

УДК 532.526

ВЛИЯНИЕ ПОДВОДА ТЕПЛА В УЗКУЮ ПОЛОСУ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ЕГО УСТОЙЧИВОСТЬ

С. А. Гапонов

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
E-mail: garonov@itam.nsc.ru

Исследуется устойчивость дозвукового пограничного слоя при введении тепла в его узкую полосу. Установлено, что максимальная протяженность устойчивого пограничного слоя при подводе тепла уменьшается приблизительно в три раза по сравнению со случаем теплоизолированной стенки в отсутствие подвода тепла. Диапазон частот возмущений и степень их роста увеличиваются приблизительно в два раза. В отличие от случая отсутствия подвода тепла наиболее быстро растет трехмерное возмущение. В случае нагретой стенки при введении тепла внутрь пограничного слоя скорость роста возмущений уменьшается, что может привести к увеличению протяженности ламинарного участка пограничного слоя.

Ключевые слова: пограничный слой, устойчивость, подвод тепла, пламя, автомодельный, возмущения.

DOI: 10.15372/PMTF20200501

Введение. Подвод тепла в узкую полосу пограничного слоя можно рассматривать в качестве приближенной модели диффузионного пламени, возникающего при подаче топлива через пористую стенку, обтекаемую окислителем. Большое количество исследований диффузионного горения в пограничном слое основано на решении задачи Эммонса [1]. Проблема ламинарного диффузионного горения решена достаточно полно [2]. Менее изученной является проблема устойчивости ламинарного диффузионного горения. Первые исследования устойчивости ламинарных течений при наличии диффузионного пламени проводились для слоя смешения топлива и окислителя или при струйной подаче топлива в окислитель. Задача устойчивости решалась в невязком приближении, вязкостью в уравнениях устойчивости пренебрегалось [3]. С конца 80-х гг. XX в. помимо приближенных методов используется прямое численное моделирование [4, 5].

Исследования устойчивости пограничного слоя при сгорании топлива, подаваемого через проницаемую поверхность и сгорающего в потоке окислителя, до сих пор не проводились. Сложность решения задачи при наличии пламени обусловлена необходимостью учета состава газа. Однако известно, что устойчивость течения определяется главным образом распределением продольной скорости и плотности. При наличии пламени плотность

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 гг. (коды проектов АААА-А17-117030610125-7, 0323-2018-0009).

© Гапонов С. А., 2020

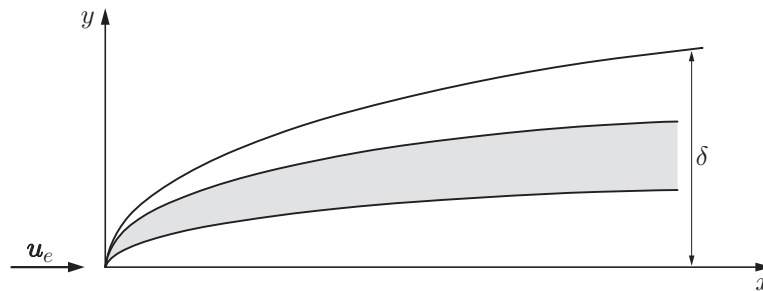


Рис. 1. Схема пограничного слоя:
заштрихованная область — область подвода тепла

зависит в основном от температуры, которую можно моделировать с помощью сконцентрированных источников тепла. Поэтому в настоящей работе распределение температуры в диффузионном пламени моделируется с помощью источника тепла в пограничном слое. Исследования проведены при дозвуковом обтекании пластины с числом Маха $M \ll 1$.

