ПМТФ, № 1, 1971

О ВЛИЯНИИ ТЕПЛООБМЕНА НА НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ГАЗА В ТРУБАХ

А. С. Владиславлев, Б. М. Писаревский

(Москва)

Одномерное неустановившееся движение газа в прямой трубе описывается с помощью уравнений неразрывности, движения, состояния и энергии, при этом трение и тепловой поток считаются квазистационарными. Решение линеаризованных уравнений показывает, что учет теплообмена приводит к появлению «энтропийных» волн давления и скорости газа. В результате теплообмена изменяются также постоянные распространения для обычных волн — по сравнению с адиабатическим процессом увеличивается распределенное трение.

Для описания неустановившегося движения газа в горизонтальной трубе постоянного сечения обычно используется система из уравнения неразрывности, уравнения движения, уравнения состояния [1]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho W) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + W\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + F = 0$$

$$p = \rho g R^\circ T$$

Здесь x — координата, направление которой совпадает с направлением средней скорости потока; t — время; $p\ (x,\ t)$, $W\ (x,\ t)$, $\rho\ (x,\ t)$ и $T\ (x,\ t)$ — соответственно давление, скорость, плотность и температура газа, средние в данном сечении, при этом скорость газа считается значительно меньшей скорости звука; величина F связана с трением и определена ниже.

Для нахождения давления и скорости к этим уравнениям необходимо добавить соотношение, учитывающее теплообмен между газом и окружающей средой. Принятое в [1] предположение о том, что процесс распространения волн давления и скорости газа происходит изотермически ($T = T_0$), приводит к равенству $p = c_0^2\rho$, где скорость звука $c_0 = \sqrt{gR^\circ T_0}$, так что фактическое число неизвестных уменьшается до двух. Если считать, что процесс распространения волн является адиабатическим [2], то число переменных также уменьшается, так как в этом случае при линеаризации для нестационарных составляющих давления и плотности газа справедливо соотношение $p_1 = c_0^2\rho_1$, где $c_0 = \sqrt{kgR^\circ T_0}$ — скорость звука и T_0 — стационарная составляющая температуры газа.

Учет процесса теплообмена между газом и окружающей средой в исходных уравнениях позволит, во-первых, решить вопрос о том, когда такие допущения являются правомерными, во-вторых, рассчитывать газодинамические процессы в участках трубопроводных систем с интенсивным теплообменом (холодильники, теплообменники). Возникающие при решении последней задачи трудности заставляют предположить, что трения в системе нет ($F = 0$), в этом случае в [3] разработан приближенный метод решения волнового уравнения с переменной по длине скоростью звука, основанный на использовании интегральных характеристик. Для решения той же задачи в [4] были использованы методы расчета неоднородных электрических линий, в [5] приведены решаемые в специальных функциях обыкновенные дифференциальные уравнения, к которым сводится волновое уравнение при различных законах изменения средней температуры газа по длине. Следует отметить, что в этих работах основной причиной изменения температуры газа считается наличие теплообмена между трубой и окружающей средой, при этом авторы, не анализируя процесс теплообмена, считают закон изменения средней температуры газа по длине заданным. В этих работах не учтен теплообмен между газом и стенками трубы, также существенно влияющий на процесс распространения волн давления и скорости газа.

Для решения задачи оценки влияния теплообмена на газодинамические процессы в трубопроводных системах к уравнениям (1) необходимо присоединить уравнение энергии

$$\rho Q + \frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(c_v T + \frac{W^2}{2g}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho W\left(c_p T + \frac{W^2}{2g}\right)\right] = 0 \qquad (2)$$

Основные трудности анализа уравнений (1) и (2) связаны с необходимостью определения при нестационарном режиме величин теплового потока Q и трения F. Будем считать процесс трения квазистационарным [1], тогда для характерного для трубопроводных систем поршневых компрессоров турбулентного движения в диапазоне чисел Рейнольдса $R = 10^5—10^6$

$$F = \xi W^2 \qquad (\xi = {}^1/_2\ \lambda / d) \qquad (3)$$

где λ — коэффициент в формуле Дарси — Вейсбаха, d — диаметр трубы. При определении теплового потока Q процесс теплообмена также будем считать квазистационарным; такой подход является оправданным потому, что при $\omega = 10—100$ *сек*$^{-1}$ период колебаний нестационарной составляющей скорости газа оказывается на 2—3 порядка больше, чем время установления температуры в ламинарном подслое. Если в качестве определяющих тепловой поток температур рассматривать мгновенную температуру газа $T\ (x,\ t)$ и внешнюю температуру, то возникают значительные сложности, так как коэффициент теплопередачи сам зависит от разности температур [6].

