

вне струи. Однако при дальнейшем уменьшении p_R/p_1 сокращение размеров струи ведет к устремлению периферийных потоков в отверстие для вывода пучка, и давление в пушке соответственно возрастает.

Таким образом, реализация независимости давления в пушке от давления в камере («эффект полки») может быть обеспечена подбором соответствующей геометрии элементов ГДО, их взаимного расположения и режима эксплуатации устройства в целом. Используя ГДО с плоскими элементами при отверстиях для вывода пучка $d = d_2 = 0,8$ мм, расстоянии между ними $h = 8$ мм и откачке ГДО только двумя отдельными насосами ВН-1 МГ, удалось повысить давление в камере от 13,3 до 40 кПа и сохранить давление в пушке на уровне 5 Па.

Из рассмотренных особенностей взаимодействия газовых струй с преградой видно, что в ряде случаев не только производительность откачных средств, но форма и взаимное расположение элементов ГДО являются решающим фактором для обеспечения перепада давления, а возможности повышения эффективности ГДО во многом зависят от учета струйного характера течения газа между его элементами.

Авторы выражают признательность А. К. Реброву и П. А. Сквородко за полезные обсуждения, стимулирующие развитие данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Г. И. Электронно-лучевая сварка в атмосфере инертных газов.— Сварочное производство, 1971, № 7.
2. Бычков Ю. И., Королев Ю. Д. и др. Возбуждение лазерных сред с помощью электронного пучка, вводимого через газодинамическое окно.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1979, т. 43, № 2.
3. Диагностика потоков разреженного газа/Под ред. С. С. Кутателадзе, А. К. Реброва. Новосибирск: Наука, 1979.
4. Иевлев В. М., Коротеев А. С. Вывод в атмосферу и исследование мощных стационарных электронных пучков.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1981, № 3.
5. Гитт В. Д., Рыльцев П. И. и др. Газоразрядная электронная пушка с выводом пучка в газ среднего давления.— ПТЭ, 1981, № 4.
6. Сенковенко С. А. Экспериментальные методы исследования структуры потока и релаксационных процессов в сверхзвуковых струях газов.— В кн.: 6 Всесоюз. конф. по динамике разреженных газов. Тезисы докл. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1979.
7. Кисляков Н. И., Ребров А. К., Шарафутдинов Р. Г. О структуре высоконапорных струй низкой плотности за сверхзвуковым соплом.— ПМТФ, 1975, № 2.
8. Гинзбург И. П., Семилетенко Б. Г., Усков В. Н. Экспериментальное исследование взаимодействия недорасширенной струи с плоской преградой, перпендикулярной оси струи.— В кн.: Газодинамика и теплообмен. Л.: ЛГУ, 1973, вып. 3.
9. Губанова О. И., Луцев В. В., Пластинина Л. Н. О центральной срывной зоне при взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи с преградой.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 2.
10. Голомазов М. М., Давыдов Ю. М. и др. Исследование полей течений в области взаимодействия сверхзвуковой недорасширенной струи с преградами.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 3.
11. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая Динамика. М.: Наука, 1976.

Поступила 9/1 1984 г.

УДК 537.84

ТИРИНГ-НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОГО ТОКОВОГО СЛОЯ С КОНЕЧНОЙ ИОННОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

*В. В. Гатилов, А. М. Сагалаков, В. Ф. Ульченко
(Барнаул)*

1. Разрывная неустойчивость представляет собой очень интересное и важное физическое явление, которое интенсивно изучается в последнее время (см., например, [1]). На развитие данной неустойчивости оказывает влияние целый ряд различных физических факторов. Определенное значение имеют течение плазмы вдоль токового слоя и нормальная к слою компонента магнитного поля [2]. На устойчивость токового слоя влияют неоднородности плотности и проводимости, а также перенос проводимости вместе с движением среды (конвекция проводимости).

Одним из важных факторов является ионная вязкость, которая может существенно воздействовать на тиринг-моду. Попытка оценить влияние ионной вязкости бы-

ла впервые предпринята в [3]. В [4—8] изучалось влияние ионной вязкости на устойчивость диффузного пинча, рассматривались факторы параллельной вязкости и сжимаемости. Асимптотический метод и решение [3], используемые с некоторыми модификациями и в [4—8], содержат эвристические элементы уже в случае исчезающе малой ионной вязкости. Асимптотическая теория не позволяет рассмотреть случай «умеренных» магнитных чисел Рейнольдса R_m , характерных для эксперимента. При наличии конечной ионной вязкости возникают дополнительные осложнения, обусловленные, в частности, повышением порядка системы дифференциальных уравнений.