1. Основное течение в пограничном слое. На рис. 1 приведена схема пограничного слоя с областью подвода тепла. Система уравнений движения совершенного газа в отсутствие внешних массовых сил имеет вид [6, 7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial(u\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho)}{\partial y} &= 0, & \rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) &= \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right), \\ \rho\left(u\frac{\partial I}{\partial x} + v\frac{\partial I}{\partial y}\right) &= \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\mu}{\text{Pr}}\frac{\partial I}{\partial y} + \mu\left(1 - \frac{1}{\text{Pr}}\right)u\frac{\partial u}{\partial y}\right] + \rho Q, \\ \rho &= \frac{pm}{RT}, & I &= h + \frac{u^2}{2}, & \mu &= \mu_e T^{3/2} \frac{1 + T_s/T_e}{T + T_s/T_e}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь u, v — проекции вектора скорости на ортогональные координаты x (параллельная поверхности пластины) и y (нормальная к поверхности) соответственно; ρ — плотность; p — давление; T — температура; $h = c_p T$ — энтальпия; Q — количество тепла, введенного в единицу времени на единицу массы; m — молекулярная масса газа; R — универсальная газовая постоянная; μ — динамическая вязкость; c_p, Pr — удельная теплоемкость при постоянном давлении и число Прандтля, полагаемые постоянными; $T_s = 110$ К. Система (1) нормирована с помощью следующих масштабов: v_e/u_e — длина, μ_e — вязкость, u_e — скорость, T_e — температура, ρ_e — плотность, u_e^2 — энтальпия, $u_e^4 \rho_e / \mu_e$ — подвод тепла, u_e^2 / T_e — удельная теплоемкость и универсальная газовая постоянная, $\rho_e u_e^2$ — давление (индекс e соответствует параметрам на внешней границе пограничного слоя).

На поверхности пластины ($y = 0$) $u = 0, v = 0, T = T_w$, а на внешней границе пограничного слоя $u = T = 1$.

Система (1) решается в локальном автомодельном приближении, поэтому в соответствии с [7] приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{d}{dY}\left(C\frac{d^2 f}{dY^2}\right) + \frac{f}{2}\frac{d^2 f}{dY^2} &= 0, \\ \frac{d}{dY}\left(\frac{C}{\text{Pr}}\frac{dg}{dY}\right) + \frac{f}{2}\frac{dg}{dY} &= \frac{u_e^2}{I_e}\frac{d}{dY}\left[\left(\frac{1}{\text{Pr}} - 1\right)C\frac{df}{dY}\frac{d^2 f}{dY^2}\right] - Q\frac{u_e^2}{I_e}\text{Re}_b^2\left(\frac{\text{Re}}{\text{Re}_b}\right)^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\frac{df}{dY} = u, \quad g = \frac{u_e^2 I}{I_e}, \quad dY = \rho \frac{dy}{\text{Re}}, \quad C = \rho \mu, \quad \text{Re} = \sqrt{x}.$$

Решение системы (2) зависит от x (через Re) параметрически и должно удовлетворять граничным условиям

$$Y = 0: \quad f = \frac{df}{dY} = 0, \quad T = T_w, \quad Y = \infty: \quad u = g = 1.$$

Зависимость величины теплоподвода от нормальной координаты имеет вид

$$Q \frac{u_e^2}{I_e} Re_b^2 = A \exp \left(- \left(\frac{y - y_f}{\Delta_f} \right)^2 \right),$$

где величина Δ_f пропорциональна, например, ширине области пламени, которая много меньше толщины пограничного слоя. Поэтому можно принять

$$y - y_f \approx \frac{u - u_f}{du/dy} T_f = (u - u_f) \frac{Re}{\rho} \Big/ \left(\frac{du}{dY} \right) \Big|_{Y=Y_f}$$

или

$$y - y_f \approx (u - u_f) T_f(Re_b) \frac{T_f(Re)}{T_f(Re_b)} Re_b \frac{Re}{Re_b} \Big/ \left(\frac{du}{dY} \right) \Big|_{Y=Y_f}.$$

Результаты проведенных расчетов показывают, что du/dY слабо зависит от числа Рейнольдса Re . Таким образом, будем полагать

$$Q \frac{u_e^2}{I_e} Re_b^2 = A \exp \left(- \left(\frac{u - u_f}{\Delta} \frac{T_f(Re)}{T_f(Re_b)} \frac{Re}{Re_b} \right)^2 \right). \quad (3)$$

Параметры A , Δ , u_f выбраны таким образом, чтобы распределение температуры соответствовало профилю температуры, рассчитанному в [8] для пламени при следующих условиях. Плоская пористая пластина обтекается воздухом, а через ее поры вдувается смесь азота и водорода, массовая доля которого составляла 3 %. Скорость на границе пограничного слоя равна 5 м/с, максимальная температура фиксировалась на высоте 3,3 мм на расстоянии 0,1 м от переднего края пластины. В работе [8] расчеты проводились при $T_e = 293$ К, $Re_\delta = 183$, числе Маха $M \ll 1$. Температурные профили, полученные в [8], наиболее хорошо согласуются с профилями, полученными с использованием уравнений (2) и выражений для величины подвода тепла (3) при $A = 3,55$, $u_f = 0,63$, $\Delta = 0,2$ (рис. 2).

