\bar{u}_1 - c$. Вследствие такого относительного движения возникает дополнительное перемешивание. В случае $\bar{u}_i - c = 0$ дополнительного перемешивания внутри фазы i нет и крупномасштабные пульсации скорости в этой фазе отсутствуют.

При пробковом течении газожидкостной смеси почти вся газовая фаза сосредоточена в крупных включениях (газовых пробках). Следуя модели, предложенной в [9], предположим, что обтекание газовой пробки жидкостью происходит как обтекание идеальной жидкостью цилиндрического тела переменной толщины $a(\xi)$.

При этом линии тока в жидкости отклоняются на некоторое расстояние $Y(\xi)$ от своего первоначального положения. Если расстояние, на котором жидкость сохраняет свой первоначальный импульс, пропорционально Y, путь перемешивания в крупномасштабном флуктуационном движении $l_к(\xi) \sim Y(\xi)$. Для двухфазного потока, в котором газовые пробки симметричны относительно оси трубы (пробковое течение в вертикальных трубах, а также в трубах любой ориентации при значении числа Фруда, большем автомодельного), характерными размерами являются расстояние от стенки y, диаметр трубы D, а также $a(\xi)$. Поскольку форма межфазной поверхности неизвестна, положим

$$(7)\qquad l_к(\xi) \sim Y(\xi) = y\,\frac{a(\xi)}{R},$$

где $R = D/2$ — радиус трубы. Выражение (7) удовлетворяет граничным условиям

$$l_{\text{к}}(\xi) = 0 \text{ при } y = 0 \text{ и } a(\xi) = 0,\quad l_{\text{к}}(\xi) = a(\xi) \text{ при } y = R. \tag{8}$$

Осредняя (7) по периоду $a(\xi)$, получим

$$l_{\text{к}} = y\sqrt{\varphi_2}, \tag{9}$$

где для круглой трубы радиусом R

$$\varphi_2 = \frac{\bar{a}^2}{R^2},\quad a = \frac{1}{l_{1\text{ж}}}\int\limits_{l_{\text{гж}}} a(\xi)\,d\xi.$$

Следуя теории пути перемешивания, запишем

$$|u'_{1\text{к}}| \sim |v'_{1\text{к}}| \sim l_{\text{к}}\frac{d(\bar{u}_1 - c)}{dy}. \tag{10}$$

Экспериментальные данные [10] свидетельствуют о том, что локальная концентрация фаз при пробковом течении газожидкостной смеси почти не изменяется по сечению трубы. Исключение составляет пристенный слой, где α_2 резко возрастает от 0 до $\langle\alpha_2\rangle = \varphi_2$.

Полагая $\alpha_i = \varphi_i$, выражение (6) при помощи (9), (10) и введенной ранее гипотезы о подобии профилей скорости обеих фаз и смеси можно преобразовать к виду

$$-\overline{u'_{1\text{к}}v'_{1\text{к}}} = \varkappa_{\text{к}}^2 y^2 \varphi_2^2\left(\frac{\bar{u}_1 - c}{\bar{u}_{\text{с}}}\right)^2\left(\frac{d\bar{u}_{\text{с}}}{dy}\right)^2, \tag{11}$$

где $\varkappa_{\text{к}}$ — постоянная.

Аналогичное выражение можно записать для крупномасштабных пульсаций скорости в газовой фазе, имеющих место при движении жидких пробок:

$$-\overline{u'_{2\text{к}}v'_{2\text{к}}} = \varkappa_{\text{к}}^2 y^2 \varphi_1^2\left(\frac{\bar{u}_2 - c}{\bar{u}_{\text{с}}}\right)^2\left(\frac{d\bar{u}_{\text{с}}}{dy}\right)^2. \tag{12}$$

Подставив (6), (11), (12) в (5), получим

$$\tau = \rho_{\text{с}} A y^2\left(\frac{d\bar{u}_{\text{с}}}{dy}\right)^2, \tag{13}$$

где $A = \left\{\frac{\varphi_1\rho_1}{\rho_{\text{с}}}\left[\varkappa_t^2\left(\frac{\bar{u}_1}{\bar{u}_{\text{с}}}\right)^2 + \varkappa_{\text{к}}^2\left(\frac{\bar{u}_1 - c}{\bar{u}_{\text{с}}}\right)^2\right] + \frac{\varphi_2\rho_2}{\rho_{\text{с}}}\left[\varkappa_t^2\left(\frac{\bar{u}_2}{\bar{u}_{\text{с}}}\right)^2 + \varkappa_{\text{к}}^2\left(\frac{\bar{u}_2 - c}{\bar{u}_{\text{с}}}\right)^2\right]\right\}$;

$\rho_{\text{с}} = \varphi_1\rho_1 + \varphi_2\rho_2$.

