

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО
ЛАЗЕРА НА CO₂

В. Д. Жарков, Л. Ю. Лапушонко, Н. Н. Чебыкин

(Новосибирск)

С целью получения максимально возможного коэффициента усиления для газодинамического лазера на CO₂ — N₂ — He проведена совместная оптимизация параметров торможения, концентраций компонент и параметров, определяющих форму сопла (квазиодномерная модель течения).

Определены зависимости оптимальных параметров от ограничений на температуру торможения потока и размеры критического сечения.

Расчетам инверсной заселенности молекул CO₂ и коэффициента усиления при расширении газовой смеси, содержащей CO₂, N₂, He, H₂O, в сопле для квазиодномерной модели течения посвящено много работ [1-11] (см. также библиографию к ним).

К настоящему времени установились основные представления об определяющих колебательно-колебательных и колебательно-поступательных обменных процессах в таких смесях.

Обычно для конкретных сопел варьировались состав и параметры торможения газовой смеси. Результаты теоретических расчетов, полученные в последние годы, хорошо согласуются с экспериментом. В результате этих расчетов и ряда экспериментов удалось выявить факторы, влияющие на инверсную заселенность и коэффициент усиления и степень их влияния. Значительно менее точно определена область значений параметров торможения, концентраций компонент газовой смеси и параметров сопла, которая обеспечивала бы получение результатов, близких к оптимальным.

Получение более высоких значений коэффициента усиления требует совместной оптимизации параметров торможения, состава газовой смеси и контура применяемого сопла.

В данной работе рассматривается колебательная релаксация в смеси CO₂ — N₂ — He, для которой предполагается следующая схема реакций.

Колебательно-колебательный обмен при столкновении молекулы CO₂ с какой-либо молекулой между v₁-, v₂- и v₃-модами идет по каналам

$$(1) \quad hv_3 \rightleftharpoons hv_1 + hv_2 + \Delta E_1$$

$$(2) \quad hv_3 \rightleftharpoons 3hv_2 + \Delta E_2$$

$$(3) \quad hv_1 \rightleftharpoons 2hv_2 + \Delta E_3$$

При столкновении молекулы CO₂ с молекулой N₂ происходит обмен колебательной энергией по каналу

$$(4) \quad hv_3 \rightleftharpoons hv_4 + \Delta E_4$$

Обмен энергией между колебательным и поступательно-вращательным движением при соударении молекул CO₂ и N₂ с какими-либо молекулами проходит по каналам

$$(5) \quad hv_2 \rightleftharpoons \Delta E_5$$

$$(6) \quad hv_4 \rightleftharpoons \Delta E_6$$

Здесь ν_1, ν_2, ν_3 , и ν_4 — характеристические частоты симметричного валентного, дважды вырожденного деформационного и асимметричного валентного типов колебаний молекулы CO_2 и молекулы N_2 соответственно; ΔE_i — изменение энергии поступательно-вращательного движения при соответствующем процессе.

Воспользуемся обычно принимаемыми и обоснованными в ряде работ предположениями. Во-первых, будем полагать, что внутри каждой парциальной колебательной степени свободы молекул CO_2 и N_2 существует локальное термодинамическое равновесие (каждая мода интерпретируется как осциллятор с бесконечным количеством равноотстоящих уровней). В этом случае каждой колебательной моде можно поставить в соответствие колебательную температуру T_i ($i = 1, \dots, 4$). Во-вторых, будем полагать, что $T_1 = T_2$ и $\theta_1 = 2\theta_2$, ($\theta_i = h\nu_i / k$). Это обусловлено сильным резонансным взаимодействием (3) из-за близких значений первого уровня ν_1 -моды и второго уровня ν_2 -моды (резонанс Ферми).

В-третьих, будем считать газ идеальным, пренебрегая эффектами вязкости, теплопроводности и диффузии.

Как обычно, предположим также, что вращательные степени свободы возбуждены классически.