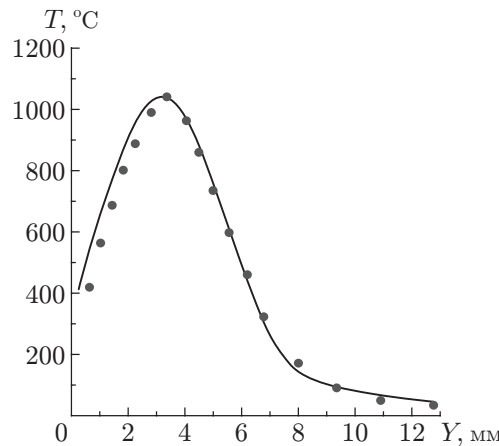


Рис. 2. Профили температуры, полученные в настоящей работе в приближении автомодельного течения (линия) и в работе [8] (точки)

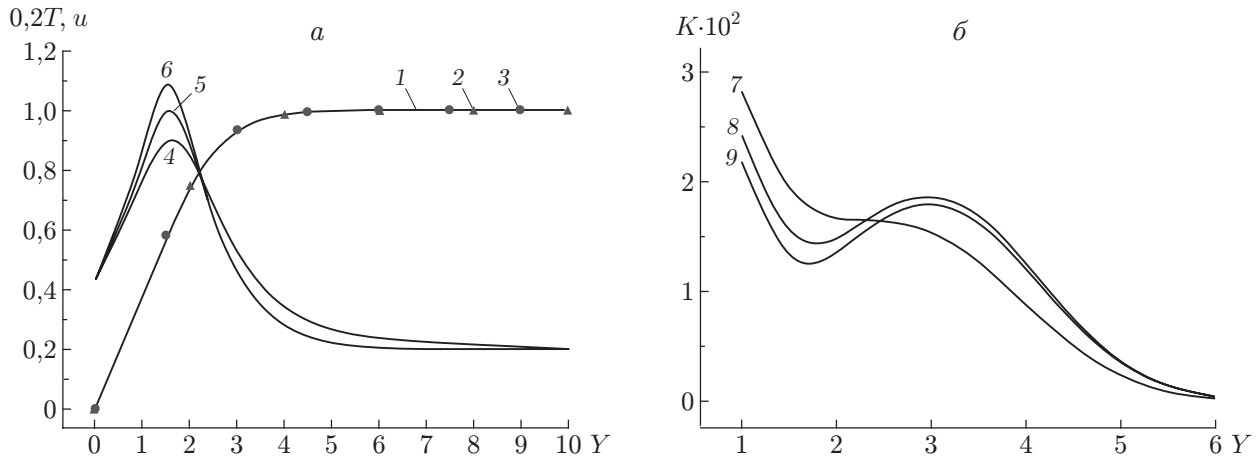


Рис. 3. Распределения скорости (1–3) и температуры (4–6) (а), а также произведения плотности и завихренности (б) внутри пограничного слоя при различных значениях числа Рейнольдса:

1, 4, 7 — $Re = 183$, 2, 5, 8 — $Re = 260$, 3, 6, 9 — $Re = 320$

Результаты расчетов стационарных параметров потока приведены на рис. 3. Как указывалось выше, профили скорости не зависят от числа Рейнольдса (см. рис. 3,а).

Наличие обобщенной точки перегиба (экстремума произведения плотности и завихренности $K = \rho du/dy = \rho^2 d(u)/dY$) имеет большое значение в теории невязкой неустойчивости. На рис. 3,б видно, что имеется два экстремума функции K при $Re = 260, 320$. Один из них расположен на высоте $Y \approx 1,7$ ($u \approx 0,62$) и соответствует минимуму функции K , второй экстремум расположен на расстоянии $Y \approx 3,0$ ($u \approx 0,93$) и соответствует ее максимуму. Наличие обобщенных точек перегиба свидетельствует о невязкой неустойчивости пограничного слоя. При $Re = 183$ функция не имеет максимума и без учета вязкости невозможно исследовать устойчивость пограничного слоя.