Корректное исследование неустойчивости тиринг-моды может быть проведено с использованием методов теории устойчивости течений вязкой жидкости. Аналитические методы теории гидродинамической устойчивости использовались в [9, 10] для решения ряда задач об устойчивости плазмы, где обращено внимание на определенное единство процессов, происходящих при развитии неустойчивости в плазме и обычной жидкости [9]. В [11] применялись численные методы теории гидродинамической устойчивости для изучения альфвеновских колебаний неоднородной плазмы в присутствии пучка быстрых ионов.

Обратим внимание на аналогию неустойчивости тиринг-моды и магнитной ветви неустойчивости течения Гартмана, обнаруженной ранее одним из авторов [12]. Данная аналогия позволяет при изучении тиринг-моды использовать те же вычислительные алгоритмы, что и в [12, 13]. Проведенные численные эксперименты дают детальную картину влияния ионной вязкости на устойчивость токового слоя.

Самой простой моделью токового слоя служит одномерная статическая конфигурация плазмы и магнитного поля, рассматриваемая в МГД-приближении [3]. В данной работе в МГД-приближении исследуется устойчивость плоского токового слоя столкновительной плазмы, ограниченного хорошо проводящими непроницаемыми пластинами $y = \pm L_0$. Магнитное поле направлено вдоль оси x и изменяет знак на нейтральной плоскости $y = 0$. Такое магнитное поле поддерживается током, текущим по оси z .

Удобно использовать безразмерную форму записи. Выберем в качестве масштаба длины полуширину канала, в качестве масштаба концентрации — концентрацию n_0 на оси канала $y = 0$, в качестве масштаба скорости — альфвеновскую скорость $V_0 = B_0 / \sqrt{4\pi n_0 m_i}$, вычисленную по масштабу поля B_0 и масштабу концентрации n_0 (m_i — масса ионов).

Пусть магнитное поле имеет вид [3]

$$(1.1) \quad U(y) = \text{th } py.$$

Величина p характеризует быстроту изменения магнитного поля в окрестности нулевой линии (в размерной форме поле $B = B_0 \text{th } (y/a)$, причем $p = L_0/a$). Профиль концентрации, согласно [2, 3], примем в виде

$$(1.2) \quad n(y) = 1/\text{ch}^2 py.$$

Будем первоначально предполагать, что ионы плазмы не замагничены. При этом вязкость плазмы можно считать изотропной. Это справедливо при условии [1, 13]

$$(\omega_i \tau_i)^2 = (4,16 \cdot 10^{22} / AZ^4 \lambda^2) (B [\text{Гс}])^2 (T [\text{эВ}])^3 / (n [\text{см}^{-3}])^2 \ll 1.$$

Данное неравенство обычно выполняется в экспериментальных установках, предназначенных для изучения токового слоя (см., например, [1]). Для таких установок характерны температуры плазмы порядка нескольких десятков электронвольт, $B \sim 10^3$ Гс, $n \sim 10^{15} - 10^{16}$ см⁻³ (нередко используются гелиевая и аргоновая плазма). В более сильных магнитных полях и при более высоких температурах вязкость плазмы определяется тензорными величинами. При $T > 100$ эВ существенную роль играет продольная ионная вязкость [4], а перенос импульса поперек магнитного поля затруднен при достаточно больших B .

Используя результаты [3], сделаем оценку фактора замагниченности, учитывая уменьшение коэффициента вязкости в магнитном поле в рамках модели изотропной вязкости. При этом, в частности, игнорируется то обстоятельство, что продольный импульс переносится вдоль магнитного поля свободно. Поэтому использование поперечной вязкости имеет смысл, пока продольная вязкость не становится достаточно большой. Точный же анализ влияния ионной вязкости должен проводиться с учетом полного

тензора вязких напряжений плазмы в магнитном поле. Но такая задача оказывается очень сложной и до настоящего времени не рассматривалась.