Уравнения сохранения массы, импульса энергии и уравнение состояния для квазиодномерной модели течения имеют вид

$$(7) \quad A\rho u = A_*\rho_* u_*$$

$$(8) \quad \rho u \frac{dw}{dx} + \frac{dP}{dx} = 0$$

$$(9) \quad \left(\frac{5}{2} + \alpha_1 + \alpha_2 \right) kT + \alpha_1 \sum_1^3 h\nu_i \varepsilon_i + \alpha_2 h\nu_4 \varepsilon_4 + \frac{mu^2}{2} = \text{const}$$

$$(10) \quad p = \rho \frac{k}{m} T$$

Эта система замыкается уравнениями релаксации, которые с учетом вышеупомянутых допущений имеют вид [12]

$$(11) \quad \frac{d\varepsilon_2}{dx} = \frac{2\rho}{mu} (1 + \varepsilon_2)^2 (3\varepsilon_2^2 + 6\varepsilon_2 + 2)^{-1} \left[\sum_1^3 \alpha_j K_j (2 \rightarrow 0) (1 - e^{-\theta_2/T}) \times \right. \\ \left. \times (\varepsilon_{02} - \varepsilon_2) - \frac{3}{8} (\Phi_1 + \Phi_2) \right]$$

$$(12) \quad \frac{d\varepsilon_3}{dx} = \frac{\rho}{mu} \left[\frac{1}{8} (\Phi_1 + \Phi_2) + \alpha_2 \Phi_3 \right]$$

$$(13) \quad \frac{d\varepsilon_4}{dx} = \frac{\rho}{mu} \left[\sum_1^3 \alpha_j K_j (4 \rightarrow 0) (1 - e^{-\theta_4/T}) (\varepsilon_{04} - \varepsilon_4) - \alpha_1 \Phi_3 \right]$$

$$\Phi_1 = \sum_1^3 \alpha_j K_j (3 \rightarrow 2) [\varepsilon_2^3 (1 + \varepsilon_3) e^{-\Delta E_2/kT} - \varepsilon_3 (2 + \varepsilon_2)^3]$$

$$\Phi_2 = (1 + \varepsilon_2)^{-1} \sum_1^3 \alpha_j K_j (3 \rightarrow 1, 2) [\varepsilon_2^3 (1 + \varepsilon_3) e^{-\Delta E_1/kT} - \varepsilon_3 (2 + \varepsilon_2)^3]$$

$$\Phi_3 = K (3 \rightarrow 4) [\varepsilon_4 (1 + \varepsilon_3) e^{-\Delta E_4/kT} - \varepsilon_3 (1 + \varepsilon_4)]$$

Здесь α_j ($j = 1, 2, 3$) — молярные концентрации CO_2 , N_2 и He соответственно; ρ, u, T, P, A — плотность, скорость, температура, давление газа и площадь поперечного сечения сопла, $m = \sum_1^3 m_j \alpha_j$; m_j — масса

молекулы j -го сорта; $\varepsilon_2 = 2(e^{\theta_2/T_2} - 1)^{-1}$; $\varepsilon_3 = (e^{\theta_3/T_3} - 1)^{-1}$; $\varepsilon_4 = (e^{\theta_4/T_4} - 1)^{-1}$; значения ε_{0i} соответствуют значениям ε_i при $T_i = T$; K_j ($3 \rightarrow 1$, 2) K_j ($3 \rightarrow 4$), K_j ($2 \rightarrow 0$), K_j ($4 \rightarrow 0$) — скорости соответствующих реакций (1), (2), (4) — (6) при единичной концентрации молекул. Значения скоростей реакций аппроксимировались по [13, 14].

Площадь диффузорной части осесимметричного сопла задавалась в виде

$$(14) \quad A(x) = \begin{cases} A_* + ax^2 + bx^3, & 0 \leq x \leq l \\ A(l) + 2(x-l)\sqrt{cA(l)} + c(x-l)^2, & x > l \end{cases}$$

где x — расстояние от критического сечения вниз по потоку; l — координата точки перехода сопла в конус с углом наклона образующей к оси сопла θ ; $c = \pi \operatorname{tg}^2 \theta$.

