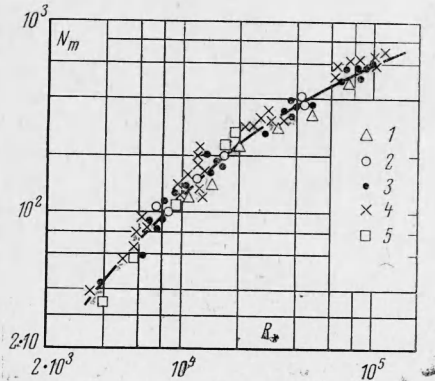
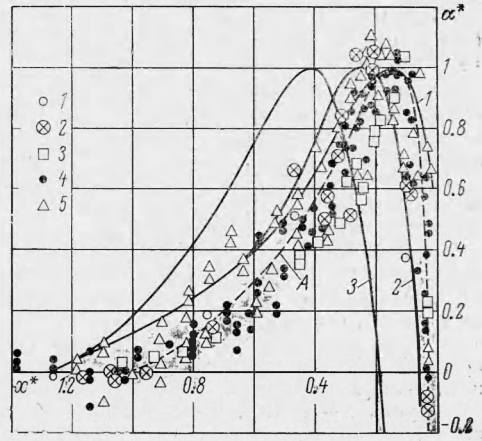


4. В результате проведенной работы исследован теплообмен в зоне отрыва турбулентного пограничного слоя перед уступом в диапазоне изменения относительной толщины пограничного слоя на линии отрыва от 0.09 до 4, формпараметра пограничного слоя  $\delta^*/\theta$  — от 1.6 до 3, критериев Рейнольдса  $R_0 = 1.7 \cdot 10^4 \div 4.2 \cdot 10^5$  и Эйлера  $E = 1.1 \div 200$ .



Фиг. 4



Фиг. 5

Показано, что распределение коэффициентов теплоотдачи в отрывной зоне неавтономно и зависит от схемы течения, значений критериев Рейнольдса и Эйлера, относительной толщины вытеснения пограничного слоя на линии отрыва.

Получены критериальные зависимости, обобщающие данные по теплообмену в характерных точках отрывной зоны, и безразмерные распределения коэффициентов теплоотдачи, позволяющие провести инженерный расчет теплообмена на поверхности уступа и пластины.

Авторы благодарны В. С. Авдеевскому за обсуждение результатов работы.

Поступила 6 V 1970

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеевский В. С., Крюков В. Н., Солнцева В. П. Экспериментальное исследование структуры пограничного слоя и теплообмена на шероховатой поверхности. В сб. «Исследование теплообмена в потоках жидкости и газа», М., «Машиностроение», 1965.
2. K e s t i n J. The effect of free — stream turbulence on heat transfer. Advances Heat Trans., New York — London, Acad. Press., 1966, vol. 3.
3. Авдеевский В. С. Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1962, № 4.

#### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДВИЖЕНИЯ ПУЗЫРЬКОВ ГАЗА В СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ДИФфуЗИИ И ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

Л. А. Галин, О. М. Чурмаев

(Москва)

Рассматривается задача о барботажном реакторе, в котором газ и жидкость перемешиваются путем пропускания пузырьков газа через слой жидкости. Представлены результаты численного решения системы уравнений, описывающей процессы, происходящие в реакторе, в случае, когда отсутствуют химические реакции, а также в случае, когда химические реакции протекают при постоянной температуре.

Пузырьки образуются из газовых струй, которые выходят из специальных насадок, смонтированных в днище реактора. При выходе из насадка струя газа дробится на отдельные пузырьки, всплывающие под действием архимедовой силы. Экспериментально процесс барботажа изучался в работах [1-3].

Для полного диффузионного потока из пузырька обычно применяется формула [4]

$$I = Ac_0 \left( \frac{Du_1}{l} \right)^{1/2}$$

Здесь  $I$  — полный диффузионный поток,  $A$  — экспериментально определяемая постоянная величина,  $D$  — коэффициент диффузии,  $u_1$  — скорость всплывания пузырька,  $l$  — характерный размер пузырька,  $c_0$  — концентрация насыщения.