Линейная устойчивость покоящегося токового слоя в рамках рассматриваемой модели будет определяться следующей задачей на собственные значения:

$$(1.3) \quad \frac{\tilde{v}(y) \tilde{v}'(y)}{ik \delta R} v^{IV} + C [(nv')' - k^2 nv] = -U (h'' - k^2 h) + U'' h,$$

$$h'' = - \left(ik \delta R_m U \frac{U'(y)}{U'(0)} + \frac{U''(y)}{C} \right) v + \left(k^2 - \frac{U'(y)}{U'(0)} ik \delta R_m C \right) h,$$

$$v(\pm 1) = 0, h(\pm 1) = 0.$$

Здесь v, h — компоненты y комплексных амплитуд возмущений скорости и поля; k — волновое число; $C = X + iY$ — комплексная фазовая скорость; $\gamma = kY\delta$ — инкремент (возмущения нарастают, если $Y > 0$); $R = V_0 L_0 / \nu_0$ — число Рейнольдса, вычисленное по величине кинематической вязкости ν_0 ; R_m — магнитное число Рейнольдса, определенное по величине электропроводности при $y = 0$; δ — косинус угла между осью x и волновым вектором; $v(y)$ — профиль кинематической вязкости. Штрих означает дифференцирование по y . Точно так же, как и в [3], в уравнениях (1.3) оставлено только вязкое слагаемое со старшей производной.

Согласно [3], профиль кинематической вязкости можно принять в виде

$$(1.4) \quad v(y) = 1/(1 + \varphi^2 U^2),$$

где φ — параметр замагниченности плазмы. При малой замагниченности ($\varphi \ll 1$) величину v можно приближенно считать постоянной и равной 1. В случае большой замагниченности вязкость резко убывает от центра слоя к стенкам.

Обобщая известный результат [3] на случай конечной ионной вязкости, получим при $v \equiv 1$ из уравнений (1.3) интегральное соотношение

$$(1.5) \quad \int_{-1}^{+1} \left\{ - \frac{C |v''|^2}{i |C|^2 \tilde{R}} + \frac{C^2}{|C|^2} (n |v'|^2 + k^2 n |v|^2) + \frac{U''/U + i \tilde{R}_m C U'}{|U''/U + i \tilde{R}_m C U'|^2} |h'' + \right.$$

$$\left. + (k^2 + U''/U) h|^2 - |h'|^2 - \left(k^2 + \frac{U''}{U} \right) |h|^2 \right\} dy = 0, \quad \tilde{R}_m = k \delta R_m / U'(0),$$

$$\tilde{R} = k \delta R.$$

Взяв мнимую часть данного соотношения, приходим к выводу, что и с учетом ионной вязкости осциллирующие возмущения могут только затухать. Рассмотрим далее вещественную часть (1.5). Определив $\max |U''/U|$ на отрезке $-1, +1$, заключаем, что при $k > \sqrt{2p}$ монотонные возмущения ($X = 0$) могут быть только затухающими. Проведенные численные эксперименты показывают, что и в случае переменной вязкости отсутствуют нарастающие осциллирующие возмущения и существует коротковолновая граница неустойчивости.

Инкременты монотонных возмущений находятся из следующей задачи на собственные значения:

$$(1.6) \quad - \frac{v(y)}{k \delta R Y} V^{IV} + V'' = -LV' + [k^2 + (k \delta R_m U^2 \sigma / n Y) + UK / n Y] V +$$

$$+ (U'' / n Y - k \delta R_m \sigma U / n) h;$$

$$(1.7) \quad h'' = -(k \delta R_m U \sigma + K) V + (k^2 + k \delta R_m Y \sigma) h,$$

$$\sigma(y) = U'(y) / U'(0), L(y) = n'(y) / n(y), K(y) = -U''(y) / Y;$$

$$(1.8) \quad h(\pm 1) = 0, V(\pm 1) = 0, V'(\pm 1) = 0.$$

Здесь $V = iv$. Распределение проводимости задается функцией $\sigma(y)$. Величина L характеризует неоднородность плотности. Перенос проводимости вместе с движением среды учитывается с помощью функции $K(y)$.

В рамках стандартной асимптотической теории полагают $n = 1$, $L \equiv 0$, $K \equiv 0$. В узкой внутренней области шириной ε в окрестности нулевой линии считают $\sigma \equiv 1$, $\nu \equiv 1$ (такой слой называют сингулярным). Во внешней области пренебрегают конечным электрическим сопротивлением, ионной вязкостью и инерцией. Возмущения считают двумерными ($\delta = 1$) и длинноволновыми ($k \ll 1$). Для того чтобы уменьшить порядок системы (1.6), используют оценку: $V^{IV} \sim V^{II}/\varepsilon^2$. Кроме того, рассматривают условия, при которых можно пренебречь членом V^{II} в первом уравнении (1.6). Эти предположения позволяют, по существу, только качественно проанализировать влияние ионной вязкости при больших R , R_m . В [3] установлено, что при достаточно больших R_m ионная вязкость приводит к уменьшению инкрементов нарастания. Однако по результатам [3] затруднительно надежно оценить степень такого воздействия. Более точный результат получен в [3, 15] при больших R_m и $R \rightarrow \infty$. Согласно [3, 14], для профиля поля (1.1)

$$\gamma = Ak^{2/5} R_m^{-3/5}, \quad A = \left[\frac{\Gamma(1/4)}{4\pi\Gamma(3/4)} V \bar{p} \Delta \right]^{4/5},$$

$$\Delta = 2p^2 \left[1 - \frac{1}{p \operatorname{th} p} \right], \quad k^2 \ll 1, \quad kR_m \gg 1, \quad p > 1, 2, \quad R \rightarrow \infty.$$