Более удобным являеся выбор в качестве определяющих мгновенной температуры газа $T\ (x,\ t)$ и температуры стенки $T_w\ (x)$, при этом считается, что вследствие высокой частоты колебаний нестационарная составляющая температуры газа не оказывает влияния на температуру стенки, так что последняя определяется статической температурой газа на входе в трубу и внешним теплообменом. Отметим, что для относительно коротких участков трубопроводных систем, не проходящих через теплообменные аппараты, средняя температура газа практически не меняется по длине, так как внешний теплообмен весьма незначителен. Участки трубопроводов, проходящие внутри холодильников и теплообменников, будем считать разбитыми на такие части, для которых средняя температура газа — на каждом своя — постоянна. Тогда для обоих случаев

$$T_w\ (x) = T_0, \quad Q = \alpha\ [T\ (x,\ t) - T_0], \quad \alpha = \xi c_p P^{-2/3} W \qquad (4)$$

Здесь α — коэффициент теплоотдачи при вынужденном турбулентном движении газа в трубе, для которого в данном случае приведена формула Колборна [6]; молекулярной теплопроводностью пренебрегаем.

Отметим, что уравнение энергии (2) при помощи системы (1) может быть переписано в одном из следующих видов: (5)

$$\frac{D}{dt}\left[c_v T + \frac{W^2}{2g}\right] + R^\circ W \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{R^\circ T}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial t} + Q = 0 \qquad \left(\frac{D}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + W\frac{\partial}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + W\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{kp}{\rho}\left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + W\frac{\partial \rho}{\partial x}\right] = \rho(k-1)(WF - gQ)\left(k = \frac{c_p}{c_v}\right) \tag{6}$$

Если ввести в рассмотрение энтропию $S = c_v \ln p - c_p \ln \rho$, то из (6)

$$\frac{DS}{dt} = \frac{1}{T}\left(\frac{WF}{g} - Q\right) \tag{7}$$

Если в (1) и (7) положить $F = 0$, $Q = 0$, то приходим к случаю, рассмотренному в [7]; ниже указано, что при этом изменяется по сравнению с изоэнтропическим процессом.

Линеаризуя систему (1), (6) с помощью разложения величин p, W, ρ и T на статические и малые динамические составляющие

$$p = p_0 + p_1, \quad W = W_0 + W_1, \quad \rho = \rho_0 + \rho_1, \quad T = T_0 + T_1$$

получаем

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0\frac{\partial W_1}{\partial x} + W_0\frac{\partial \rho_1}{\partial x} = 0 \tag{8}$$

$$\rho_0\frac{\partial W_1}{\partial t} + \rho_0 W_0\frac{\partial W_1}{\partial x} + \frac{\partial p_1}{\partial x} + 2\xi\rho_0 W_0 W_1 + \xi W_0^2\rho_1 = 0$$

$$p_1 - gR^\circ\rho_0 T_1 - gR^\circ T_0\rho_1 = 0$$

$$\rho_0\frac{\partial p_1}{\partial t} + \rho_0 W_0\frac{\partial p_1}{\partial x} - kp_0\frac{\partial \rho_1}{\partial t} - kp_0 W_0\frac{\partial \rho_1}{\partial x} - 3(k-1)\xi\rho_0^2 W_0^2 W_1 -$$
$$-2(k-1)\xi\rho_0 W_0^3\rho_1 + kgR^\circ\xi P^{-2/3}\rho_0^2 W_0 T_1 = 0$$

Рассматривая только вынужденные колебания — экспериментальные исследования [2] показали, что собственные колебания в трубопроводных системах поршневых компрессоров являются быстро затухающими и практически не влияют на газодинамический процесс,— будем искать решение системы (8) в виде

$$p_1(x, t) = p_1(x)e^{j\omega t}, \quad W_1(x, t) = W_1(x)e^{j\omega t}, \quad \rho_1(x, t) = \rho_1(x)e^{j\omega t}$$

$$T_1(x, t) = T_1(x)e^{j\omega t}$$

Исключая из этих равенств температуру $T_1(x)$, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка; соответствующее характеристическое уравнение имеет вид

$$\det|a_{\lambda\mu}| = 0 \qquad (\lambda, \mu = 1, 2, 3) \tag{9}$$

где

$$a_{11} = -c_0^2(j\omega + W_0\gamma) - 2(k-1)\xi W_0^2 - \xi P^{-2/3}W_0 c_0^2$$

$$a_{12} = j\omega + W_0\gamma + k\xi P^{-2/3}W_0 \; a_{13} = -3(k-1)\xi P_0 W_0^2, \; a_{21} = j\omega + W_0\gamma$$

$$a_{22} = 0, \quad a_{23} = \rho_0\gamma, \quad a_{31} = \xi W_0^2, \quad a_{32} = \gamma$$

$$a_{33} = \rho_0(j\omega + W_0\gamma + 2\xi W_0) \qquad (c_0 = \sqrt{kgR^\circ T_0})$$

Для случая $\xi = 0$ корни этого уравнения легко определяются

$$\gamma_1 = -\frac{j\omega}{W_0}, \qquad \gamma_2 = -\frac{j\omega}{c_0 + W_0}, \qquad \gamma_3 = \frac{j\omega}{c_0 - W_0} \tag{10}$$