В отличие от работ [1, 7, 8], где рассматривались гиперболические сопла, введен член $\sim x^3$, коэффициент при котором определяется из условия сопряжения быстрорасширяющейся и конической частей сопла. Конфузорная часть сопла рассматривалась округленной по радиусу, равному диаметру критического сечения.

Для плоского симметричного сопла выбиралось

$$(15) \quad h(x) = \begin{cases} h_* \sqrt{1 + a(x/h_*)^2 + b(x/h_*)^3}, & 0 \leq x \leq l \\ h(l) + c(x-l), & x > l \end{cases}$$

где h_* — высота щели; l — точка перехода быстрорасширяющейся части сопла в клиновидную с полууглом при вершине θ ; $c = 2 \operatorname{tg} \theta$. Коэффициент b выбирался из условия сопряжения быстрорасширяющейся ($0 \leq x \leq l$) и клиновидной ($x > l$) частей сопла.

Коэффициент усиления (поглощения) слабого сигнала в центре линии можно представить в виде [15, 16]

$$(16) \quad k^0 = \frac{\lambda^2 A_{V'J'}^{V'J'}}{8\pi \sqrt{\pi} c} \frac{\delta}{\Delta\nu_c} = \left[n_{V'J'} - \frac{g_{V'J'}}{g_{VJ}} n_{VJ} \right] H(\delta, 0)$$

где $n_{V'J'}$, n_{VJ} , $g_{V'J'}$, g_{VJ} — заселенности и статистические веса верхнего и нижнего лазерных уровней соответственно; $A_{V'J'}^{V'J'}$ — коэффициент Эйнштейна для спонтанного перехода $V'J' \rightarrow VJ$; λ — длина волны перехода; c — скорость света; $\Delta\nu_c$ — столкновительная полуширина линии; $H(\delta, 0)$ — значение функции Фойгта в центре линии; $\delta = \Delta\nu_c (\ln 2)^{1/2} / \Delta\nu_\theta$, где $\Delta\nu_\theta$ — доплеровская полуширина линии, определяемая как

$$(17) \quad \Delta\nu_\theta = \left(\frac{2RT \ln 2}{\mu} \right)^{1/2} \frac{1}{\lambda c}$$

Здесь R — универсальная газовая постоянная, μ — молекулярный вес CO_2 . Измерения [17] показали, что в диапазоне $300 \leq T \leq 420^\circ \text{K}$ имеет место $\Delta\nu_c \sim T^{-1}$ (а не $\Delta\nu_c \sim T^{-1/2}$, как обычно полагают). Тогда можно записать

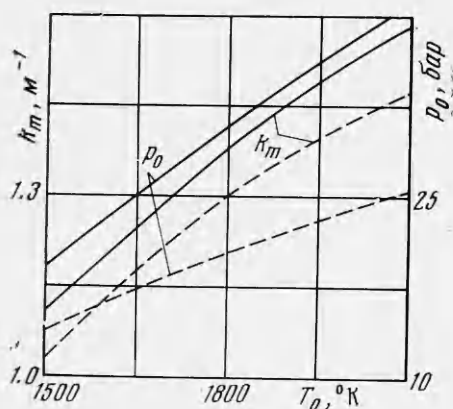
$$(18) \quad \Delta\nu_c = P \frac{300}{T} \sum \delta_{\text{CO}_2-j}^0 \alpha_j$$

Здесь $\delta_{\text{CO}_2-j}^0$ — ударная полуширина линии CO_2 при $T = 300^\circ \text{K}$ и атмосферном давлении j -го газа. Заселенность рабочих уровней определяется выражением

