

# К ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

B. L. Зимонт

(Москва)

При анализе турбулентного горения широко применяются модельные представления о механизме горения. Различают [1] два предельных случая горения, соответствующих характерным масштабам турбулентности  $L$ , много большим или много меньшим по сравнению с толщиной нормального ламинарного фронта горения в рассматриваемой горючей смеси  $b_n$ . В первом случае ( $L \gg b_n$ ) горение происходит в тонких фронтах, сильно искривленных из-за турбулентного движения среды (поверхностный механизм сгорания). При этом поверхность сгорания часто представляется как обычный ламинарный фронт пламени, распространяющийся со скоростью  $u_n$  относительно горючей смеси (его толщина из соображений подобия по порядку величины равна  $b_n \sim a/u_n$ ,  $a$  — молекулярный коэффициент температуропроводности). Во втором случае ( $L \ll b_n$ ) действие турбулентности сводится лишь к увеличению коэффициентов переноса в зоне горения (объемный механизм сгорания). Качественное исследование горения в этом случае сводится к анализу ламинарного фронта при замене молекулярных коэффициентов переноса на турбулентные.

В случае больших чисел Рейнольдса турбулентности  $Re_t = u'L/\nu \gg 1$  ( $u'$  — среднеквадратичная величина пульсации скорости, характеризующая энергию турбулентности;  $L$  — характерный размер энергосодержащих вихрей, обычно принимающийся равным интегральному масштабу турбулентности;  $\nu$  — кинематический коэффициент молекулярной вязкости) характерен непрерывный спектр турбулентности, поэтому при  $L \gg b_n$  в потоке может существовать развитая микроструктура турбулентности с вихрями, меньшими  $b_n$ , которая будет оказывать существенное влияние на структуру мгновенного фронта горения и интенсифицировать в нем процессы переноса. Это приводит к необходимости рассмотрения промежуточной модели, сохраняющей черты обоих предельных случаев, в которой в зоне горения существует сильно искривленный фронт пламени, тонкий по сравнению с осредненной шириной зоны тепловыделения (этот фронт ниже рассматривается как случайная поверхность), однако толщина такого мгновенного фронта горения и скорость его распространения относительно свежей смеси много больше, чем у нормального ламинарного фронта пламени [2].

Ниже рассматривается такая модель сгорания, находится область параметров турбулентности, где она справедлива, и определяется зависимость скорости турбулентного сгорания  $u_t$  от параметров турбулентности и физико-химических характеристик горючей смеси. Этот анализ использует помимо результатов, следующих из кинематических закономерностей принятой модели, соображения теории размерностей, содержащихся в известной  $\pi$ -теореме [3].

Рассмотрим одномерную зону горения (осредненные параметры зависят от одной пространственной координаты, вдоль которой распространяется волна горения), развивающуюся после приведения в контакт в некоторый начальный момент времени свежей холодной смеси и горячих продуктов сгорания. Величина  $u_t$  здесь определяется как средний объем свежей смеси, сгорающий в единицу времени на единицу поверхности плоскости, перпендикулярной направлению распространения пламени. В общем случае  $u_t$  из-за нестационарности осредненной

ширины такой одномерной зоны горения не совпадает со скоростью распространения ее переднего фронта, обычно определяемой в экспериментах.

Отметим, что существуют сторонники объемной модели при  $L \gg b_{\eta}$  и  $Re_t \gg 1$ . В [4] в следующих выражениях анализируется один из доводов: «Возвращаясь к мелкомасштабной турбулентности, упомянем о встречающемся в литературе рассуждении, превращающемся, когда оно не сопровождается количественными оценками, в хороший пример софистики. Рассуждение сводится к следующему. Мелкомасштабная турбулентность, всегда присутствующая в спектре масштабов, расширяет зону горения нормального пламени. По отношению к расширенной зоне станут малыми более крупные масштабы. Они, попав в зону горения, расширят ее еще больше и т. д. Постепенно в зону горения вовлекутся все масштабы. Поэтому нет смысла сравнивать масштаб турбулентности с шириной зоны нормального горения, какового в турбулентном пламени нет и быть не может».

Оценки в [4] и эксперименты не подтверждают возможность существования в реальных случаях объемного механизма сгорания. Так, прямое экспериментальное исследование структуры зоны гомогенного горения бензино-воздушных смесей при скорости потока 20—25 м/с для горелки диаметром 0,4 м путем замеров мгновенных температур малоинерционным термометром показало, что в зоне горения существуют конечные вероятности температуры исходной смеси и температуры продуктов сгорания, а вероятность промежуточных температур мала, т. е. имеет место поверхностный механизм сгорания [5]. Тем не менее при теоретическом анализе остается вопрос о физической причине отсутствия такого последовательного вовлечения во фронт сгорания все более крупных вихрей и возникает необходимость оценки предельной толщины фронта сгорания  $b_{n.t}$  (под которым будет пониматься мгновенная зона, разделяющая свежую горючую смесь и продукты сгорания) и его скорости распространения по горючей смеси  $u_{n.t}$ .

1. Будем рассматривать такие параметры турбулентности и физико-химические характеристики смеси, при которых вихри, имеющие размер порядка толщины расширенного фронта горения  $b_{n.t}$  и определяющие интенсивность процессов переноса во фронте, относятся к инерционному интервалу спектра турбулентности:

$$L \gg b_{n.t} \gg \eta = \nu^{3/4} \varepsilon^{-1/4} \sim L Re_t^{-5/4}, \quad (1.1)$$

где  $\eta$  — масштаб Колмогорова, по порядку величины совпадающий с размером минимальных вихрей, существующих в турбулентном потоке;  $\varepsilon$  — скорость диссипации энергии турбулентности, определяющаяся энергосодержащими вихрями и из соображений размерностей, равной  $\varepsilon \sim u'^2/L$  (см., например, [6]).

