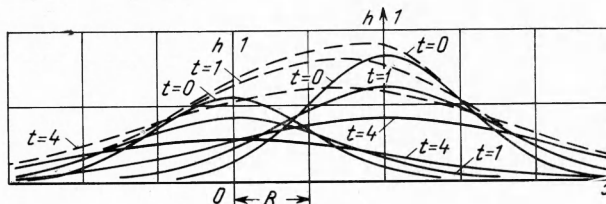


и как они влияют друг на друга? Для этого представляем форму бугра в момент выключения полива в виде уравнения (7), тогда растекание его будет определяться уравнением (8). На фиг. 3 даются графики растекания для  $t = 0$  (начальная форма поверхности),  $t = 1$ ,  $t = 4$ . Пунктирная линия получена после сложения ординат кривых свободной поверхности. Из графика видно, что происходит подъем грунтовых вод на больших расстояниях от поливных участков. Пунктирная линия, полученная от сложения этих бугров, перекрывает эти два бугра, и наблюдается течение со стороны большего бугра к меньшему.



Фиг. 3

Автор благодарит П. Я. Кочину за помощь и внимание при выполнении данной работы.

Поступила 8 VII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. П о л у б а р и н о в а-К о ч и н а П. Я. Теория движения грунтовых вод. Гостехиздат, 1952.
2. К о ч и н а Н. Н. Плоская задача о растекании бугра грунтовых вод в слое бесконечной глубины. ПММ, 1951, т. 15, вып. 6.
3. К о ч и н а Н. Н. Некоторые вопросы пространственного растекания грунтовых вод. ПММ, 1953, т. 17, вып. 3.

СКАЧОК ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ЗВУКА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРОВ НАСЫЩЕННЫХ ПАРОВ

А. Н. Соловьев, Е. П. Шелудяков

(Новосибирск)

При переходе из области перегретого пара в область влажного пара через кривую насыщения ряд величин, в том числе теплоемкость и термодинамическая скорость звука, изменяются скачком. Величина скачка скорости звука различна для разных веществ. Наибольшие скачки обнаружены у воды, ртути и калия. Скачок мал у бензола, четыреххлористого углерода и диэтилового эфира [1].

Получим аналитическое выражение для скачка термодинамической скорости звука. Скорость звука при подходе к кривой насыщения со стороны однофазной области определяется по формуле Лапласа

$$c^{(1)} = \left( -gv''^2 \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \right)^{1/2}, \text{ или } c^{(1)} = \left( -gv''^2 \frac{c_p}{c_v} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \right)^{1/2} \quad (1)$$

При этом учитывается соотношение

$$\left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s = \frac{c_p}{c_v} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \quad (2)$$

Скорость звука в насыщенном паре при подходе из области двухфазных состояний описывается формулой, полученной В. В. Сычевым [2]

$$c^2 = v'' \frac{dp''}{dT} \left( \frac{gT}{c_v^{(2)}} \right)^{1/2} \quad (3)$$

В этих уравнениях два штриха относятся к насыщенному пару, а верхние индексы (1) и (2) означают подход со стороны однофазной и двухфазной областей соответственно.

Тогда скачок скорости звука можно записать в виде

$$\Delta c = c^{(1)} - c^{(2)} = \left( -gv''^2 \frac{c_p}{c_v} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \right)^{1/2} - v'' \frac{dp''}{dT} \left( \frac{gT}{c_v^{(2)}} \right)^{1/2}$$

Пусть

$$c_v^{(2)} = c_v^{(1)} + \Delta c_v''$$

Обычно вдали от критической точки  $c_v^{(2)} \gg c_v^{(1)}$ , и тогда  $c_v^{(2)} \approx \Delta c_v''$ . Поэтому

$$\Delta c = \left( -gv''^2 \frac{c_p}{c_v} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \right)^{1/2} - v'' \frac{dp''}{dT} \left( \frac{gT}{\Delta c_v''} \right)^{1/2} \quad (4)$$

Используя формулу для скачка теплоемкости [3]

$$\Delta c_v'' = T \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_T \left( \frac{dv''}{dT} \right)^2$$

формулу (4) можно представить в виде

$$\Delta c = c^{(1)} - \frac{gv''^2}{c^{(1)}} \frac{dp''}{dv} \left( \frac{c_p}{c_v} \right)^{1/2}, \quad \text{или} \quad \frac{\Delta c}{c^{(1)}} = 1 - \frac{gv''^2}{c^{(1)2}} \frac{dp''}{dv} \left( \frac{c_p}{c_v} \right)^{1/2} \quad (5)$$