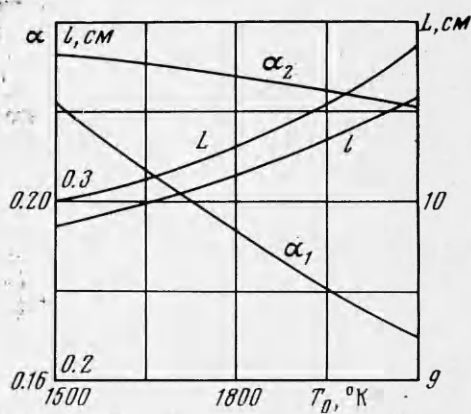
$$(19) \quad n_{VJ} = 2N_V \left(\frac{hcB_V}{kT} \right) g_J \exp \left[- \frac{hcB_V}{kT} J(J+1) \right]$$

где N_V — полная заселенность молекул на колебательном уровне, B_V — вращательная постоянная квантового уровня.

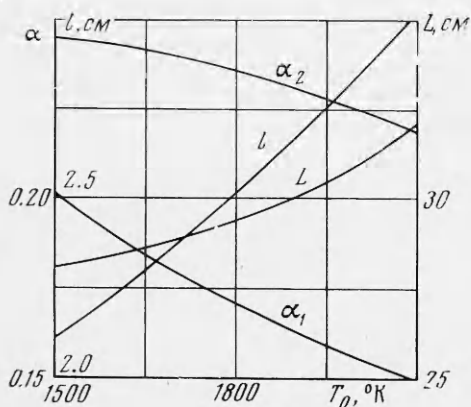
Будем считать, что основной вклад в усиление вносит переход $P(20)$, ($J' = 19, J = 20$) полосы $00^{\circ}1-10^{\circ}0$ молекулы CO_2 . Значения $A_{10^{\circ}0,20^{\circ}1}^{00^{\circ}1,19} = 0.169 \text{ сек}^{-1}$, $\delta_{\text{CO}_2-\text{CO}_2}^{\circ} = 0.0832 \text{ см}^{-1} \cdot \text{атм}^{-1}$, $\delta_{\text{CO}_2-\text{N}_2}^{\circ} = 0.0695 \text{ см}^{-1} \cdot \text{атм}^{-1}$, $\delta_{\text{CO}_2-\text{He}}^{\circ} = 0.0576 \text{ см}^{-1} \cdot \text{атм}^{-1}$, $B_{10^{\circ}0} = 0.3897 \text{ см}^{-1}$ и $B_{00^{\circ}1} = 0.3866 \text{ см}^{-1}$



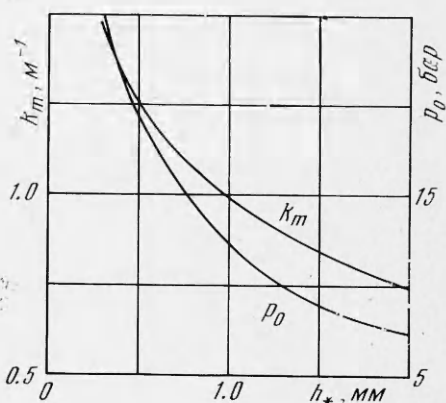
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

брались из [16, 18]. Теперь задача оптимизации сводится к определению

$$k_m = \max_{a_i \in M} (\sup_x k^{\circ}(x)) = \max_{a_i \in M} G$$

где M — область допустимых значений параметров оптимизации, a_i — параметры, подлежащие оптимизации ($\alpha_1, \alpha_2, T_0, P_0, a, A_*, l, \theta$), G — оптимизируемый функционал, $G \equiv \sup_x k^{\circ}(x)$.

