

value which was 40 % lower than the value calculated by Moss, et al. with the G2 DSMC code. This discrepancy points to the need for a good understanding of the nature of this process for materials of interest for the thermal protection system. As we have noted, the NEQ2D code has not been extended to three dimensions, so it is probably unwise to compare its predictions directly to a 3D Navier—Stokes solver such as LAURA.

REFERENCES

1. Peterson V. L. et al. Supercomputer requirements for selected disciplines important to aerospace // Proc. IEEE.— 1989.— 77.— P. 1038.
2. Park Chul. Radiation Enhancement by nonequilibrium in earth's atmosphere // J. Spacecraft.— 1985.— 22, 27.
3. Park Chul. A review of reaction rates in high temperature air // AIAA-89-1740, 1989.
4. Park Chul et al. Chemical-kinetic problems of future NASA missions // AIAA-91-0464, 1991.
5. Cooper D. M. et al. Computational chemistry and aeroassisted orbital transfer vehicles // J. Spacecraft.— 1985.— 22.— P. 60.
6. Lee Jong-Hun. Basic governing equations for the flight regimes of aeroassisted orbital transfer vehicles // AIAA-84-1929, 1984.
7. Lee Jong-Hun. Electron-impact vibrational excitation rates in the flow field of aeroassisted orbital transfer vehicles // AIAA-85-1035, 1985.
8. Sharma Surendra P., Huo Winifred M., Park Chul. The rate parameters for coupled vibration-dissociation in a generalized SSH approximation // AIAA-88-2714, 1988.
9. Olynick D., Moss J., Hassan H. Monte Carlo simulation of vibrational relaxation in nitrogen // AIAA-90-1767, 1990.
10. Landrum D., Candler G. Vibration-dissociation coupling in nonequilibrium flows // AIAA-91-0466, 1991.
11. Gnoffo P. A. Code calibration program in support of the aeroassist. flight experiment // J. Spacecraft.— 1990.— 27.— P. 131.
12. Candler G. V., MacCormack R. W. Computation of weakly ionized hypersonic flows in thermochemical nonequilibrium // J. Thermophysics and Heat Transfer.— 1991.— 5.— P. 266.

УДК 452.225

П. К. Третьяков

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПОВОДА К ПОТОКУ В КАНАЛЕ С ПСЕВДОСКАЧКОМ

Подвод тепла за счет горения топлива в канале со сверхзвуковой скоростью потока приводит к его торможению. Возникающая газодинамическая структура характерна для псевдоскачка и существенно неоднородна по сечению канала. Наличие горения и малая длительность эксперимента не позволяют получить подробную информацию о параметрах течения. Наиболее доступные данные в этой ситуации — измерения статического давления на стенке канала, которые используются для определения полноты сгорания или количества тепла, подведенного к потоку.

Применение одномерной методики в ряде случаев может привести к получению нефизического результата, когда полнота сгорания превышает единицу. Предложенный метод основан на закономерностях изменения коэффициента неоднородности, который вводится из условия одномерного представления уравнений сохранения (импульса и неразрывности). Используется разница давлений для изотермического течения и с теплоподводом, трение и теплоотвод в стенку учитываются. Приведены примеры применения к известным в литературе экспериментам с горением водорода и керосина.

Торможение сверхзвукового потока с переходом к дозвуковому течению сопровождается возникновением сложной волновой структуры, получившей название псевдоскачка. Такая ситуация характерна для многих газодинамических устройств. Одно из первых исследований в этом направлении — работа [1]. Отметим, что при горении в канале со сверхзвуковой скоростью потока также возможна реализация структуры псевдоскачка.

Нетрудно показать, что при возникновении псевдоскачка в канале постоянного сечения для адиабатического случая одномерные уравнения сохранения выполняются только для сечений в начале и в конце псевдоскачка (см., например, [2]). В промежуточных сечениях, если в каче-

© П. К. Третьяков, 1993.

