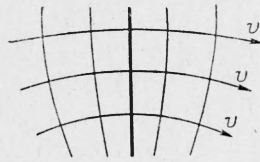


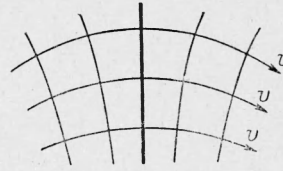
Так как случай поступательного движения исключается, то

$$\frac{\partial \ln v^+}{\partial s_2} = \frac{\partial \ln v^-}{\partial s_2} \neq 0, \quad \frac{\partial \alpha^+}{\partial s_1} = \frac{\partial \alpha^-}{\partial s_1} \neq 0 \quad (6)$$

Отсюда в силу леммы о сохранении непрерывной функции в окрестности точки, где она отлична от нуля, своего знака, получим, что кривизна линий тока не меняет знака при переходе через линию разрыва. Следовательно, прямая линия разрыва



Фиг. 1



Фиг. 2

не является геометрическим местом точек перегиба линий тока. На фиг. 1 и 2 изображены возможные картины плоского течения вблизи прямой линии разрыва.

Поступила 22 XI 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев О. Д. К теории плоской деформации жестко-пластического тела. ПММ, 1961, т. 25, вып. 5.
2. Григорьев О. Д. Об условии положительности мощности рассеивания в плоском течении жестко-пластического тела. ПМТФ, 1962, № 1.
3. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. Гостехиздат, 1956.

О РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ТОНКОСТЕННОЙ ТРУБЕ

В. С. Наместников (Новосибирск)

В работе [1] при рассмотрении релаксации тонкостенной трубы, закрученной и растянутой одновременно, предполагалось, что упругие мгновенные компоненты деформации удовлетворяют условию несжимаемости. Рассмотрим эту задачу, освободившись от требования несжимаемости.

Оси x, y располагаем в касательной плоскости, направив ось x параллельно оси трубы. Тензор напряжений в рассматриваемом случае приводится к

$$\sigma_x = \sigma, \quad \tau_{xy} = \tau, \quad \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (1)$$

Тензор упругих деформаций выражается

$$e_x = \sigma/E, \quad e_y = e_z = -\nu\sigma/E, \quad e_{xy} = (1+\nu)\tau/E, \quad e_{xz} = e_{yz} = 0 \quad (2)$$

(E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона)

Выражения для деформации ползучести имеют вид

$$\dot{p}_x = \frac{\dot{p}}{\sigma_i} \sigma, \quad \dot{p}_y = \dot{p}_z = \frac{-\dot{p}}{2\sigma_i} \sigma, \quad \dot{p}_{xy} = \frac{3}{2} \frac{\dot{p}}{\sigma_i} \tau, \quad \dot{p}_{xz} = \dot{p}_{yz} = 0 \quad (3)$$

p и σ_i связаны зависимостью

$$\dot{p} p^\alpha = \kappa \exp \left\{ \frac{\sigma_i}{A} + \frac{|\tau_{\max}|}{A_0} \right\} \quad \left(\dot{p}^2 = \frac{2}{3} \dot{p}_{ij} \dot{p}_{ij}, \sigma_i^2 = \frac{3}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij} \right) \quad (4)$$

В рассматриваемом случае

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}, \quad \tau_{\max} = \sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2} \quad (5)$$

Постоянными сохраняются удлинения и угол поворота трубы, поэтому условия релаксации сводятся к

$$e_x = e_x + p_x = \text{const}, \quad e_{xy} = e_{xy} + p_{xy} = \text{const} \quad (6)$$

Из (2), (3) и (6) получаем

$$\dot{\sigma} + \frac{E\dot{p}}{\sigma_i} \sigma = 0, \quad \dot{\tau} + \frac{E\dot{p}}{m\sigma_i} \tau = 0 \quad \left(m = \frac{2(1+\nu)}{3} \right) \quad (7)$$

Отсюда

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} = m \frac{\dot{\tau}}{\tau} \quad \text{или} \quad \frac{\tau^m}{\sigma} = \frac{\tau_0^m}{\sigma_0} \quad (8)$$