При пробковом течении смеси на стенке трубы всегда имеется слой жидкости толщиной $\delta_{\text{л}}$, внутри которого течение ламинарно. Полагая $\alpha_2 = 0$ при $0 \leqslant y \leqslant \delta_{\text{л}}$, $\alpha_2 = \varphi_2$ при $y > \delta_{\text{л}}$ и вводя определения динамической скорости и динамической длины

$$u_* = \sqrt{\tau/\rho_{\text{с}}},\quad l_* = \nu_1/u_*, \tag{14}$$

примем

$$\delta_{\text{л}} = \gamma l_*,\quad \bar{u}_{1\text{л}} = \beta_1\bar{u}_{\text{сл}}/\varphi_1 = \gamma u_*, \tag{15}$$

где $\bar{u}_{1\text{л}}$ — скорость жидкости на внешней границе ламинарного подслоя; γ — числовой множитель. Причем, как и для однофазного потока, $\gamma = 11{,}5$ [11].

Проинтегрировав (13) с учетом (14), (15), получим распределение скорости смеси по сечению трубы

$$\frac{\bar{u}_c}{u_*} = \frac{1}{\sqrt{A}} \ln \frac{yu_*}{\nu_1} + \left(\frac{\varphi_1}{\beta_1}\gamma - \frac{1}{\sqrt{A}} \ln \gamma\right). \tag{16}$$

Для определения коэффициента гидравлического сопротивления смеси используем выражение [3]

$$\tau = \lambda_c \rho_c B \langle \bar{u}_c \rangle^2, \tag{17}$$

где

$$B = \frac{1}{\rho_c}\left(\frac{\beta_1^2}{\varphi_1}\rho_1 + \frac{\beta_2^2}{\varphi_2}\rho_2\right).$$

При помощи (14), (16), (17) обычным путем [11] можно получить

$$\lambda_c = \left\{\frac{0{,}813\sqrt{B}}{\sqrt{A}}\left[\lg\left(\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_c}\right) + \lg\sqrt{B} - 2{,}47\right] + 4{,}07\frac{\varphi_1}{\beta_1}\sqrt{B}\right\}^{-2}, \tag{18}$$

где $\mathrm{Re} = \langle \bar{u}_c \rangle D/\nu_1$.

В случае течения смеси в шероховатой трубе условие на высоте выступов шероховатости запишем в виде

$$y = k_э, \quad \bar{u}_1 = \bar{u}_{1k} = \frac{\beta_1}{\varphi_1}\bar{u}_{ck} = \Phi\left(\frac{k_э u_*}{\nu_1}\right).$$

Проинтегрировав (13), получим

$$\frac{\bar{u}_c}{u_*} = \frac{1}{\sqrt{A}} \ln \frac{y}{k_э} + \frac{\varphi_1}{\beta_1}\Phi\left(\frac{k_э u_*}{\nu_1}\right).$$

Коэффициент гидравлического сопротивления для шероховатой трубы

$$\lambda_c = \left[\frac{0{,}813\sqrt{B}}{\sqrt{A}}\left(\lg\frac{D}{2k_э} - 0{,}65\right) + \frac{3\varphi_1}{\beta_1}\sqrt{B}\right]^{-2}. \tag{19}$$

При $\beta_2 = 0$ формулы (18), (19) переходят в формулы коэффициентов гидравлического сопротивления однофазного потока [11].