2. Установим простейшие свойства задачи (1.6)–(1.8), ограничиваясь рассмотрением двумерных возмущений ($\delta = 1$).

При малых k величина Y зависит от комплексов kR , kR_m , а выражение для инкремента имеет вид

$$(2.1) \quad \gamma = kY(p, kR_m, kR), \quad k \ll 1.$$

Из формулы (2.1) видно, что если численные расчеты проведены при фиксированных R , R_m в достаточно широкой области $k \ll 1$, то они определяют величины инкрементов в целом диапазоне значений R_m , R .

Обозначим через γ_{**} наибольший инкремент при заданных p , R_m и R . Из системы (1.6)–(1.8) легко получить при малых R_m , kR_m следующую асимптотическую зависимость:

$$(2.2) \quad \gamma_{**} = f(p, R), \quad R_m \rightarrow 0.$$

Функция $f(p, R)$ может быть определена только путем численного анализа.

В случае малых k в системе уравнений (1.6)–(1.8) можно пренебречь слагаемыми $\sim k^2$. Поэтому при фиксированных p , R_m , R имеем асимптотическую зависимость

$$(2.3) \quad Y \rightarrow \text{const} \text{ при } k \rightarrow 0, \quad \gamma \rightarrow \text{const } k \text{ при } k \rightarrow 0.$$

Если пренебречь факторами неоднородностей и конвекцией, то вместо (2.3) находим

$$(2.4) \quad Y \sim kR_m \text{ при } k \rightarrow 0, \quad \gamma \sim k^2 R_m \text{ при } k \rightarrow 0.$$

Асимптотические зависимости (2.1)–(2.4) и коротковолновая граница неустойчивости ограничивают область численного анализа определенным диапазоном волновых чисел.

Для перезамыкания силовых линий необходимо, чтобы в окрестности нулевой линии поля отдельные элементы плазмы перемещались навстречу друг другу, т. е. функция $v(y)$ должна быть нечетной (в случае нечетного профиля поля). Возмущения поля должны быть при этом четными функциями. Граничные условия для таких возмущений имеют вид

$$(2.5) \quad v(0) = 0, \quad h'(0) = 0, \quad v(1) = 0, \quad h(1) = 0.$$

Рассмотрим качественно влияние факторов неоднородностей и конвекции проводимости.

В соответствии с представлениями о сингулярном слое поведение возмущений с большими значениями kR_m , kR определяется, во-первых, распределением магнитного поля по всей толщине токового слоя и, во-вторых, локальными характеристиками токового слоя вблизи $y = 0$. Поэтому факторы неоднородностей, параметр замагниченности и конвекция не должны оказывать существенного влияния на величины инкрементов таких возмущений (в окрестности оси слоя, согласно (1.4), (1.7), v , n , $\sigma = 1$, $L = K = 0$).

Поведение возмущений при «умеренных» R_m определяется только интегральными характеристиками токового слоя. Влияние неоднородности проводимости означает для таких возмущений примерно то же самое, что и определенное уменьшение величины R_m .

Убывание плотности от центра к стенкам канала, например, по закону (1.2) облегчает возможность пренебрежения инерцией во внешней области. Поэтому при учете неоднородности плотности должно, вероятно, улучшиться соответствие с асимптотической теорией [3, 15] при больших R , R_m . Фактор неоднородности будет в этом случае оказывать определенное дестабилизирующее воздействие. Однако при умеренных R , R_m влияние данного фактора может быть иным.

Элементы среды, перемещающиеся к нулевой линии, приводят ее окрестности к меньшей проводимости, облегчая тем самым условия перезамыкания. Поэтому конвекция проводимости должна, вероятно, оказывать дестабилизирующее воздействие.