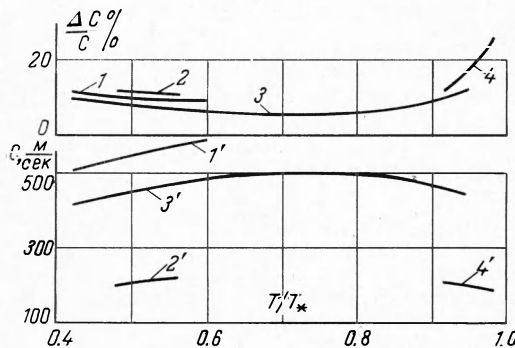
Можно записать уравнение для скорости звука в насыщенном паре при подходе из двухфазной области в виде

$$c^{(2)} = r \left( \frac{g}{c_v^{(2)} T} \right)^{1/2} \quad (6)$$

Тогда выражение для скачка скорости звука примет вид

$$\Delta c = c^{(1)} - \frac{grv''}{c^{(1)} T} \frac{dT''}{dv} \left( \frac{c_p}{c_v} \right)^{1/2} \quad (7)$$

На фиг. 1 приведены экспериментальные значения скорости звука в насыщенных парах для воды [4] (кривые 3 и 3'), для углекислоты [5] (кривые 4 и 4') и для ртути [6] (кривые 2 и 2'), расчетные для калия [7] (кривые 1 и 1'), а также вычисленные по уравнению (5) значения скачка скорости звука для ртути и воды. На этом же графике приведены величины скачка скорости для воды — по данным В. В. Сычева [2], для калия — по данным М. П. Вукаловича и Л. Р. Фокина [7] и для углекислоты — по данным Ю. С. Трелина [5]. Видно, что при повышении температуры от точки плавления скачок скорости звука сначала уменьшается, достигает минимума и затем начинает увеличиваться; скорость же звука, напротив, сначала растет, достигает максимума и затем начинает уменьшаться, причем уменьшению скорости звука соответствует увеличение скачка, а увеличению скорости звука — уменьшение скачка. Из этого



Фиг. 1

можно сделать вывод, что максимум скорости звука совпадает с минимумом скачка скорости звука. Это обстоятельство, однако, нуждается в уточнении.

Как было показано в работе [2], если скачок скорости звука мал, то экспериментальные данные по скорости звука вдали от критической точки (когда  $v'' \gg v'$ ) с высокой степенью точности описываются формулой И. И. Новикова [8]

$$c = \left( \frac{g p v}{1 - (p v / r) (2 - c_p'' T / r)} \right)^{1/2} \quad (8)$$

Расчет скорости звука по формуле Новикова требует значительно меньшего количества исходных опытных данных, чем, скажем, по уравнению Лапласа (1), (2). Так, для расчета скорости звука по формуле (8) необходимо знание зависимости  $p-v-t$  лишь на линии насыщения, а также теплоты парообразования и теплоемкости насыщенного пара  $c_p''$ . Величина  $(p v / r) (2 - c_p'' T / r)$  в уравнении (8), как правило, мала по сравнению с 1, поэтому  $r$  и  $c_p''$  могут быть взяты без большого ущерба для точности расчета по предварительным оценкам. Проведенные расчеты показали, что изменение  $c_p''$  на 10% изменило скорость звука в насыщенных парах воды при 60° С на 0.1%.

Таким образом, полученные формулы (5), (7) могут служить критерием применимости формулы Новикова для расчета скорости звука в насыщенных парах.

Используя (5), можно получить формулу для скорости звука и отношения теплоемкостей  $c_p / c_v$ . Действительно, если  $\Delta c \ll c$ , то формулу (5) можно привести к виду

$$c^2 = -gv''^2 \frac{dp''}{dv} \left( \frac{c_p}{c_v} \right)^{1/2} \quad (9)$$

Здесь и ниже все величины относятся к насыщенному пару при подходе со стороны однофазной области; поэтому верхние индексы (1) и (2) опущены.