Отсутствие достаточного количества надежных экспериментальных данных по профилям осредненных скоростей смеси в пробковом потоке не позволяет определить постоянную $\varkappa_к$ из формулы (16). Поэтому $\varkappa_к$ вычислялось путем сопоставления формул (18), (19) с экспериментальными данными [3]. Для постоянной $\varkappa_к$ получено численное значение $\varkappa_к = 1{,}73$.

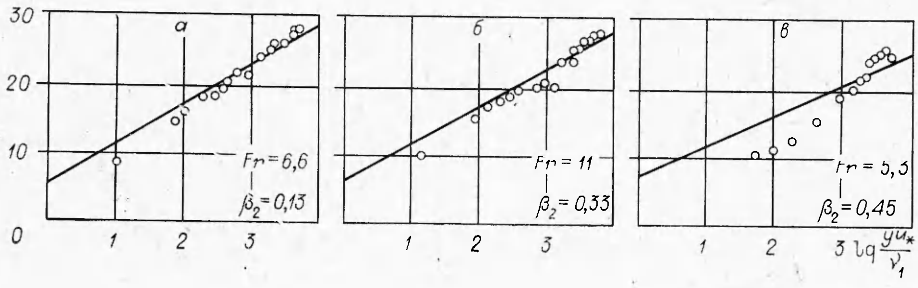
Для практических расчетов пробкового течения двухфазной смеси получена интерполяционная формула

$$\lambda_c = \left[(3 - 1{,}26a) - 2a\lg\left(\frac{2k_э}{D} + \frac{18{,}7}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_c}}\right)\right]^{-2}, \tag{20}$$

где

$$a = \left[1 + 18{,}8(1 - K)^2\frac{\beta_2^2}{\beta_1^2}\right]^{-1/2}; \quad K = \varphi_2/\beta_2.$$

Анализируя соотношение (16), можно заметить, что распределение осредненных скоростей в двухфазном потоке не подчиняется универсальному логарифмическому закону. Отличие состоит в том, что коэффициент



Фиг. 1

при члене, содержащем логарифм, и свободный член в уравнении (16) не являются постоянными, а зависят от соотношения объемных расходных и объемных истинных концентраций компонентов смеси.

Условия, при которых профиль осредненных скоростей смеси более равномерный, чем при турбулентном течении однородной жидкости, определяются неравенством $A > \varkappa_t^2$. При $\rho_1 \gg \rho_2$ это соответствует

$$\beta_2 = \frac{0{,}32}{3\,(1-K) + 0{,}16\,(1+K)}.$$

Для воздухо-водяной смеси при $p = 0{,}1$ МПа ($K = 0{,}81$) получим $\beta_2 > 0{,}372$. Распределение скорости жидкой фазы в двухфазном пробковом потоке получим путем подстановки в (16) очевидного равенства $\bar{u}_1 = (\beta_1/\varphi_1)\,\bar{u}_c$.

При $\rho_1 \gg \rho_2$

$$\frac{\bar{u}_1}{u_*} = \frac{1}{\sqrt{0{,}16 + 3\,(1-K)^2\beta_2^2/\beta_1^2}} \ln \frac{yu_*}{\nu_1} + \left(\gamma - \frac{1}{\sqrt{0{,}16 + 3\,(1-K)^2\beta_2^2/\beta_1^2}} \ln \gamma\right). \quad (21)$$

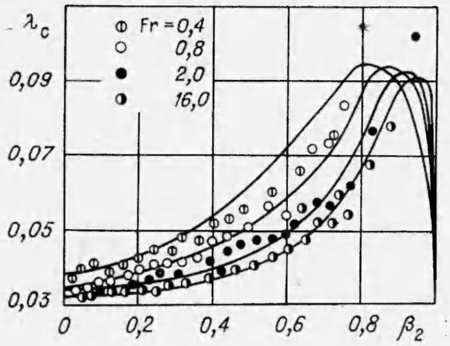
Можно заметить, что профиль $u_1(y)$ более равномерный, чем профиль скорости в однофазном турбулентном течении, поскольку подкоренное выражение в первой части уравнения (21) при всех $\beta_2 \neq 0$ больше $\varkappa_t^2 = 0{,}16$.

По той же причине коэффициент гидравлического сопротивления λ_c, вычисленный по формуле (20), всегда больше коэффициента гидравлического сопротивления течению однородной жидкости [11], причем эта разница увеличивается с ростом β_2.