стве основного предположения принять постоянство статического давления поперек канала, невозможно найти параметры потока (при заданном давлении), удовлетворяющие одновременно всем уравнениям сохранения. Этот факт послужил отправным моментом для создания различных моделей течения: двухслойная [2], диффузионная [3], отрывная [4], интегральная [5]. В каждой из них имеются определенные допущения и связанные с ними ограничения, которые сказываются на конечном результате расчета — длине псевдоскачка и распределении в нем давления в зависимости от скорости потока (числа Маха M). В то же время использовать их для нахождения теплоподвода в канале трудно без принятия дополнительных предположений или экспериментальной информации (кроме распределения давления по длине канала). Ниже показано, что, исходя из небольшого количества допущений, можно заметить общие для этого класса течений закономерности, которые могут быть положены в основу методики нахождения теплоподвода при известном распределении статического давления по длине псевдоскачка.

Уравнения сохранения для канала $F = \text{const}$ в изотермическом случае (с точностью до потерь на трение) можно представить в виде

$$p_n(1 + \kappa M_n^2) = p(1 + \kappa M^2),$$

$$p_n \gamma(\lambda_n) = p \gamma(\lambda), T_n^* = \text{const}.$$

Здесь p — статическое давление; λ — коэффициент скорости; $\gamma(\lambda)$ — газодинамическая функция; T^* — температура; κ — показатель адиабаты; индексы n и k — параметры потока в начале и в конце псевдоскачка; * — параметры торможения.

Приведенные уравнения с достаточной для практических задач точностью могут использоваться при нахождении параметров в конце псевдоскачка. При этом получают известные соотношения на прямом скачке.

$$\lambda_k \lambda_n = 1 \text{ и } p_k/p_n = [1 + \kappa(2M_n - 1)]/(\kappa + 1).$$

В диапазоне изменения давления $1 < p/p_n < p_k/p_n$ течение, по-видимому, становится существенно неоднородным и одномерные уравнения сохранения не выполняются, т. е. если задать любое значение p/p_n из указанного диапазона и определить M из уравнения импульсов, а затем подставить в уравнение неразрывности, то правая часть не будет равна левой. Введем коэффициент неоднородности η для выполнения соотношения неразрывности: $p_n \gamma(\lambda_n) = p \gamma(\lambda) / \eta$ (значение η должно превышать единицу). Используя это выражение в совокупности с уравнением импульсов и условием адиабатичности течения, найдем связь η с p/p_n и M_n

$$\eta = \left\{ \frac{p}{p_n} + \frac{1}{2} \frac{\kappa - 1}{\kappa} (1 + \kappa M_n^2 - p/p_n) \right\} \frac{1 + \kappa M_n^2 - p/p_n}{\kappa M_n^2 (1 + (\kappa - 1)/2 M_n^2)}. \quad (1)$$

Из анализа (1) нетрудно сделать вывод, что максимальное значение η_{max} будет при

$$p/p_n = (1 + p_k/p_n)/2 = (1 + \kappa M_n)/(\kappa + 1) \quad (2)$$

$$\eta_{\text{max}} = \frac{(1 + \kappa M_n^2)^2}{(\kappa + 1) M_n^2 [2 + (\kappa - 1) M_n^2]}. \quad (3)$$

При $M_n \rightarrow \infty$ и $\kappa = 1,4$ $\eta_{\text{max}} \rightarrow 2,04$; величина η_{max} соответствует максимально возможному увеличению температуры (до наступления кризиса течения) в задаче о теплоподводе к сверхзвуковому потоку в трубе постоянного сечения.

Если ввести безразмерные соотношения $(\eta - 1)/(\eta_{\text{max}} - 1)$ и $(p - p_n)/(p_k - p_n)$, то выражение (1) можно свести к виду

$$\frac{\eta - 1}{\eta_{\text{max}} - 1} = 4 \frac{p - p_n}{p_k - p_n} \left[1 - \frac{p - p_n}{p_k - p_n} \right]. \quad (4)$$

Приведенная зависимость является основной особенностью псевдоскачка.