Для небольших (недеформируемых) пузырьков обычно принимается  $A = \sqrt{V^1/3\pi}$ ,  $l = 2a$ , где  $a$  — радиус пузырька. Установлено, что скорость всплывания пузырька существенно зависит от числа Рейнольдса  $u_1 a / \nu$ , где  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости.

1. Рассмотрим задачу о растворении газовых пузырьков в жидкости. Пусть  $h$  — толщина слоя жидкости в реакторе,  $u_1$  — скорость всплывания пузырька, ось  $x$  направлена по оси реактора вверх.

Считаем, что  $c_1$  — концентрация растворяющегося вещества в пузырьке — невелика, пузырьки одинаковы по размерам, не дробятся на более мелкие и не соединяются в более крупные. Тогда скорость всплывания пузырьков будет постоянной [4]. Предполагается, что для пузырька выполняются законы Дальтона и Генри. Тогда концентрация растворяющегося вещества на границе раздела газ — жидкость и  $c_1$  будут связаны зависимостью  $c_2^\circ = \psi c_1$ , где  $\psi$  — постоянная величина,  $c_2^\circ$  — концентрация насыщения.

Пусть  $t$  — время,  $\mu$  — удельный коэффициент массоотдачи для единицы объема смеси, зависящий от числа пузырьков в единице объема смеси, от их размеров и т. д.,  $c_2$  — концентрация растворяющегося вещества в жидкости. Процесс, происходящий в реакторе, можно описать следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial c_1}{\partial x} = -\mu (\psi c_1 - c_2), \quad \frac{\partial c_2}{\partial t} - D_2 \frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} = \mu (\psi c_1 - c_2) \quad (1.1)$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} c_1(x, 0) = 0, \quad c_2(x, 0) = 0, \quad c_1(0, t) = c_1^\circ \\ [\partial c_2 / \partial x]_{x=0} = 0, \quad [\partial c_2 / \partial x]_{x=l} = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь  $D_2$  — коэффициент турбулентной диффузии,  $c_1^\circ$  — первоначальная концентрация растворяющегося вещества в пузырьке [5-8].

Предполагается, что среда состоит из жидкости и дискретных пузырьков. При этом диффузионные процессы между пузырьками отсутствуют. В первом уравнении системы (1.1), которое описывает изменение концентрации  $c_1$ , присутствует только конвективный член ( $u_1$  — скорость движения пузырька относительно жидкости). Второе уравнение системы (1.1) соответствует диффузионному процессу (конвективного члена нет, жидкость неподвижна,  $D_2 \partial^2 c_2 / \partial x^2$  — диффузионный член).

Члены, находящиеся в правой части уравнений системы (1.1), представляют собой интенсивности источников, которые пропорциональны разности концентрации насыщения на границе пузырька и концентрации растворяющегося вещества в жидкости.

Введем новые функции и безразмерные переменные

$$\bar{t} = \frac{u_1 t}{h}, \quad \bar{x} = \frac{x}{h}, \quad u = \frac{c_1}{c_1^\circ}, \quad v = \frac{c_2}{c_1^\circ}$$

Система (1.1) и условия (1.2) в безразмерных величинах примут вид

$$\frac{\partial u}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial u}{\partial \bar{x}} = -\gamma (\lambda u - v), \quad \frac{\partial v}{\partial \bar{t}} - D \frac{\partial^2 v}{\partial \bar{x}^2} = \gamma (\lambda u - v) \quad (1.3)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = 0, \quad u(0, \bar{t}) = 1 \quad (1.4)$$

$$\left[ \frac{\partial v}{\partial \bar{x}} \right]_{\bar{x}=0} = 0, \quad \left[ \frac{\partial v}{\partial \bar{x}} \right]_{\bar{x}=1} = 0$$

черточки над переменными  $\bar{t}$ ,  $\bar{x}$ ,  $D$ , как и во всем дальнейшем, опущены.

Здесь  $D$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$  — безразмерные коэффициенты, соответствующие коэффициентам диффузии, массоотдачи и постоянной Генри.