На рис. 4 показаны распределения скорости, а также произведения плотности и завихренности при $Re = 320$ для трех случаев: 1) ввод тепла в пограничный слой при $T_w = 2,16$; 2) теплоизоляционная пластина в отсутствие подвода тепла; 3) пластина, нагретая до $T_w = 2,16$ в отсутствие подвода тепла внутрь пограничного слоя. Видно, что профили скоростей различаются незначительно, профили произведения плотности и завихренности — существенно. Поэтому можно предположить, что устойчивость пограничного слоя также будет различной.

2. Устойчивость пограничного слоя. Представим полные динамические уравнения в безразмерном виде

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\text{grad } \Pi, \quad \frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div } \mathbf{v} = 0, \quad \rho \frac{dh}{dt} = \frac{dp}{dt} - \text{div } \mathbf{q} + 2\mu \dot{S}^2 + \rho Q, \quad (4)$$

где

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}, \quad \dot{S}^2 = \sum_{i,j=1}^3 \dot{S}_{ij}^2, \quad \dot{S}_j = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right),$$

$$\Pi = \left(p + \frac{2}{3} \mu \text{div } \mathbf{v} \right) E - 2\mu \dot{S}, \quad p = \rho RT, \quad \mathbf{q} = -\frac{c_p \mu}{Pr} \text{grad } T$$

(величина теплового потока нормирована на $\rho_e u_e^3$, время — на v_e/u_e^2 ; остальные величины нормированы, как в (1)). Любую величину Φ_j можно представить в виде суммы основ-

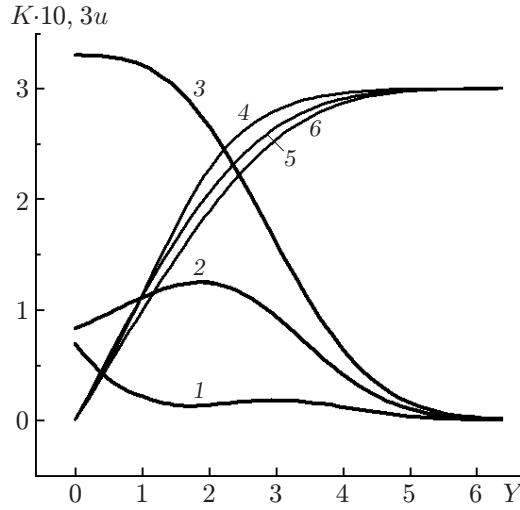


Рис. 4. Распределения произведения плотности и завихренности K (1–3) и скорости u (4–6) в пограничном слое при $Re = 320$ для различных случаев подвода тепла:
1, 4 — $Q \neq 0$, $T_w = 2,16$, 2, 5 — $Q = 0$, $T_w = 2,16$, 3, 6 — $Q = 0$, теплоизолированная стенка

ной стационарной величины и нестационарного возмущения: $\Phi_i(t, x, y, z) = \varphi_i(x, y, z) + \varepsilon \varphi_{1i}(t, x, y, z)$. Линеаризуя (4) относительно возмущений $\varphi_{1i} = \varphi_i^d e^{i(ax+bz-Ft)}$, получаем [9, 10]