Что же отражает изменение коэффициента неоднородности по длине псевдоскачка? Из уравнения неразрывности

$$G = \frac{m p F y(\lambda)}{V T_n^* \sqrt{\eta}}$$

следует, что для его выполнения необходимо ввести некоторую (фиктивную) температуру торможения $T_\phi^* = T_n^* \eta$ либо фиктивную площадь поперечного сечения канала (с сохранением условия $T^* = \text{const}$) $F_\phi = F/\sqrt{\eta}$. Во втором случае процесс торможения в псевдоскачке может истолковываться подобным течению в обратном сопле Лавалья. При $M_n = \text{const}$, как следует из (1), η — параболическая функция p/p_n . В этой связи представляется понятным введение Е. С. Щетинковым отрывной модели псевдоскачка, так как она фактически отражает соотношение для F_ϕ .

Первая форма представления ($T_\phi^* = T_n^* \eta$) более всего подходяща для методического анализа течений с теплоподводом. Основная задача экспериментатора — определение реального теплоподвода по измерениям распределения статического давления по длине канала. В этом случае в используемой системе уравнений вместо условия $T_n^* = \text{const}$ должно быть записано $T^* = T_n^* + \Delta T$, где ΔT — теплоподвод. Когда подвод тепла вызывает изменение давления по длине канала, близкое по характеру к распределению в псевдоскачке, то использование напрямую уравнений сохранения для нахождения теплоподвода приведет к его завышению.

Такой анализ выполнен в работе [4], где показано, что в этом случае возможно получение таких значений теплоподвода (за счет сгорания вводимого в канал топлива), величина которых может противоречить физическому процессу. Полнота сгорания, например, может оказаться больше единицы. Как следует из приведенного выше анализа, даже для изотермического случая при $T^* = \text{const}$ получается увеличение температуры торможения в η раз.

Возможность одномерного расчета процесса выгорания в сверхзвуковом потоке воздуха может быть оценена по степени отклонения коэффициентов неравномерностей температуры и скорости от единицы. В работе [2] коэффициенты неравномерностей определяются по выражениям

$$\alpha^* = \frac{\bar{T}}{T}, \quad \beta = \left(\frac{\bar{u}}{u} \right)^2.$$

Для нахождения \bar{T} , T и \bar{u} , u используются уравнения

$$\bar{u} = \frac{gI}{G}, \quad \bar{T} = \frac{pF\bar{u}}{RG},$$

$$E_n = \frac{G\bar{u}^2}{2g} = \int_G n^2 dG,$$

$$G \left(\bar{c}_p \bar{T} + \frac{\bar{u}^2}{2} \right) = H^0 = \int_G \bar{c}_p T_0 dG,$$

где $\bar{c}_p = \frac{1}{G} \int_G c_p dG$; $\bar{R} = \frac{1}{G} \int_G R dG$; $\frac{\bar{z}}{z-1} = \frac{\bar{c}_p}{\bar{R}}$. Выражения для α^* и β имеют следующий вид:

$$\alpha^* = \frac{G \int_G R dG \int_G c_p T dG}{\int_G c_p dG \int_G u dG \int_G \frac{HT}{u} dG},$$

$$\beta = \frac{G \int_G u^2 dG}{\left(\int_G u dG \right)^2},$$

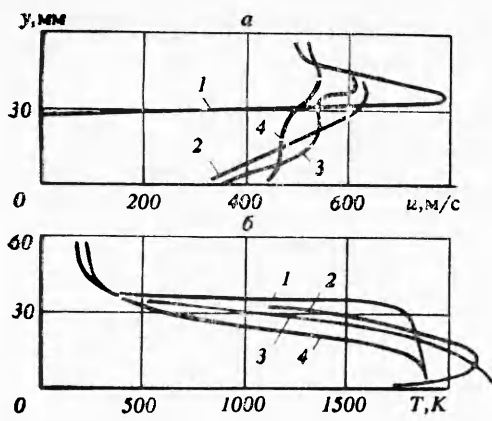


Рис. 1. Распределение параметров по сечению канала.
 x , мм: 1 — 182, 2 — 362, 3 — 542, 4 — 722.