Ограничения на концентрации компонент лазерной смеси определяются естественным образом

$$0 \leq \alpha_j \leq 1, \quad \sum_{j=1}^3 \alpha_j = 1$$

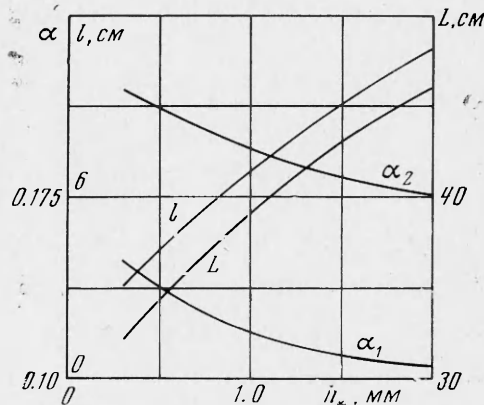
Верхние пределы параметров торможения варьировались до значений $T_0 = 2100^\circ \text{К}$ и $P_0 = 200 \text{ атм.}$ Варьировались также нижние пределы значений A_* и h_* . Верхний предел параметра a , определяющий контур сопла, выбирается таким образом, чтобы максимальный угол наклона линии контура к оси сопла не превышал 18° для плоского и 15° для осесимметричного сопл.

Решение задачи проводилось градиентным методом. Предварительно из уравнений (7) — (10) было получено

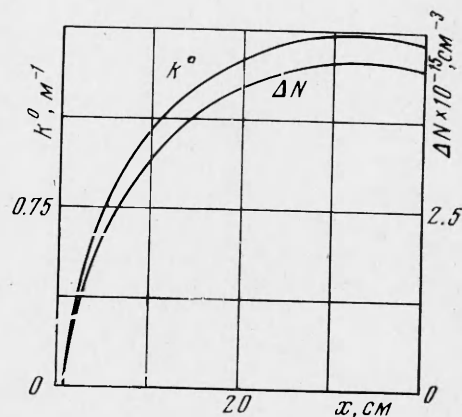
$$(20) \quad \frac{du}{dx} = u \left[\frac{T}{A} \frac{dA}{dx} + \frac{1}{\beta} \left(\alpha_1 \sum_1^3 \theta_i \varepsilon_i + \alpha_2 \theta_4 \varepsilon_4 \right) \right] \left[\frac{\beta-1}{\beta} \frac{m}{k} u^2 - T \right]^{-1}$$

где $\beta = 5/2 + \alpha_1 + \alpha_2$. Далее численно интегрировалась система (7), (9) — (13), (20). Предварительные расчеты, как и работы [1, 6, 9], во-первых, показали, что уже при относительно небольших давлениях течение остается практически равновесным вплоть до особой точки уравнения (20). Поэтому в дальнейших расчетах интегрирование начиналось сразу за особой точкой. Во-вторых, максимальную величину шага, которая еще обеспечивает заданную точность счета, определяют уравнения (11) — (13), и эта величина, весьма малая в околоравновесной области, значительно возрастает по мере отклонения от равновесия. Это позволило организовать процедуру выбора максимально возможного шага в начале интегрирования и увеличения его в дальнейшем. Все это дало возможность снизить затраты «машинного» времени на одну итерацию при интегрировании методом Рунге — Кутты на БЭСМ-6 до 20 — 30 сек. Достаточно точное определение оптимума требует 20 ÷ 30 итераций.

На фиг. 1 представлены зависимости оптимальных значений давления торможения и максимального коэффициента усиления от температуры торможения, сплошные кривые относятся к осесимметричному соплу ($A_* = 0.1 \text{ мм}^2$), штриховые — к плоскому ($h_* = 0.3 \text{ мм}$). На фиг. 2 (осесимметричное сопло, $A_* = 0.1 \text{ мм}^2$) и фиг. 3 (плоское сопло, $h_* = 0.3 \text{ мм}$) представлены зависимости от температуры торможения оптимальных значений концентрации компонент газовой смеси α_1 и α_2 , координаты точки перехода сопла в конус (клин) l , координаты L , в которой достигается максимальное значение k° . На фиг. 4, 5 представлены зависимости этих же величин от



Фиг. 5



Фиг. 6

критической высоты плоского сопла при $T_0 = 2100^\circ \text{K}$. На фиг. 6 (плоское сопло, $T_0 = 2100^\circ \text{K}$, $h_* = 0.3 \text{ мм}$) представлены изменения коэффициента усиления и инверсной заселенности ($\Delta N = N_{00^0 1} - N_{01^0 0}$) по длине сопла, начиная от критического сечения, для оптимального случая.