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_1^d}{dY} &= -(i_c + rh\bar{u})\varphi_2^d + i_x\varphi_5^d + i_z\varphi_6^d - 2\mu_r \frac{du_w^d}{dY}, \\ \frac{d\varphi_2^d}{dY} &= \rho \frac{dT}{dY} \varphi_2^d - T \left(f_0 \frac{du}{dY} \right) \varphi_3^d - u_w^d - i_c T r^d - \left(f_2 \rho \frac{dT}{dY} \right) T^d - f_1 T \frac{d\varphi_3^d}{dY} + f_2 \frac{dT^d}{dY}, \\ \frac{d\varphi_3^d}{dY} &= -i_x \varphi_2^d - \frac{du}{dY} \mu_t T^d + \frac{\varphi_5^d}{\mu_r}, \quad \frac{d\varphi_4^d}{dY} = -i_z \varphi_2^d + \frac{\varphi_6^d}{\mu_r}, \\ \frac{d\varphi_5^d}{dY} &= i_x \varphi_1^d + \left(i_c + f_1 \frac{du}{dY} \right) \varphi_3^d + f_2 \frac{du}{dY} r^d - i_T^d + f_2 \frac{d\varphi_3^d}{dY} + \rho \frac{du}{dY} \varphi_2^d, \\ \frac{d\varphi_6^d}{dY} &= i_z \varphi_1^d + (i_c - \mu_a) \varphi_4^d - i_z \mu_r u_w^d + f_2 \frac{d\varphi_4^d}{dY}, \\ \frac{d\varphi_7^d}{dY} &= i\omega R T \varphi_1^d + \rho \frac{dI}{dY} \varphi_2^d + f_2 \frac{dI}{dY} r^d - u_i^d + f_2 u \frac{d\varphi_3^d}{dY} + \left(i_c u + f_1 \frac{dI}{dY} + f_2 \frac{du}{dY} \right) \varphi_3^d + \\ &\quad + f_2 \frac{d\varphi_8^d}{dY} + \left(i_c - \frac{\mu_a}{Pr} \right) \varphi_8^d + \rho Q^d + Q \rho^d, \\ \frac{d\varphi_8^d}{dY} &= -Pr \frac{du}{dY} \varphi_3^d - \frac{dh}{dY} \mu_t T^d + Pr \frac{\varphi_7^d - u \varphi_5^d}{\mu_R}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\varphi_1^d, \varphi_2^d, \varphi_3^d, \varphi_4^d, \varphi_5^d, \varphi_6^d, \varphi_7^d, \varphi_8^d$ — амплитуды возмущений давления, нормальной, продольной и боковой скорости, сдвиговых напряжений τ_{12}, τ_{23} , теплового потока и энтальпии. Дополнительными членами системы являются

$$u_w^d = i_x \varphi_3^d + i_z \varphi_5^d, \quad i_t^d = i_x \mu_r u_w^d + \mu_a \varphi_3^d, \quad \mu_a = (i_x^2 + i_z^2) \mu_r, \quad \tilde{r} = \rho^d / \rho = g_m \varphi_1^d - \rho T^d,$$

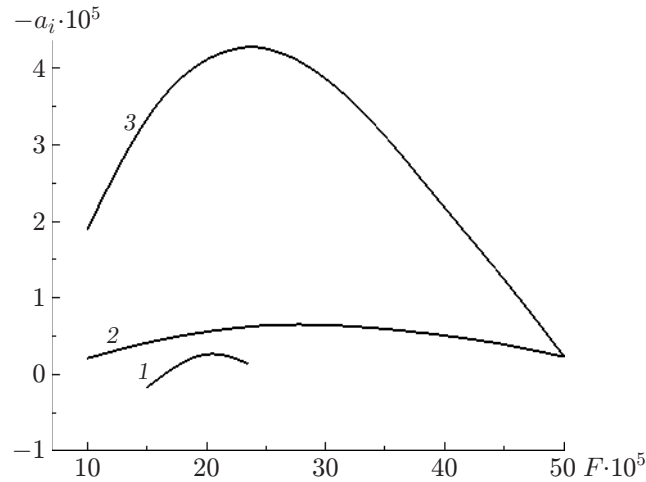


Рис. 5. Зависимость скорости роста двумерных возмущений от частоты колебаний при $Re = 320$ в отсутствие подвода тепла на теплоизолированной пластине (1), при наличии подвода тепла внутрь пограничного слоя при $T_w = 2,16$ (2), в отсутствие подвода тепла в пограничный слой при $T_w = 2,16$ (3)