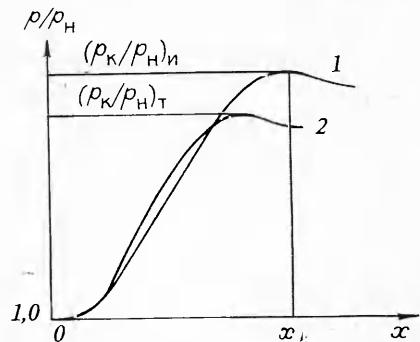


Рис. 2. Изменение давления по длине псевдоскачка.
 1 — без теплоподвода; 2 — с теплоподводом.

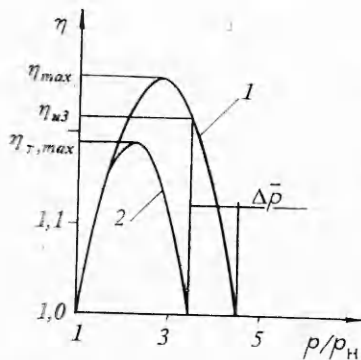


Рис. 3. Связь коэффициента неоднородности с давлением в псевдоскачке.
 1 — изотермический случай; 2 — при горении.

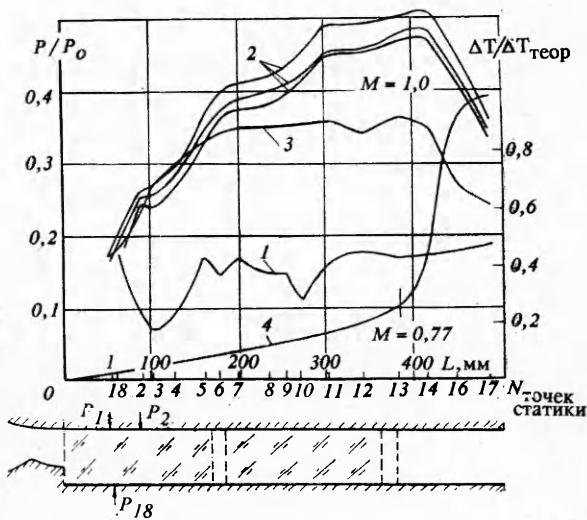


Рис. 4. Горение керосина в канале с внезапным расширением.
 Распределение давления: 1, 2 — без горения; 3 — с горением. 1 — $p_0 = 5,4$ атм, $T_0 = 1525$ К, $\alpha = \infty$; 2 — $p_0 = 5,3 - 6,7$ атм, $T_0 = 300$ К, $\alpha = \infty$; 3 — $p_0 = 5,35$ атм, $T_0 = 1870$ К, $\alpha = 2,25$; керосин подается в форкамеру, где идет испарение; 4 — доля выделившегося тепла от горения ($\Delta T_{теор} = 864$ °С).

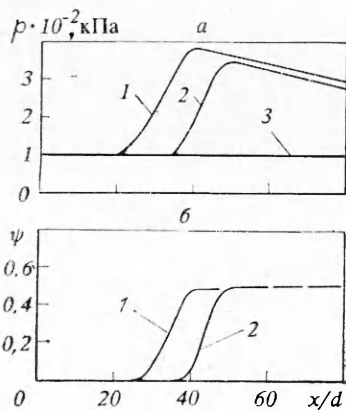


Рис. 5. Горение водорода в осесимметричном канале ($F = \text{const}$); $M_H = 2,5$, $T_H = 1860$ К.
 α : 1 — 2,23, 2 — 2,39, 3 — ∞ .

где u — скорость; G — расход; T — температура; R — газовая постоянная; c_p — удельная теплоемкость.