Здесь σ_0 и τ_0 — начальные значения напряжений. Подставляя (8) в (5), получим

$$\sigma_i = \tau (c^2 \tau^{2m-2} + 3)^{1/2}, \quad \tau_{\max} = 1/2 \tau (c^2 \tau^{2m-2} + 4)^{1/2} \quad (c = \sigma_0^2 / \tau_0^{2m}) \quad (9)$$

Отсюда и из второго уравнения (7) имеем

$$m (c^2 \tau^{2m-2} + 3)^{1/2} \dot{\tau} + E \dot{p} = 0 \quad (10)$$

Из (4) и (9) получим

$$\dot{p} p^\alpha = \kappa \exp \left\{ \frac{\tau}{A} (c^2 \tau^{2m-2} + 3)^{1/2} + \frac{\tau}{2A_0} (c^2 \tau^{2m-2} + 4)^{1/2} \right\} \quad (11)$$

Таким образом, задача свелась к решению системы (10) и (11) с начальными условиями

$$\tau = \tau_0, \quad p = 0 \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (12)$$

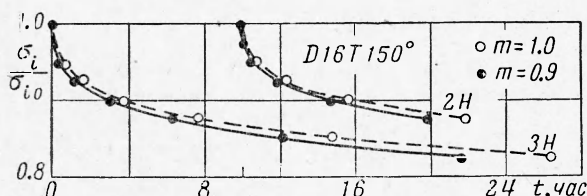
Решение системы (10) и (11) имеет вид

$$t = \frac{1}{x} \left(\frac{m}{E} \right)^{\alpha+1} \int_{\tau}^{\tau_0} \left\{ (c^2 \eta^{2m-2} + 3)^{1/2} \left[\int_{\eta}^{\tau_0} (c^2 \xi^{2m-2} + 3)^{1/2} d\xi \right]^\alpha \times \right. \\ \left. \times \exp \left[-\frac{\eta}{A} (c^2 \eta^{2m-2} + 3)^{1/2} - \frac{\eta}{2A_0} (c^2 \eta^{2m-2} + 4)^{1/2} \right] \right\} d\eta \quad (13)$$

Соотношение (8) есть следствие гипотезы пропорциональности девиаторов, которое для упруго несжимаемого материала ($\nu = 0.5$, $m = 1$) сводится к

$$\tau / \sigma = \tau_0 / \sigma_0, \quad \text{или} \quad \lambda = \lambda^0 \quad (14)$$

(соотношение (6) работы [1]). В [1] по опытным данным на дуралюмине и меди показано, что в большинстве слу-



чаев отклонение левой части от правой в (14) не превышает 14%.

Предположим, что $\nu = 0.35$ ($m = 0.9$). В этом случае получаем несколько лучшее соответствие левой и правой частей в (8). Если, например, в первом случае отклонения составляли -14 , $+4$, -16.7 , -4.1 , -10.7% , то во втором они равны соответственно -8.3 , $+7.5$, -15 , $+2.6$, -6.7% .

На фигуре приведены примеры сравнения кривых релаксации, подсчитанных по (13) с учетом ($m = 0.9$) и без учета ($m = 1$) сжимаемости материала. Как видно, кривые оказались в обоих случаях довольно близкими, разница по времени при одном и том же уровне напряжения составляет около 20%. Как и следовало ожидать, кривые релаксации с учетом сжимаемости материала располагаются ниже кривых без учета сжимаемости, т. е. учет сжимаемости улучшает соответствие расчетных кривых релаксации с опытными, поскольку всегда последние располагаются ниже расчетных кривых [1].

Тот факт, что расчетные кривые релаксации оказались выше опытных, отчасти связан с тем, что модуль упругости, полученный на обычной испытательной машине, занижен вследствие влияния ползучести. Погрешность в определении E , равная $k\%$, изменяет время релаксации при одном и том же напряжении не менее чем на $(\alpha + 1)k\%$.

Вычисления соотношения (13) произведены С. Н. Савченко, которому автор приносит свою благодарность.

Поступила 28 V 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Наместников В. С. Релаксация при сложном напряженном состоянии. ПМТФ, 1962, № 6.