$$\begin{aligned}
 T^d &= g_{m1} \varphi_8^d, & i_x &= ia \operatorname{Re} T, & i_z &= ib \operatorname{Re} T, & i_c &= \operatorname{Re} u_c = i \operatorname{Re} (ua - F), \\
 r_h &= \operatorname{Re} h_1 = f_0 \frac{du}{dY} + f_1 \rho \frac{dT}{dY}, & \mu_r &= \frac{\mu \rho}{\operatorname{Re}}, & \mu_T &= \frac{1}{\mu} \frac{d\mu}{dT}, & f_1 &= -\frac{f}{2 \operatorname{Re} u}, \\
 f_0 &= -\frac{f_1}{u}, & f_2 &= f_1 u, & g_m &= \gamma M^2, & g_{m1} &= (\gamma - 1) M^2, & \gamma &= \frac{c_p}{c_V}, \\
 \rho Q^d &= -2 \frac{I_e}{u_e^2 \operatorname{Re}_b^2} \rho \frac{A}{\Delta} \frac{T_f(\operatorname{Re})}{T_f(\operatorname{Re}_b)} \frac{\operatorname{Re}}{\operatorname{Re}_b} \zeta e^{-\xi^2} \varphi_3^d, & Q \rho^d &= \frac{I_e}{u_e^2 \operatorname{Re}_b^2} A e^{-\xi^2} \rho^d, \\
 \xi &= \frac{u - u_f}{\Delta} \frac{T_f(\operatorname{Re})}{T_f(\operatorname{Re}_b)} \frac{\operatorname{Re}}{\operatorname{Re}_b}
 \end{aligned}$$

(γ — показатель адиабаты; F — частота колебаний).

Система (5) решается при условии

$$Y = 0, \quad Y = \infty: \quad \varphi_3^d = 0, \quad \varphi_2^d = 0, \quad \varphi_4^d = 0, \quad \varphi_8^d = 0. \quad (6)$$

При заданных значениях M , Re , F и параметров основного течения решение системы (5) с граничными условиями (6) существует при собственном значении $a = a_r + ia_i$. При отрицательном значении a_i течение является неустойчивым.

На рис. 5 приведена зависимость скорости роста возмущений от частоты колебаний в отсутствие подвода тепла в пограничный слой в случае теплоизолированной стенки, нагретой до температуры $T_w = 2,16$, а также при наличии подвода тепла при $T_w = 2,16$ ($Re = 320$). Видно, что при $T_w = 2,16$ диапазон частот и скорость роста возмущений как при наличии подвода тепла, так и в его отсутствие значительно больше, чем в случае теплоизолированной стенки без подвода тепла. Следует отметить, что в случае нагретой стенки ($T_w = 2,16$) подвод тепла уменьшает скорость роста возмущений, стабилизируя пограничный слой.

На рис. 6 приведена зависимость скорости роста двумерных возмущений от частоты колебаний при наличии подвода тепла ($T_w = 2,16$) и различных значениях числа Рейнольдса. Видно, что с увеличением числа Рейнольдса скорость роста возмущений также увеличивается, однако более медленно (рис. 7).