Во всех случаях оптимум оказывался расположенным на нижних границах значений h_* и θ и на верхних границах параметра a и температуры торможения T_0 .

Представленные результаты расчетов показывают, что при совместной оптимизации всех параметров можно при достаточно умеренных значениях параметров торможения получить коэффициент усиления $\sim 0.015 \text{ см}^{-1}$. Дальнейшее повышение коэффициента усиления на смеси $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{He}$ возможно при рассмотрении более широкого класса сопл.

Поступила 12 VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Басов Н. Г., Михайлов В. Г., Ораевский А. Н., Щеглов В. А. Получение инверсной населенности молекул в сверхзвуковом потоке бинарного газа в сопле Лаваля. Ж. техн. физ., 1968, т. 38, вып. 12.
2. Anderson J. D. Time-dependent analysis of population inversions in an expanding gas. Phys. Fluids, 1970, vol. 13, No. 8.
3. Anderson J. D., Humphrey R. L., Vamos J. S., Plummer R. J., Jensen R. E. Population inversions in an expanding gas: theory and experiment. Phys. Fluids, 1971, vol. 14, No. 12.
4. Anderson J. D., Harris E. L. Modern advances in the physics of gasdynamic lasers. AIAA paper, 1972, No. 143.
5. Cariaux R. Effect laser dans l'écoulement d'un mélange gazeux ($\text{CO}_2 - \text{N}_2$ et H_2O). С. r. Acad. Sci., Ser. A. et B., 1970, vol. 271, No. 15.
6. Tulip J., Seguin H. Gas-dynamic CO_2 laser pumped by combustion of hydrocarbons. J. Appl. Phys., 1971, vol. 42, No. 9.
7. Генералов Н. А., Козлов Г. И., Селезнева И. К. Об инверсной заселенности молекул CO_2 в расширяющихся потоках газа. ПМТФ, 1971, № 5.
8. Генералов Н. А., Козлов Г. И., Селезнева И. К. Расчет характеристик газодинамического лазера. ПМТФ, 1972, № 5.
9. Munjee S. A. Numerical analysis of a gasdynamic laser mixture. Phys. Fluids, 1972, vol. 15, No. 3.
10. Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Ступоченко Е. В., Шелепин Л. А. Колебательная релаксация в газах и молекулярные лазеры. Усп. физ. н., 1972, т. 108, вып. 4.
11. Thomas-Andrand M., Carrega A., Leuchter O., Taran J. P. Laser thermique a haute pression avec rechauffage par compression. Rech. Aerospat., 1972, No. 6.
12. Бирюков А. С., Гордиец Б. Ф. Кинетические уравнения релаксации колебательной энергии в смеси многоатомных газов. ПМТФ, 1972, № 6.
13. Taylor R. L., Bitterman S. Survey of vibrational relaxation data for processes important in the $\text{CO}_2 - \text{N}_2$ laser system. Rev. Mod. Phys., 1969, vol. 41, No. 1.
14. Rosser W. A., Gerry E. T. De-excitation of vibrationally excited CO_2 (ν_3) by collisions with He, O_2 and H_2O . J. Chem. Phys., 1969, vol. 51, No. 5.
15. Пеннер С. С. Количественная молекулярная спектроскопия и излучательная способность газов. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
16. Твичинский В. П. Мощные газовые лазеры. Усп. физ. н., 1967, т. 91, вып. 3.
17. Ely R., McCubbin T. K., Jr. The temperature dependence of the self-broadened half-width of the P-20 line in the 001—100 band. of CO_2 . Appl. Optics, 1970, vol. 9, No. 5.
18. Данилов В. В., Кругляков Э. П., Шунько Е. В. Измерение вероятности перехода P 20 ($00^0 1 - 10^0 0$) и ударного уширения при столкновениях с CO_2 , N_2 и He. ПМТФ, 1972, № 6.