Учет параметра замагниченности означает примерно то же самое, что и определенное увеличение R . Это видно непосредственно из уравнений (1.6) и соотношения (1.4). Возрастание параметра ϕ должно ослаблять влияние ионной вязкости. Эффективного воздействия замагниченности следует ожидать, очевидно, только в том случае, когда $\phi^2 U^2(\epsilon) \gg 1$. Для профиля магнитного поля (1.1) данное неравенство с учетом малости ϵ представляется в виде

$$\phi^2 p^2 \epsilon^2 \gg 1.$$

3. Уравнения (1.3) содержат даже при «умеренных» R , R_m , ϕ малые параметры перед старшими производными функций v и h . В токовом слое в данных условиях выделяется особая область в окрестности нейтральной плоскости, которая при увеличении R , R_m переходит в узкий сингулярный слой. Кроме того, имеются характерные «вязкие» области вблизи стенок. Рассматриваемая задача несколько напоминает классические задачи теории гидродинамической устойчивости течений вязкой жидкости.

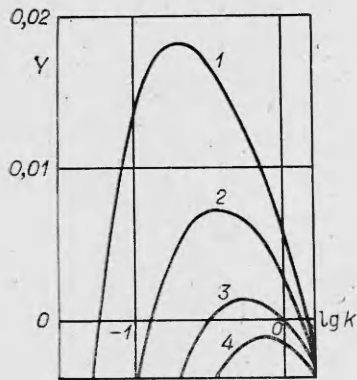
Используя отмеченное выше сходство между тиринг-неустойчивостью и магнитной ветвью неустойчивости течения Гартмана, предлагаем использовать методика вычислений, приведенную в [12, 13]. Как известно, выбор схемы прогонки неоднозначен. В данной работе использовался оптимальный вариант:

$$(3.1) \quad \begin{pmatrix} v'' \\ v''' \\ h' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ v' \\ h \end{pmatrix},$$

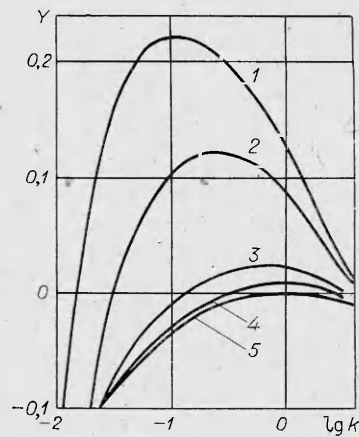
предложенный в [13].

Первоначально на малом расстоянии от стенки канала δ_0 интегрируется исходная линейная система. Величина δ_0 обычно выбиралась равной 10^{-3} . Находятся три решения из фундаментальной системы, удовлетворяющие граничным условиям. С помощью этих решений при $y = 1 - \delta_0$ рассчитываются начальные данные для нелинейной системы уравнений, которой удовлетворяют величины A_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) из соотношения (3.1). При $y = 0$, используя граничные условия, получим из соотношения (3.1) характеристическое уравнение

$$(3.2) \quad F(y) = A_{12}A_{33} - A_{13}A_{32} = 0$$



Ф и г. 1



Ф и г. 2

для четных возмущений. Корни характеристического уравнения (3.2) первоначально находились при помощи сетки значений функции F . После нахождения «опорных» значений Y использовался итерационный метод секущих, который обычно применяется в гидродинамических задачах [16]. Шаг при «движении по непрерывности» [16] определялся экспериментально. При изменении величины k шаг чаще всего выбирался равным 5%. Анализ поведения функции $F(Y)$ свидетельствует о наличии всего лишь одного корня при рассматриваемых здесь физических параметрах.

Численные расчеты проводились на ЭВМ ЕС 1022 (использовалось представление с двойной точностью). Собственные значения находились с заданной точностью (три значащие цифры). Численные эксперименты проводились в широком диапазоне физических параметров: $p = 1-10$, $k = 10^{-4} - 10$, $R_m = 1-10^5$, $R = 1-10^6$, $\varphi = 1-8$.

4. Первоначально рассмотрим двумерные возмущения без учета факторов неоднородностей, конвекции и замагниченности. При этом $\sigma = 1$, $\nu = 1$, $L = 0$, $K = 0$.

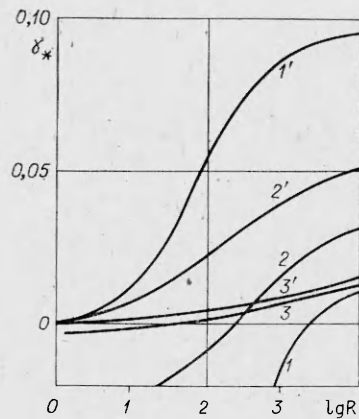
Численные эксперименты показывают, что при увеличении ионной вязкости тиринг-неустойчивость может быть в значительной степени или даже полностью подавлена.