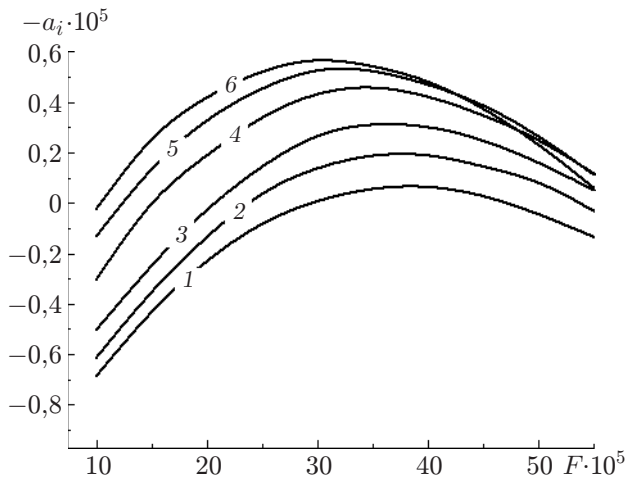


Рис. 6

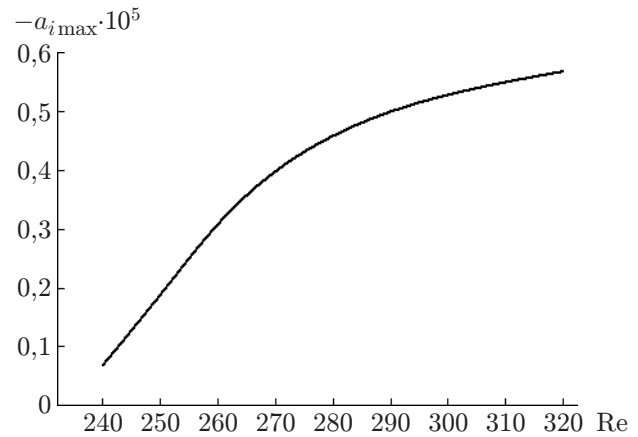


Рис. 7

Рис. 6. Зависимость скорости роста двумерных возмущений от частоты колебаний при наличии подвода тепла и различных значениях числа Рейнольдса: 1 — $Re = 240$, 2 — $Re = 250$, 3 — $Re = 260$, 4 — $Re = 280$, 5 — $Re = 300$, 6 — $Re = 320$

Рис. 7. Зависимость максимальной по частоте скорости роста двумерных возмущений от числа Рейнольдса при наличии подвода тепла

Результаты расчетов показывают, что по мере увеличения частоты величина фазовой скорости приближается к величине скорости в обобщенной точке перегиба, соответствующей максимуму параметра K ($u = 0,932$). С уменьшением частоты фазовая скорость уменьшается, однако остается больше скорости в обобщенной точке перегиба, соответствующей минимуму параметра K ($u = 0,63$).

Кривая нейтральных двумерных возмущений показана на рис. 8. Видно, что критическое число Рейнольдса приблизительно равно $Re \approx 235$, а максимальная частота нейтральных возмущений соответствует значению $F \approx 6 \cdot 10^{-4}$ при $Re \approx 280$.

Зависимость скорости роста возмущений от величины угла скольжения волны $\chi = \arctg(b/a_r)$ приведена на рис. 9. В области высоких частот ($F > 30 \cdot 10^{-5}$) двумерные возмущения увеличиваются более интенсивно, чем трехмерные волны. Видно, что при $Re = 320$ наиболее быстро растут волны, волновой вектор которых наклонен к направлению основного потока под углом $\chi \approx 40^\circ$. В этих случаях выполняется теорема Сквайра. В области низких частот ($F < 30 \cdot 10^{-5}$) трехмерные возмущения увеличиваются более интенсивно. Таким образом, в случае если тепло вводится в узкую полосу пограничного слоя, имитирующую пламя, теорема Сквайра о преимущественном росте двумерных возмущений неверна.

Заключение. Впервые решена задача об устойчивости пограничного слоя при наличии подвода тепла в его узкую полосу. В этих условиях в пограничном слое могут появиться две обобщенные точки перегиба (два экстремума произведения плотности и завихренности), одна из которых соответствует минимальному значению функции K , другая — ее максимальному значению. Наличие этих точек может быть причиной неустойчивости пограничного слоя. Профиль скорости не зависит от числа Рейнольдса и незначительно меняется в зависимости от тепловых условий, что свидетельствует о возможности его получения на основе автомодельного приближения.

Результаты расчетов устойчивости показывают, что частоты возмущений и скорость их роста существенно превышают соответствующие величины для пограничного слоя

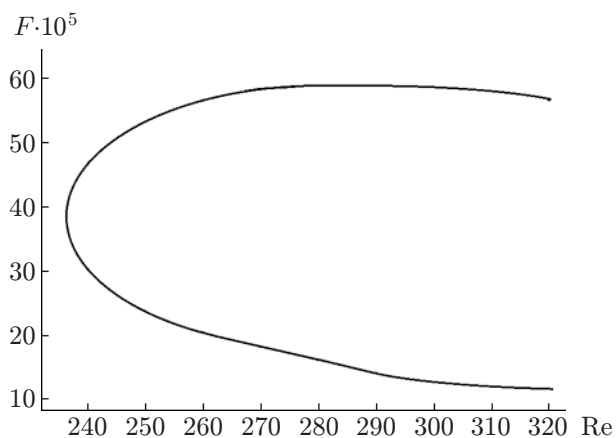


Рис. 8

Рис. 8. Нейтральная кривая двумерных возмущений в пограничном слое при наличии подвода тепла