Для анализа использованы результаты экспериментов по горению водорода в канале с внезапным расширением [6]. По приведенным формулам на основе полученных в экспериментах профилей скорости, температуры и других параметров рассчитаны коэффициенты неравномерностей в пяти сечениях по длине капала для коэффициента избытка

воздуха $\alpha = 9,0$ и в выходном сечении для $\alpha = 5,2$ и $4,6$. Вычисленные значения α^* и β приведены в таблице. Как следует из этих данных, несмотря на существенно неоднородное распределение скорости по сечениям канала (рис. 1), коэффициент неравномерности для скорости близок к единице. В то же время температурный коэффициент неравномерности меняется значительно. Эти результаты свидетельствуют о возможности введения одного температурного коэффициента неравномерности, во всяком случае для нахождения полноты сгорания.

Нетрудно показать (см. [2], с. 306), что эффект подвода тепла направлен в сторону снижения среднего давления (по сравнению с изотермическим случаем). При этом снижение давления сопровождается увеличением числа Маха продуктов сгорания, и минимально возможному давлению в конце псевдоскачка соответствует $M_k = 1$, т. е. продукты сгорания приобретают звуковую скорость, что соответствует детонационному режиму горения. При этом, как следует из уравнения импульсов $(p_k/p_n)_{\min} = (1 + \kappa M_n^2)/(1 + \kappa)$, давление в конце псевдоскачка будет меняться от $(p_k/p_n)_{\max} = [1 + \kappa(2M_n^2 - 1)]/(\kappa + 1)$ (теплоподвода нет) до минимального, соответствующего максимально возможному тепловыделению.

Рассмотрим задачу определения полноты сгорания, исходя из следующих данных. При наличии теплоподвода известно распределение $p(x)$, характер которого подобен изменению давления в псевдоскачке для изотермического случая (рис. 2). Считаем известными параметры M_n , p_n , T_n^* в сечении, которое можно отнести к началу псевдоскачка. По этим параметрам для изотермического случая всегда можно найти давление в конце псевдоскачка (значение $(p_k/p_n)_n$).

Таким образом может быть найдена разница давлений, обусловленная теплоподводом:

$$\Delta \bar{p} = (p_k/p_n)_n - (p_k/p_n)_t.$$

Коэффициент неоднородности — это параболическая функция давления. В качестве примера на рис. 3 приведено изменение η для $M_n = 2,0$ ($\kappa = 1,4$). Относительное давление за прямым скачком в этом случае $(p_k/p_n) = 4,5$, а вершина параболы находится при $(p/p_n) = (1 + p_k/p_n)/2 = 2,75$ и $\eta_{\max} = 1,26$. Если предположить, что для случая с теплоподводом характер взаимосвязи коэффициента неоднородности (η_t) с давлением сохраняется, то, обращаясь к уравнению неразрывности (в совокупности с уравнением импульсов), нетрудно заметить, что относительный теплоподвод при $(p/p_n) = (p_k/p_n)_t$, когда $\eta_t = 1$, определится из соотношения $(\Delta T/T_n^*) = \eta_{\text{из}} - 1$, где $\eta_{\text{из}}$ — коэффициент неоднородности при $(p/p_n) = (p_k/p_n)_t$ для изотермического случая.

При промежуточных значениях $(p/p_n)_t$ уравнение неразрывности будет выполняться всегда, когда $T^* = T_n^* \eta$. Однако из-за отличия от единицы коэффициента неоднородности по длине псевдоскачка при теплоподводе η_t действительный теплоподвод будет завышен на величину

α	x , мм	α^*	β
9	182	0,55	1,02
	362	1,06	1,045
	542	1,036	1,037
	722	1,01	1,02
	1060	1,04	1,01
5,2	1060	1,16	1,015
4,6	1060	1,17	1,03