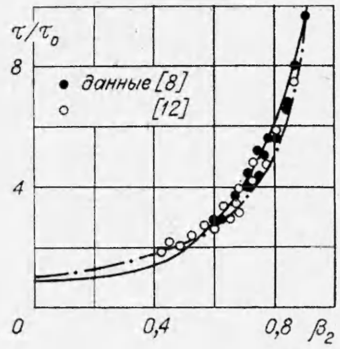
Сопоставление результатов расчета профилей скорости жидкости по формуле (21) с данными измерений В. П. Однорала, выполненных в ИТФ СО АН СССР при помощи электродиффузионного метода, показывает хорошее совпадение эксперимента и предлагаемого расчета (фиг. 1).

На фиг. 2 приведено сопоставление результатов расчета по предлагаемой методике (сплошные линии) с экспериментальными данными [3], полученными при различных значениях критерия Фруда. Как видно в области развитого течения смеси при Fr > 4 расчет имеет лучшую согласованность с экспериментом.

Сопоставление формулы (20) с известными в настоящее время эмпирическими методами расчета пробкового потока осложняется тем, что в большинстве методик не используется понятие коэффициента гидравлического сопротивления смеси. В тех случаях, когда это понятие вводится, расчетное уравнение для определения потерь давления записывается в различных методиках по-разному.



Фиг. 2



Фиг. 3

На фиг. 3 сопоставление предлагаемой методики (сплошная линия) с экспериментальными данными [8, 12] представлено в координатах τ/τ_0, β_2. Здесь же показаны результаты расчета по методике работы [13] (штрихпунктирная линия). Видно, что полученное расчетное соотношение вполне удовлетворительно согласуется с указанными экспериментальными данными во всей области существования пробкового потока.

Авторы выражают благодарность сотрудникам лаборатории физической гидродинамики ИТФ СО АН СССР за информацию об измерениях профилей скорости.

Поступила 25 IX 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. **Beattie D. R. H.** Two-phase flow structure and mixing length theory.—Nucl. Eng. and Design., 1972, vol. 21, N 1.
2. **Горин А. В.** Трение, профили скорости и газосодержания в газожидкостном турбулентном потоке.— ИФЖ, 1978, т. 35, № 3.
3. **Мамаев В. А., Одишария Г. Э., Кланчук О. В., Точигин А. А., Семенов Н. И.** Движение газожидкостных смесей в трубах. М., Недра, 1978.
4. **Телетов С. Г.** Новые исследования по общим уравнениям гидродинамики и энергии двухфазных потоков. М., Атомиздат, 1970.
5. **Кащеев В. М., Муранов Ю. В.** Уравнения сохранения массы, импульса и энергии для двухфазных потоков. Препринт ФЭИ-34, 1977.
6. **Накорчевский А. И.** Метод механики многофазных потоков с крупномасштабными дисперсиями.— В сб.: Некоторые вопросы математического описания процессов гидродинамики и тепломассообмена многофазных систем. Ин-т кибернетики АН УССР. Препринт-77-15, 1977.
7. **Nishikawa K., Sekoguchi K., Fukano T.** On the pulsation phenomena in gas-liquid two-phase flow.— Bull. JSME., 1969, vol. 12, N 54.
8. **Накоряков В. Е., Бурдуков А. П. и др.** Исследование турбулентных течений двухфазных сред. Новосибирск, изд. ИТФ СО АН СССР, 1973.
9. **Sato Y., Sekoguchi K.** Liquid velocity distribution in two-phase bubble flow.— Int. J. Multiphase Flow., 1976, vol. 2, N 1.
10. **Субботин В. И., Похвалов Ю. Е. и др.** Временные и структурные характеристики газожидкостного потока при снарядном течении.— Теплоэнергетика, 1976, № 1.
11. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М., Наука, 1978.
12. **Уоллис Г.** Одномерные двухфазные течения. М., Мир, 1972.
13. **Арманд А. А.** Исследование механизма движения двухфазной смеси.— В сб.: Гидродинамика и теплообмен в котлах высокого давления. Изд-во АН СССР, 1955.