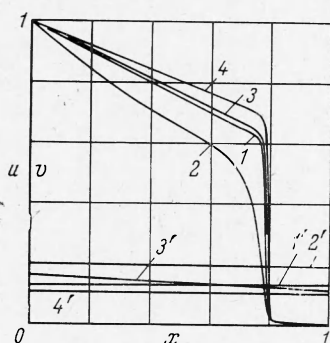
Система (1.3) с условиями (1.4) решалась численно на ЭВМ.

Система уравнений (1.3) была заменена разностными уравнениями.

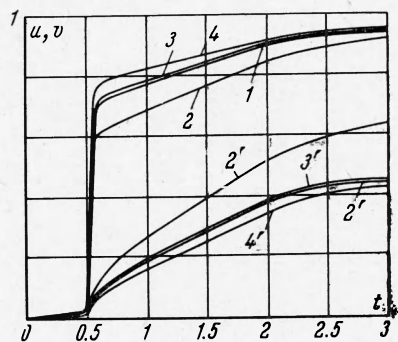
В полуполосе  $x \in [0, 1]$ ,  $t \geq 0$  строилась прямоугольная сетка  $x = j\Delta x$ ,  $t = i\Delta t$  ( $j = 0, 1, 2, \dots, n$ ;  $i = 0, 1, \dots$ ).

Так как в начальный момент имеет место несогласованность граничного и начального условий, то должно существовать решение в виде скачка концентрации  $u$ .

Положение скачка определяется характеристикой первого уравнения системы (1.3). Уравнение характеристики  $x - t = 0$ . Поэтому для решения первого уравнения системы (1.3) была выбрана явная трехточечная схема (уголок), устойчивая при  $r = \Delta t / \Delta x \leq 1$  и имеющая первый порядок точности. При этом применялся метод «сквозного» счета. В правой части разностного уравнения  $u$  берется на верхнем слое, чтобы избежать «всплеска», который физически нереален.



Фиг. 1



Фиг. 2

Второе уравнение системы (1.3) аппроксимировалось по шеститочечной схеме «с весами». Вначале из-за невязки граничных условий вес  $\theta$  полагается равным единице и использовались двухточечные аппроксимации граничных условий, а впоследствии, после подсчета первых  $q$  слоев по времени,  $\theta$  полагали равным половине и брали более точные трехточечные аппроксимации граничных условий.

После того как фронт концентрации  $u$  достигал  $x = 1$ , для расчета первого уравнения системы применялась абсолютно устойчивая четырехточечная схема, имеющая второй порядок точности [9-11].

Вычисления проводились для четырех комбинаций значений параметров  $D_2$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$ , а именно

$$1 (10, 1.5, 0.5), \quad 2 (10, 1.5, 0.75), \quad 3 (1, 1.5, 0.5), \quad 4 (10, 1.0, 0.5)$$

Шаги по переменным принимались равными  $\Delta x = \Delta t = 0.02$ . Дальнейшее уменьшение шагов практически не влияло на результаты.

Приводим значения  $u$  и  $v$  в зависимости от  $x$  при  $t = 0.8$  и в зависимости от  $t$  при  $x = 0.5$  для первого варианта

$t = 0.8$				
$x = 0$	0.40	0.78	0.80	1.0
$u = 1.000\ 000$	0.788\ 520	0.609\ 078	0.049\ 353	0.047\ 911
$v = 0.139\ 946$	0.138\ 143	0.134\ 628	0.134\ 443	0.133\ 651
$x = 0.5$				
$t = 0$	0.40	1.0	2.0	3.0
$u = 0.000\ 000$	0.007\ 077	0.769\ 043	0.903\ 137	0.938\ 426
$v = 0.000\ 000$	0.040\ 614	0.193\ 069	0.377\ 327	0.446\ 037

Распределение безразмерных концентраций  $u$  и  $v$  по длине реактора приведены на фиг. 1 для четырех вариантов в момент времени  $t = 0.8$ . Кривые 1, 2, 3, 4 показывают распределение  $u$ ;  $v$  соответствуют кривые, отмеченные штрихами.