$\delta T = T_n^*(\eta_T - 1)$ и может быть определен из выражения

$$\Delta T_{\text{д}} = (T^* - T_n^*) - \delta T = T_n^*(\eta - 1) - T_n^*(\eta_T - 1) = T_n^*(\eta - \eta_T). \quad (5)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению количественной зависимости $(\eta - \eta_T)$ от (p/p_n) при известной разнице давлений в конце псевдоскачка для изотермического случая и при подводе тепла к потоку $(\Delta \bar{p})$. Применяя выражение (4) для этой цели, получим

$$\begin{aligned} (\eta - \eta_T) = 4 \left\{ \frac{(p/p_n - 1)(p_n/p_n - p/p_n)}{(p_k/p_n - 1)^2} (\eta_{\text{max}} - 1) - \right. \\ \left. - \frac{(p/p_n - 1)(p_k/p_n - \Delta \bar{p} - p/p_n)}{(p_k/p_n - \Delta \bar{p} - 1)} (\eta_{\text{T,max}} - 1) \right\}. \quad (6) \end{aligned}$$

Можно также η и η_T находить из (1).

Максимальное значение коэффициента неоднородности при теплоподводе определится из уравнения

$$\eta_{\text{T,max}} = \frac{\left(1 + \kappa M_n^2 - \frac{\kappa - 1}{2} \Delta \bar{p}\right)^2}{(\kappa + 1) \left(M_n^2 - \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \Delta \bar{p}\right) \left[2 + (\kappa - 1) \left(M_n^2 - \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \Delta \bar{p}\right)\right]}, \quad (7)$$

которое следует из предположения о сохранении закономерности связи η с p/p_n (1) для диапазона изменения p/p_n от значения, равного $p/p_n = 1,0$, до $(p_k/p_n)_T = \left\{ \left[1 + \kappa(2M_n^2 - 1)\right] / (\kappa + 1) - \Delta \bar{p} \right\}$.

Попутно отметим следующее. Если сравнить полученное уравнение для $\eta_{\text{T,max}}$ с (3), то нетрудно установить, что, вводя фиктивное значение числа Маха $M_{n,T}^2 = M_n^2 - \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \Delta \bar{p}$, вид зависимостей (1), (3) сохраняется для случая с теплоподводом.

Для практического применения предложенного подхода к определению теплоподвода от горения необходимо внести соответствующие поправки, связанные с трением, массоподводом, отводом тепла в стенки и изменением площади поперечного сечения канала, если оно не сохраняется постоянным. Внесение этих уточнений не представляет большой сложности.

Ниже приведены конечные зависимости, учитывающие влияние трения, массоподвода и теплоотвода в стенки канала для случая $F = \text{const}$.

Потери давления на трение можно учесть через коэффициент потерь импульса: $K_{\text{тр}} = \Delta \bar{p}_{\text{тр}}/p_n (1 + \kappa M_n^2)$, где $\Delta \bar{p}_{\text{тр}} = \frac{\xi}{2} \frac{x}{D} p_n \kappa M_n^2$ (ξ — коэффициент трения, x/D — рассматриваемая относительная длина канала). Массоподвод характеризуется величиной $\beta = 1 + G_n/G_n$, где G_n — подводимая масса; G_n — начальный массовый расход. Теплоотвод в стенки канала может быть учтен через коэффициент $K^* = T^*/T_n^* = 1 - \Delta T_{\text{ст}}/T_n^*$.

Используя уравнения сохранения, несложно найти выражение

$$\begin{aligned} \eta = \frac{1}{K^* \beta^2} \left\{ \frac{p}{p_n} + \frac{1}{2} \frac{\kappa - 1}{\kappa} \left[(1 - K_{\text{тр}}) (1 - \kappa M_n^2) - \frac{p}{p_n} \right] \right\} \times \\ \times \frac{(1 - K_{\text{тр}}) (1 + \kappa M_n^2) - \frac{p}{p_n}}{\kappa M_n^2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_n^2\right)}. \end{aligned}$$

При этом давление в конце псевдоскачка определится из соотношения

$$\begin{aligned} \left(\frac{p_k}{p_n} \right)_{\star} = \frac{1 + \kappa M_n^2}{\kappa + 1} (1 - K_{\text{тр}}) + \\ + \frac{\kappa}{\kappa + 1} \sqrt{(1 + \kappa M_n^2)^2 (1 - K_{\text{тр}})^2 - (\kappa + 1) M_n^2 [2 + (\kappa - 1) M_n^2] K^* \beta^2}. \end{aligned}$$