На фиг. 1 продемонстрирована стабилизация тиринг-неустойчивости при увеличении ионной вязкости для $p = 2$, $R_m = 10^3$ (кривая 1 — $R = 10^3$; 2 — 200; 3 — 40; 4 — 10). При $R = 10$ тиринг-неустойчивость полностью подавлена.

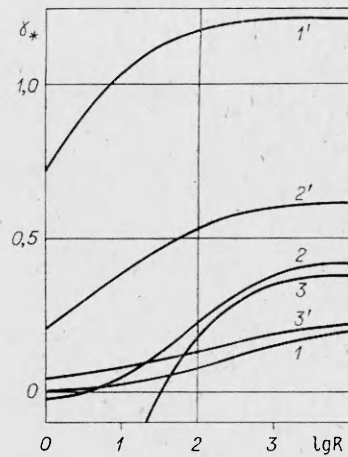
Приведенная здесь картина стабилизации вообще типична для небольших p . Таким образом, при небольших p ионная вязкость может оказывать эффективное воздействие на тиринг-моду. Обнаруженная здесь стабилизация не описывается в рамках элементарной теории [3] даже качественно. Отметим, что использованные нами критерии подобия не являются экзотическими для эксперимента. Например, при температуре $T \sim 30$ эВ, $n \sim 10^{16}$ см $^{-3}$, $B \sim 10^3$ Гс, $L_0 \sim 10$ см значение $R \sim 30$.

Особенно сильное воздействие оказывает ионная вязкость на возмущения с малым инкрементом нарастания. Как видно из фиг. 1, даже при малой ионной вязкости подавляются длинноволновые возмущения с малой величиной инкремента нарастания. Поэтому при учете ионной вязкости наряду с коротковолновой границей неустойчивости появляется и длинноволновая граница неустойчивости. Интересно отметить, что при увеличении ионной вязкости не только уменьшаются инкременты нарастания, но и сужается диапазон волновых чисел, соответствующих нарастающим возмущениям.

На фиг. 2 показано воздействие ионной вязкости при $p = 6$, $R_m = 10^3$ (кривая 1 — $R = 10^3$; 2 — 200; 3 — 10; 4 — 2; 5 — 0,4). Приведенные зависимости иллюстрируют изменения, происходящие при увеличении p .



Ф и г. 3



Ф и г. 4

С ростом p (при фиксированных R, R_m) инкременты возрастают. Ионная вязкость по-прежнему оказывает значительное стабилизирующее воздействие, но полная стабилизация наступает при очень малых R . При $p = 6$ все возмущения затухают, если $R < 0,4$. Однако при таких малых R исходные уравнения (1.3), вообще говоря, неприменимы.

Наибольший интерес в рамках линейной теории представляет определение максимальных инкрементов

$$\gamma_* = \max_k \gamma(k, R_m, R, p).$$

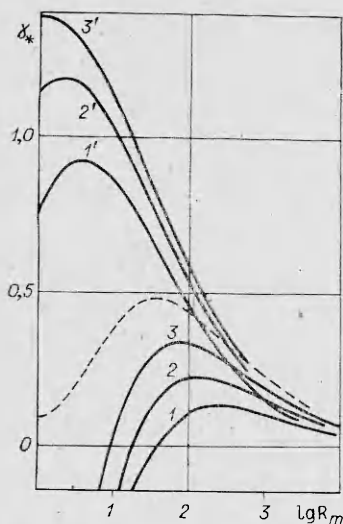
Типичные зависимости $\gamma_*(R)$ для $p = 2$ приведены на фиг. 3 (кривая 1 — $R_m = 10$; 2 — 10^2 ; 3 — 10^3). При очень больших R ионная вязкость не оказывает заметного воздействия на стабильность токового слоя. Предельные значения величин γ_* при $R \rightarrow \infty$ достигаются уже фактически при $R = 10^3$. В рассматриваемых на фиг. 3 случаях при очень больших R наибольшими инкрементами обладают возмущения с $R_m = 10^2$. Однако при увеличении ионной вязкости эти инкременты резко убывают и для достаточно малых R наибольшими инкрементами обладают уже возмущения при $R_m = 10^3$. Как видно из фиг. 3, эти возмущения полностью стабилизируются только при значительной величине ионной вязкости.

Характерные зависимости $\gamma_*(R)$ для $p = 6$ приведены на фиг. 4 (кривая 1 — $R = 10$; 2 — 10^2 ; 3 — 10^3). Эти зависимости демонстрируют изменения, происходящие при увеличении p . Хотя с ростом p инкременты значительно возрастают, ионная вязкость и в этих случаях оказывает эффективное стабилизирующее воздействие.