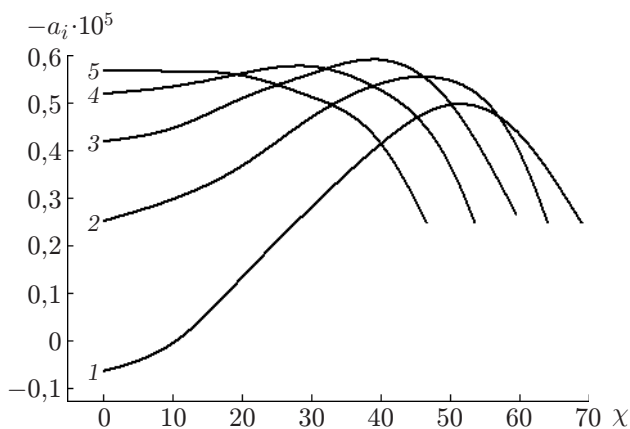


Рис. 9

Рис. 9. Зависимость скорости роста возмущений от величины угла скольжения волны при $Re = 320$ и различных значениях частоты колебаний:

1 — $F = 10^{-4}$, 2 — $F = 15 \cdot 10^{-5}$, 3 — $F = 20 \cdot 10^{-5}$, 4 — $F = 25 \cdot 10^{-5}$, 5 — $F = 30 \cdot 10^{-5}$

на теплоизолированной пластине в отсутствие подвода тепла. Однако в случае нагретой пластины подвод тепла в пограничный слой замедляет рост возмущений, стабилизируя пограничный слой.

При подводе тепла внутрь пограничного слоя скорость роста возмущений с увеличением числа Рейнольдса увеличивается, однако более медленно.

По мере увеличения частоты колебаний значение фазовой скорости растущих волн приближается к значению скорости во второй обобщенной точке перегиба (максимальное значение функции K). С уменьшением частоты колебаний фазовая скорость уменьшается, оставаясь больше скорости в первой точке перегиба, соответствующей минимальному значению функции K . Таким образом, значение фазовой скорости растущих возмущений находится в диапазоне значений скорости, соответствующих минимальному и максимальному значениям произведения плотности и завихренности.

В области низких частот трехмерные возмущения увеличиваются более интенсивно, чем двумерные. Максимальные по частоте скорости роста имеют возмущения с волновыми векторами, величина угла наклона которых к направлению основного потока составляет 40° .

ЛИТЕРАТУРА

1. **Emmons H. W.** The film combustion of liquid fuel // *Z. angew. Math. Mech.* 1956. Bd 36, N 1/2. S. 60–71.
2. **Волчков Э. П., Терехов В. И., Терехов В. В.** Структура течения, тепло- и массоперенос в пограничных слоях со вдувом химически реагирующих веществ (обзор) // *Физика горения и взрыва.* 2004. Т. 40, № 1. С. 3–20.
3. **Jackson T. L., Hussaini M. Y.** An asymptotic analysis of supersonic reacting mixing layers // *Combust. Sci. Technol.* 1988. V. 57, N 4–6. P. 129–140.
4. **Drummond J. P., Rogers R. C., Hussaini M. Y.** A numerical model for supersonic reacting mixing layers // *Comput. Methods Appl. Mech. Engng.* 1987. V. 64. P. 39–60.

5. **Givi P., Madnia C. K., Steinberger C. J., et al.** Effects of compressibility and heat release in a high speed reacting mixing layer // Combust. Sci. Technol. 1991. V. 78. P. 33–67.
6. **Ларин О. Б., Левин В. А.** Энергоподвод к газу в турбулентном сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 98–101.
7. **Dorrance W. H.** Viscous hypersonic flow. N. Y.: McGraw-Hill Book Co. Inc., 1962.
8. **Volchkov E. P., Lukashov V. V., Terekhov V. V., Hanjalic K.** Characterization of the flame blow-off conditions in a laminar boundary layer with hydrogen injection // Combust. Flame. 2013. V. 160. P. 1999–2008.
9. **Петров Г. В.** Реакция сверхзвукового пограничного слоя на акустическое воздействие // Теплофизика и аэромеханика. 2001. № 1. С. 77–86.
10. **Гапонов С. А., Юдин А. В.** Взаимодействие гидродинамических внешних возмущений с пограничным слоем // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 1. С. 100–107.

*Поступила в редакцию 18/V 2020 г.,
после доработки — 18/V 2020 г.
Принята к публикации 25/V 2020 г.*