Распределение  $u$  и  $v$  для четырех вариантов в сечении реактора  $x = 0.5$  с течением времени изображено на фиг. 2. Кривые 1, 2, 3, 4 показывают распределение  $u$ , распределение  $v$  показано кривыми, отмеченными штрихами.

2. Рассмотрим случай, когда вещество, растворяющееся из пузырька газа, реагирует с веществом, находящимся в жидкости. По-прежнему считаем, что выполняются законы Дальтона и Генри. Процесс будем считать изотермическим. Через  $c_3$  обозначим концентрацию вещества в жидкости, которое вступает в реакцию с веществом, растворяющимся из пузырьков, через  $k$  — константу скорости химической реакции, через

$\nu$  — стехиометрический коэффициент, через  $a_1$  и  $a_2$  показатели степени, характеризующие порядок реакции, через  $D_3$  — коэффициент турбулентной диффузии вещества, вступающего в реакцию с веществом, растворяющимся из газового пузырька [12,13].

Таким образом, в случае барботажа с химической реакцией к системе (1.1) надо добавить уравнение для  $c_3$ , а в правую часть второго уравнения системы (1.1) добавить член  $-kc_1^{a_1}c_2^{a_2}$ , полученный на основании законов химической кинетики.

Для  $c_3$  надо записать соответствующие граничные и начальные условия.

Система уравнений в этом случае в безразмерных переменных будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} &= -\gamma(\lambda u - \nu) \\ \frac{\partial v}{\partial t} - D_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= \gamma(\lambda u - \nu) - kv^{\beta_1} w^{\alpha_2} \\ \frac{\partial w}{\partial t} - D_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= -\nu kv^{\alpha_1} w^{\alpha_2} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Начальные условия

$$u(x, 0) = 0 \quad v(x, 0) = 0, \quad w(x, 0) = w_0 \quad (2.2)$$

граничные условия

$$\begin{aligned} u(0, t) = 1, \quad [\partial v / \partial x]_{x=0} = 0, \quad [\partial v / \partial x]_{x=1} = 0 \\ [\partial w / \partial x]_{x=0} = 0, \quad [\partial w / \partial x]_{x=1} = 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь  $D_2$  и  $D_3$  — безразмерные коэффициенты диффузии,  $k$ ,  $\gamma$  и  $\lambda$  — безразмерные коэффициенты, соответствующие константе скорости химической реакции, коэффициенту массоотдачи и константе Генри,  $w = c_3/c_1$ .

Для решения системы (2.1) с условиями (2.2), (2.3) использовалась разностная схема [14].

Для этого в полуполосе  $x \in [0, 1]$ ,  $t \geq 0$  строили основную прямоугольную сетку  $x = j\Delta x$ ,  $t = i\Delta t$  и вспомогательную  $x = j\Delta x$ ,  $t = 1/2 i\Delta t$  ( $j = 0, 1, 2, \dots, n$ ;  $i = 0, 1, \dots$ )

Первое уравнение системы (2.1) решалось точно так же, как и (1.3).

Так как имеется невязка граничных условий, то первые  $q$  слоев считались с использованием двухточечной аппроксимации граничных условий, а потом была использована более точная трехточечная аппроксимация граничных условий.

Шаги по временной и пространственной переменным полагались одинаковыми, чтобы избежать «размазывания» фронта концентрации  $u$ . Расчеты производились при  $\Delta t$  и  $\Delta x$ , равных 0.02. Для проверки точности некоторые варианты были просчитаны с шагами  $\Delta t = \Delta x = 0.01$ ,  $a_1$  и  $a_2$  полагались равными единице, что соответствует реакции второго порядка.

Некоторые варианты были просчитаны по итерационным схемам [11]. Эти расчеты дали результаты, практически совпадающие с расчетами, выполненными по схеме [14], но итерационные схемы требовали большей затраты машинного времени.