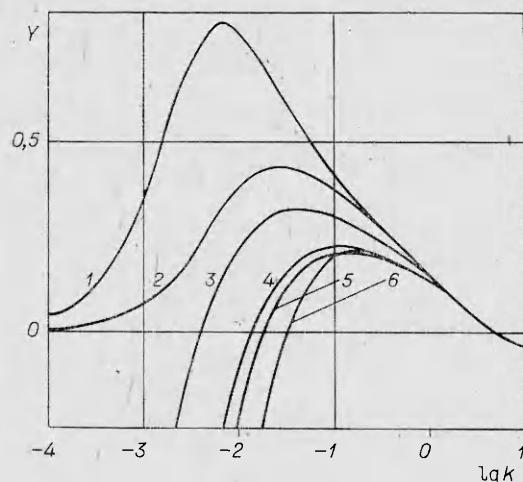
Оценим роль трехмерных возмущений, т. е. наклонных возмущений с $\delta < 1$. Пусть заданы значения $R_m = R_{m0}$ и $R = R_0$. Тогда из уравнений (1.6) непосредственно видно, что инкременты трехмерных возмущений можно найти, если известно решение двумерной задачи для всех $R_m < R_{m0}$ и при фиксированном отношении $P_m = R_m/R = R_{m0}/R_0$ (величина P_m может быть названа магнитным числом Прандтля). Таким образом, исходная трехмерная задача сводится к эквивалентной двумерной. Данное свойство аналогично преобразованию Сквайра в гидродинамике.

На фиг. 5 представлены зависимости $\gamma_*(R_m)$, построенные при $p = 6$ и $P_m = 0,25$; 1; 4 (кривые 1 — 3). Штриховой линией изображена предельная зависимость $\gamma_*(R_m)$, полученная при $R \rightarrow \infty$. Из фиг. 5 видно, что эффективность стабилизации возрастает при уменьшении величины P_m .

Пусть задано $R_m = R_{m0}$. Тогда для определения максимального инкремента необходимо непосредственно из фиг. 5 найти $\max \delta \gamma_*(R_m)$ для значений $R_m < R_{m0}$. Отсюда одновременно находится и угол наклона волнового вектора возмущения с наибольшим инкрементом. Такой



Ф и г. 5



Ф и г. 6

анализ показывает, что наибольшими инкрементами обладают прямые возмущения ($\delta = 1$).

В реальных конечных системах необходимо учитывать, что величина $k\delta = k_x > 2\pi/L_x$ (L_x — размер системы в направлении оси x).

5. В неоднородной замагниченной плазме инкременты претерпевают существенные изменения, особенно в длинноволновой области. Однако при больших R_m в диапазоне волновых чисел, соответствующих наибольшим инкрементам, величины γ_* изменяются довольно незначительно. Это означает, что при больших R_m в плазме выделяется узкий сингулярный слой, в пределах которого можно пренебречь факторами неоднородности и замагниченности. При сравнительно же небольших R_m не существует выраженного сингулярного слоя, поэтому инкременты существенно зависят от факторов неоднородностей, конвекции и замагниченности.

На фиг. 6 приведены типичные зависимости $Y(k)$, демонстрирующие влияние указанных выше факторов при $p = 6$, $R = 10^3$, $R_m = 10^3$. Кривая 1 представляет зависимость $Y(k)$, полученную с учетом всех факторов, кроме фактора замагниченности. Зависимость 2 рассчитана только с учетом неоднородности проводимости и конвекции проводимости. Как и в случае отсутствия ионной вязкости, указанные факторы обуславливают значительное увеличение инкрементов в длинноволновой области. Кривая 3 представляет зависимость $Y(k)$, полученную с учетом только одного фактора замагниченности при $\varphi = 5$. Зависимость 5 построена с учетом только неоднородности плотности, а зависимость 6 — с учетом только неоднородности проводимости. Для сравнения на фиг. 6 приведена зависимость $Y(k)$ однородной задачи (кривая 4).

Наиболее слабое воздействие на инкременты в данном случае оказывает неоднородность плотности. Отметим, что при учете конвекции проводимости (совместно с фактором неоднородности проводимости) не происходит полной стабилизации в длинноволновой области. Таким образом, в плазме с большим градиентом проводимости действие ионной вязкости ослаблено.