Наличие трех характеристических корней свидетельствует о том, что отказ от изэнтропичности приводит к появлению третьей, «энтропийной» волны, которая, как видно из матрицы (9), при $\xi = 0$ и $\gamma = -j\omega / W_0$ влияет только на температуру и плотность газа; значения $p_1(x, t)$ и $W_1(x, t)$ остаются такими же, как и для изэнтропического процесса. Для нахождения постоянных распространения γ в общем случае ($\xi \neq 0$) отбросим в коэффициентах получающегося из (9) уравнения относительно γ члены порядка $(W_0 / c_0)^2$ (для встречающихся на практике скоростей газа в трубопроводных системах поршневых компрессоров эта величина имеет порядок 10^{-2}). Выбрав в качестве нулевого приближения корни (10), найдем первое приближение по методу Ньютона для корней полученного уравнения. С достаточной для расчета трубопроводных систем точностью результаты имеют вид

$$\gamma_1 = \frac{-j\omega}{W_0} - \xi P^{-2/3}, \quad \gamma_{2,3} = \frac{\mp j\omega}{c_0 \pm W_0} \mp \frac{\xi W_0}{c_0}\left[1 + \frac{k-1}{2} P^{-2/3}\right] \tag{11}$$

Отметим, что независимо от найденных значений из вида матрицы (9) вытекает: если γ — корень (9), то ни в одной строке два коэффициента из трех не могут обратиться в нуль; это означает, что наличие трения приводит к появлению энтропийных волн давления и скорости газа. Кроме того, учет теплообмена приводит и к изменению постоянных распространения для обычных волн: из выражений γ_2 и γ_3 видно, что по сравнению с адиабатическим случаем в пределах выбранной точности мнимая часть постоянной распространения не изменилась, а действительная — распределенное трение — при $k = 1.4$, $P = 0.7$ возросла на 25%. Решение системы (8) с теми же предположениями, что и ранее, может быть записано в виде

$$\rho_1 = [A_1 e^{\gamma_1 x} + A_2 e^{\gamma_2 x} + A_3 e^{\gamma_3 x}]\, e^{j\omega t} \tag{12}$$

$$T_1 = \frac{T_0}{\rho_0}[-A_1 e^{\gamma_1 x} + (k-1) A_2 e^{\gamma_2 x} + (k-1) A_3 e^{\gamma_3 x}]\, e^{j\omega t} \tag{13}$$

$$p_1 = c_0^2\left[-\frac{j\xi W_0^3}{\omega c_0^2} A_1 e^{\gamma_1 x} + A_2 e^{\gamma_2 x} + A_3 e^{\gamma_3 x}\right] e^{j\omega t} \tag{14}$$

$$W_1 = \frac{c_0}{\rho_0}\left[\frac{j\xi W_0}{c_0} P^{-2/3} A_1 e^{\gamma_1 x} + A_2 e^{\gamma_2 x} - A_3 e^{\gamma_3 x}\right] e^{j\omega t} \tag{15}$$

Особенность энтропийных волн по сравнению с обычными состоит в том, что они затухают гораздо быстрее. В самом деле отношение амплитуд колебаний в двух точках, отстоящих друг от друга на расстоянии l для энтропийной и обычной волн есть соответственно $\exp \mathrm{Re}(\gamma_1 l)$ и $\exp \mathrm{Re}(\gamma_2 l)$. Отсюда с учетом (11) и (3) вытекает, что для того чтобы обычная и энтропийная волны уменьшили свои амплитуды в одинаковое число раз, отношение l / d для первого случая должно быть по крайней мере в 10 раз больше, чем для второго. Иначе уже при $l / d > 80$ ($\lambda = 0.04$) амплитуда энтропийной волны уменьшается в 10 раз. Таким образом, если начальная амплитуда энтропийной волны не слишком большая (отметим, что в (14) и (15) множители при ней имеют по абсолютной величине порядок 10^{-1}—10^{-2}), то влияние ее скажется только на коротком входном участке трубы.

Поступила 2 VII 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М., Гостехтеориздат, 1951.
2. Гладких П. А., Хачатурян С. А. Предупреждение и устранение колебаний нагнетательных установок. М., «Машиностроение», 1964.
3. Старобинский Р. Н. Расчет и моделирование динамических явлений в газовых магистралях. В сб. «Вибрация технологических трубопроводов на нефтехимических предприятиях», М., ЦНИИТЭнефтехим., 1967, стр. 36—48.
4. Шорин В. П. Расчет частотных характеристик трубопроводов, температура рабочей среды в которых изменяется по длине. В сб. «Вибрация технологических трубопроводов на нефтехимических предприятиях», М., ЦНИИТЭнефтехим., 1967, стр. 83—90.
5. Козобков А. А., Малышев В. А., Писаревский В. М. Расчет и моделирование характеристик пульсирующего потока газа в трубопроводах с переменной температурой рабочего тела. В сб. «Вибрация технологических трубопроводов на нефтеперерабатывающих и нефтехимических предприятиях», М., ЦНИИТЭнефтехим., 1970, стр. 43—50.
6. Беннет К. О., Майерс Дж. Е. Гидродинамика, теплообмен и массообмен. М., «Недра», 1966.
7. Раушенбах Б. В. Вибрационное горение. М., Физматгиз, 1961.