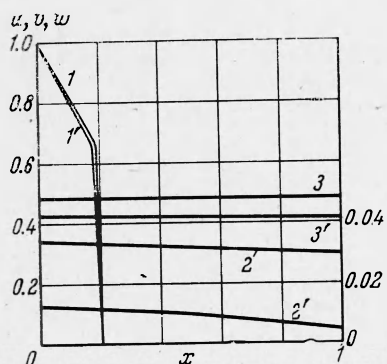
Вычисления проводились для двух комбинаций значений параметров  $k$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ , а именно

$$1 \quad (10, 1.5, 0.8, 10, 10), \quad 2 \quad (100, 1.5, 0.8, 10, 10)$$

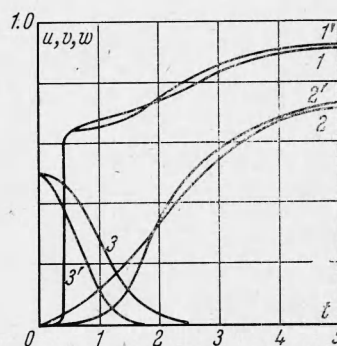
Приводим значения  $u$ ,  $v$ ,  $w$  в зависимости от  $x$  при  $t = 0.2$  и в зависимости от  $t$  при  $x = 0.4$  для первого варианта

$t = 0.2$			
$x = 0$	0.18	0.20	1.0
$u = 1.000\ 000$	0.661\ 378	0.001\ 397	0.000\ 739
$v = 0.018\ 382$	0.017\ 198	0.016\ 816	0.011\ 214
$w = 0.494\ 980$	0.494\ 996	0.495\ 015	0.495\ 282
$x = 0.4$			
$t = 0$	0.4	1.0	2.0
$u = 0.000\ 000$	0.008\ 216	0.670\ 496	0.756\ 894
$v = 0.000\ 000$	0.041\ 978	0.133\ 630	0.343\ 744
$w = 0.500\ 000$	0.468\ 916	0.282\ 363	0.028\ 475

Распределения безразмерных концентраций  $u, v, w$  в зависимости от  $x$  при  $t = 0.2$  приведены для двух вариантов на фиг. 3. Кривые 1, 2, 3 показывают распределения соответственно  $u, v, w$  для первого варианта, для второго варианта кривые отмечены штрихами. На фиг. 4 приведены кривые распределения  $u, v, w$  с течением времени при  $x = 0.4$ .



Фиг. 3



Фиг. 4

Кривые 1, 2, 3 показывают распределения соответственно  $u, v, w$  для первого варианта, кривые для второго варианта отмечены штрихами.

Авторы благодарят Л. А. Чудова за советы и внимание к работе.

Поступила 13 VII 1970

## ЛИТЕРАТУРА

- Кузьминых И. Н., Сурков Е. И., Юдина В. И., Андреева Е. А. Взаимодействие сернистого газа и нитрозы в условиях барботажа. Ж. прикл. химии, 1937, т. 10, № 6.
- Шабалин К. Н. Скорость течения жидкости как фактор скорости абсорбции хорошо растворимого газа. Ж. прикл. химии, 1940, т. 13, № 1.
- Ledig P. J., Weaver E. R. A method for studying the rapid absorption of gases by liquids. J. Amer. Chem. Soc., 1924, vol. 46, No. 3.
- Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М., Изд-во АН СССР, 1952.
- Дильман В. В., Жилыева Т. А. Исследование продольного перемешивания при барботаже в проточных реакторных колоннах. Химия и технология топлив и масел, 1965, № 12.
- Kalinske A. A., Piep C. L. Eddy diffusion. Ind. Engng Chem., 1944, vol. 36, No. 3.
- Gowle W. L., Sherwood T. K. Mass transfer in central portion of a turbulent air stream. Ind. Engng Chem., 1939, vol. 31, No. 4.
- Sherwood T. K., Woertg B. B. Mass transfer between phases. Ind. Engng Chem., 1939, vol. 31, No. 8.
- Годунов С. К., Рябенский В. С. Введение в теорию разностных схем. М., Физматгиз, 1962.
- Рихтмайер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
- Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1966.
- Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
- Бенсон С. Основы химической кинетики. М., «Мир», 1964.
- Чудов Л. А. Хорошо стабилизирующая разностная схема для расчета течений в пограничном слое. Тр. Всес. семинара по численным методам механики вязкой жидкости, Новосибирск, «Наука», 1969.