Это значение давления может быть использовано для нахождения нового, формального значения числа Маха изотермического течения:

$$M_{н.ф}^2 = M_n^2 - \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \Delta \bar{p},$$

где $\Delta \bar{p} = \left(\frac{p_k}{p_n} \right)_n - \left(\frac{p_k}{p_n} \right)_*$. Далее подвод тепла находится с использованием соотношений (5), (7). С большей точностью подвод тепла может быть определен при наличии экспериментальной информации о распределении давления по длине канала при реализации течения типа псевдоскачка в изотермическом потоке. Разница в изменении давления при горении (теплоподводе) уже учитывает все особенности течения.

Пример применения описанной методики приведен на рис. 4. Здесь показаны результаты экспериментов в плоском канале с внезапным расширением, на входе в канал $M_0 = 1,7$. Горение керосина приводило к изменению давления по длине канала, характер которого соответствует псевдоскачку (кривая 3). Путем дросселирования изотермического потока в выходном сечении канала получены кривые распределений давления (серия кривых 2), характерные для псевдоскачка. Там же приведена рассчитанная зависимость изменения полноты сгорания по длине канала ($\psi = \Delta T / \Delta T_{теор}$). Она иллюстрирует малоинтенсивное горение (небольшое тепловыделение) на основном участке канала. В конце псевдоскачка сгорело $\approx 20\%$ керосина, при этом $M \approx 0,77$. На дозвуковом участке керосин сгорает полностью и поток разгоняется до звуковой скорости.

На рис. 5 приведены результаты расчетов полноты сгорания по длине осесимметричного канала при горении водорода [7]. Не вдаваясь подробно в детали, отметим, что при анализе исходных данных учитывались трение и теплоотвод в стенки. Использовались данные по измерениям количества тепла, отведенного в стенку, охлаждаемую водой, приведенные в [8]. На режимах горения в псевдоскачке (режимы 1, 2) происходит интенсивное тепловыделение на малой длине канала, $\psi \approx 50\%$. Ограничение теплоподвода обусловлено заклиниванием течения.

Предложенная методика может быть использована для сравнительного анализа эффективности горения различных топлив и способов организации процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Neumann E. P., Lustwerk F. Supersonic diffusers for wind tunnels // J. Appl. Mech.— 1949.— 16, N 2.— P. 195.
2. Крокко Л. Одномерное рассмотрение газовой динамики установившихся течений. Основы газовой динамики // Под ред. Г. Эммонса.— М.: ИЛ, 1963.
3. Takefumi I., Kazuyasu M., Minori N. The mechanism of pseudo-shock waves // Bull. JSME.— 1974, N 108.
4. Щетников Е. С. О кусочно-одномерных моделях сверхзвукового горения и псевдоскачка в канале // ФГВ.— 1973.— 9, № 4.— С. 473—483.
5. Зимонт В. Л., Острась В. Н. Расчет псевдоскачка в цилиндрическом канале // ЦАГИ.— 1974.— 5, № 3.
6. Баев В. К., Климчик Г. В., Константиновский В. А. и др. Диффузионное горение водорода в плоском канале с внезапным расширением // ФГВ.— 1975.— 12, № 3.— С. 382—389.
7. Барановский С. И., Левин В. М., Турпцев А. И. Сверхзвуковое горение керосина в цилиндрическом канале. Структура газозажженных пламен: Материалы Международного семинара, Новосибирск, июль, 27—31, 1986.— Новосибирск, 1988.— 4.1.— С. 114—120.
8. Зимонт В. Л., Левин В. М., Мещеряков Е. А. Горение водорода в сверхзвуковом потоке в канале при наличии псевдоскачка // ФГВ.— 1978.— 14, № 4.— С. 23—36.