Сравнивая (9) с (2), найдем, что

$$\frac{c_p}{c_v} = \left[ \frac{\dot{a}p'' / \dot{a}v}{(\partial p / \partial v)_{T''}} \right]^2 \quad (10)$$

Для расчета скорости звука по формуле (9) необходимо знание калорических и термических величин лишь на линии насыщения. Расчет скорости звука по формуле Лапласа (1), (2) требует, кроме того, наличия данных  $p$ - $v$ - $t$  еще и в перегретом паре вблизи линии насыщения. Поэтому там, где уравнение (9) применимо, расчет по нему следует считать более предпочтительным, чем по уравнению (2).

По уравнению (9) была рассчитана скорость звука (фиг. 2) в насыщенных парах бензола (кривая 1) и четыреххлористого углерода (кривая 2) от нормальных температур кипения до температуры  $T/T_* = 0.93$ . Для расчета значения  $p$ ,  $v$ ,  $t$  были взяты из [9], а отношение  $c_p/c_v$  — из [10]. Отношение  $c_p/c_v$  в [10] приведено лишь при нормальном давлении. Однако ввиду того, что изменение  $c_p/c_v$  в рассчитываемом интервале температур мало, то эти же значения  $c_p/c_v$  были использованы для расчета и при других давлениях. Наибольшее расхождение с экспериментальными данными не превышает 1.5—2%, причем и это расхождение вызвано, по видимому, неточностью исходных опытных данных.

Формулы (9) и (10) могут быть использованы для расчета  $c_p/c_v$  в насыщенных парах. Если известна скорость звука, то для расчета  $c_p/c_v$  по формуле (9) достаточно знать зависимость  $p$ - $v$  лишь на линии насыщения, тогда как для расчета по формуле (2) необходимо дополнительно иметь зависимость  $p$ - $v$ - $t$  в перегретом паре. Расчет  $c_p/c_v$  по формуле (10) может оказаться точнее, чем по обычным формулам

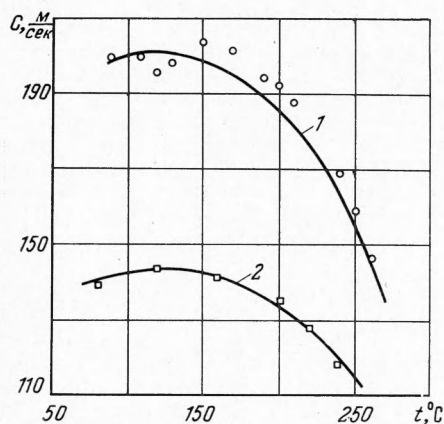
$$\left( \frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_v, \quad \left( \frac{\partial c_p}{\partial p} \right)_T = -T \left( \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_p$$

содержащим вторые производные от  $p$  и  $v$ , так как формула (10) содержит лишь первые производные от  $p$ .

Поступила 5 IV 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

- Новиков И. И., Шелудяков Е. П. Экспериментальное определение скорости звука в насыщенных парах бензола, четыреххлористого углерода и диэтилового эфира. ПМТФ, 1964, № 6, стр. 119.
- Сычев В. В. Скорость звука в воде и водяном паре на линии насыщения. ПМТФ, 1961, № 6, стр. 64.
- Сычев В. В. Теплоемкость  $c_v$  в двухфазной области параметров состояния воды. Инж.-физ. ж., 1960, № 7, стр. 10.
- Авдонин В. И., Новиков И. И., Шелудяков Е. П. Экспериментальное определение скорости распространения звуковых волн в насыщенном паре воды при высоких давлениях. ПМТФ, 1964, № 5, стр. 159.
- Новиков И. И., Трелин Ю. С. Скорость звука на кривой фазового равновесия пар — жидкость. ПМТФ, 1960, № 2, стр. 112.
- Новиков И. И., Шелудяков Е. П. Скорость звука в насыщенных и перегретых парах ртути. Сб. «Исследования при высоких температурах», Изд-во «Наука», 1966.
- Вукалович М. П., Фокин Л. Р. Расчет термодинамических свойств калия при температуре до 1300° С и давлениях до 25 кг/см<sup>2</sup>. Теплоэнергетика, 1962, № 10, стр. 65.
- Авдонин В. И., Новиков И. И. Скорость звука на кривой фазового равновесия пар — жидкость. ПМТФ, 1960, № 1, стр. 58.
- Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. Физматгиз, 1963.
- Варгафтик Н. Б. Справочник] «Теплофизические свойства веществ». Госэнергоиздат, 1956.



Фиг. 2