Зависимости $\gamma_*(R)$ с учетом всех факторов неоднородностей, конвекции и замагниченности ($\varphi = 5$) при $p = 2$ представлены на фиг. 3 (кривая 1' — $R_m = 10$; 2' — 10^2 ; 3' — 10^3). В данном случае не происходит полной стабилизации, но при небольших R инкременты малы. Как видно из фиг. 3, чем меньше величина R_m , тем быстрее достигаются предельные значения γ_* при больших R .

Случай больших p представлен на фиг. 4. Здесь изображены графики функций $\gamma_*(R)$ при $p = 6$ с учетом всех факторов неоднородностей и кон-

векции (кривая 1' — $R_m = 10$; 2' — 10^2 ; 3' — 10^3). Как и в предшествующем примере, параметр замагниченности $\varphi = 5$.

На фиг. 5 приведены зависимости $\gamma_*(R_m)$ при фиксированных R_m (кривая 1' — $R_m = 0,25$; 2' — 1; 3' — 4) с учетом всех факторов неоднородностей конвекции и замагниченности ($\varphi = 5$). Совокупное воздействие этих факторов приводит к значительному увеличению инкрементов при сравнительно небольших R_m . Однако при больших R_m влияние этих факторов незначительно.

Пусть задана величина $R_m = R_{m0}$. Перемещаясь вдоль рассмотренных кривых в направлении уменьшения R_m от величины R_{m0} , находим инкременты трехмерных возмущений для различных углов наклона.

В экспериментах токовый слой плазмы с рассматриваемыми здесь параметрами существует долго по сравнению с величиной обратного инкремента, определяемого при $R \rightarrow \infty$ в рамках статической модели. В данной работе установлено, что ионная вязкость может существенно уменьшить инкременты разрывной неустойчивости, а в определенных случаях и полностью стабилизировать ее. Таким образом, для объяснения лабораторных экспериментов, проводимых с достаточно плотной и «умеренно» нагретой плазмой в сравнительно слабом магнитном поле, необходимо учитывать фактор ионной вязкости (наряду с другими стабилизирующими факторами), особенно в тех случаях, когда число Рейнольдса сравнительно невелико. При больших же R воздействие ионной вязкости незначительно.

Авторы благодарят А. В. Тимофеева и В. Н. Штерна за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейтральные токовые слои в плазме. Т. 110. М.: Наука, 1979.
2. Буланов С. В., Джун-ичи Сакаи, Сыроватский С. И. Разрывная неустойчивость в квазистационарных магнитогидродинамических конфигурациях. — Физика плазмы, 1979, т. 5, вып. 2.
3. Furth H. P., Killen J. K., Rosenbluth M. N. Finite resistivity instabilities of a sheet pinch. — Phys. Fluids, 1963, vol. 6, p. 459.
4. Coppi B., Greene J. M., Johnson J. L. Resistive instabilities in a diffuse linear pinch. — Nuclear Fusion, 1966, vol. 6, p. 101.
5. Marinoff G. M. «Parallel» viscous modification of the resistive «tearing» instability in a cartesian model of the hard-core pinch. — Austral. J. Phys., 1971, vol. 24, p. 929.
6. Marinoff G. M. «Parallel» viscous modification of the resistive «tearing» instability in a cylindrical model of the hard-core pinch. — Austral. J. Phys., 1973, vol. 26, N 5.
7. Marinoff G. M. «Inner» region solution for the resistive tearing instability including «parallel» viscosity and compressibility. — J. Plasma Phys., 1974, vol. 11, pt 2.
8. Hosking R. J. Magneto-viscous resistive tearing of cylindrical flux surfaces. — J. Plasma Phys., 1979, vol. 22, N 2.
9. Тимофеев А. В. Колебания неоднородных течений плазмы и жидкости. — УФН, 1970, т. 102, вып. 2.
10. Тимофеев А. В. К теории альфвеновских колебаний неоднородной плазмы. — В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 9/Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1979.
11. Патудин В. М., Сагалаков А. М. Устойчивость альфвеновских колебаний плоского слоя плазмы. — Физика плазмы, 1983, т. 9, № 3.
12. Сагалаков А. М. Устойчивость течения Гартмана. — ДАН СССР, 1972, т. 203, № 4.
13. Сагалаков А. М. Устойчивость одного ламинарного течения проводящей жидкости в поперечном магнитном поле. — Магнитн. гидродинамика, 1974, № 3.
14. Брагинский С. И. Явления переноса в плазме. — В кн.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1962, вып. 1.
15. Михайловский А. Б. Неустойчивости плазмы в магнитных ловушках. М.: Атомиздат, 1978.
16. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука, 1977.

Поступила 1/1 1984 г.