Спектр энергии пульсаций в области инерционного интервала, не зависящий от вязкости и определяющийся скоростью диссипации из соображений размерностей, имеет вид [6]

$$E(k) \sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}.$$

Здесь  $k$  — волновое число, соответствующий ему размер вихря по порядку величины равен  $1/k$ . Среднеквадратичная величина пульсаций скорости  $u_{n.t}$ , определяющаяся вихрями, содержащимися в слое толщиной  $b_{n.t}$ , и их интегральный масштаб  $L_{n.t}$  записуется на основе обычных выражений через спектр энергии:

$$u_{n.t}^2 \sim \int_{1/b_{n.t}}^{\infty} E(k) dk \sim \varepsilon^{2/3} b_{n.t}^{2/3}, \quad L_{n.t} \sim \int_{1/b_{n.t}}^0 k^{-1} E(k) dk \Big|_{1/b_{n.t}}^{\infty} \sim \int_{1/b_{n.t}}^{\infty} E(k) dk \sim b_{n.t}. \quad (1.2)$$

Откуда коэффициент турбулентной температуропроводности в фронте

$$a_{\text{н.т}} \sim u'_{\text{н.т}} L_{\text{н.т}} \sim \varepsilon^{1/3} b_{\text{н.т}}^{4/3}. \quad (1.3)$$

Выражение (1.3) также непосредственно следует из соображений размерности, поскольку  $a_{\text{н.т}}$  для инерционного интервала не должно зависеть от молекулярной вязкости и определяется  $\varepsilon$  и  $b_{\text{н.т}}$ . Подставляя в правую часть неравенства (1.1) выражение  $b_{\text{н.т}}$ , следующее из (1.3), получим ( $a$  — коэффициент молекулярной температуропроводности)

$$a_{\text{н.т}}^{3/4} \gg v^{3/4} \sim a^{3/4}, \quad (1.4)$$

т. е. вклад молекулярных процессов в интенсивность переноса во фронте сгорания несущественный.

Скорость распространения фронта сгорания и его толщина являются функциями  $a_{\text{н.т}}$  и характерного времени химической реакции во фронте  $t_x$ , откуда, используя соображения теории размерностей, получим аналогично случаю ламинарного горения

$$u_{\text{н.т}} \sim (a_{\text{н.т}}/t_x)^{1/2}, \quad b_{\text{н.т}} \sim (a_{\text{н.т}} t_x)^{1/2}. \quad (1.5)$$

Из соотношений (1.3) и (1.5) следует

$$u_{\text{н.т}} \sim u'(t_x/t_t)^{1/2}, \quad b_{\text{н.т}} \sim L(t_x/t_t)^{3/2}, \quad a_{\text{н.т}} \sim a_t(t_x/t_t)^2, \quad (1.6)$$

где  $a_t \sim u'L$  — коэффициент турбулентной температуропроводности;  $t_t \sim L/u'$  — характерное время турбулентных пульсаций.

Соотношения (1.5) есть фактические условия того, что в системе координат, где фронт горения неподвижен, потоки тепла во фронте за счет теплопроводности и конвекции и тепловыделение из-за химической реакции имеют один порядок величин, т. е.

$$C_p \rho a_{\text{н.т}} \Delta T / b_{\text{н.т}} \sim c_p \rho u_{\text{н.т}} \Delta T \sim Q \cdot w \cdot b_{\text{н.т}}, \quad (1.7)$$

где  $\Delta T$  — приращение температуры во фронте;  $w$  — средняя скорость реагирования горючего;  $Q$  — тепловой эффект реакции. Действительно

$$Qc_0 \sim \rho c_p \Delta T, \quad t_x \sim c_0/w,$$

где  $c_0$  — начальная концентрация горючего.

Соотношения (1.5) непосредственно следуют из (1.7). Таким образом, расширение фронта сгорания и вовлечение все более крупных вихрей происходит до тех пор, пока не установится равновесие между процессами конвекции, теплопроводности и химической реакции, которое имеет место и в случае ламинарного горения, когда [2]

$$t_x \sim \frac{a}{u_H^2}, \quad b_H \sim (at_x)^{1/2}. \quad (1.8)$$

В дальнейшем будем предполагать, что время химической реакции  $t_x$  одинаковое для ламинарного и турбулентного сгорания, тогда, согласно (1.6) и (1.8),

$$u_{\text{н.т}} \sim u' \left( \frac{u'}{L} \frac{a}{u_H^2} \right)^{1/2}, \quad b_{\text{н.т}} \sim L \left( \frac{u'}{L} \frac{a}{u_H^2} \right)^{3/2}, \quad a_{\text{н.т}} \sim a_t \left( \frac{u'}{L} \frac{a}{u_H^2} \right)^2. \quad (1.9)$$

Сравнение (1.5) и (1.8) и учет (1.4) приводит к следствию

$$u_{\text{н.т}} \gg u_H, \quad b_{\text{н.т}} \gg b_H.$$

Следует отметить, что допущение о неизменности при ламинарном и турбулентном горении времени реакции  $i_x$ , имеющее место, например, при одинаковом в обоих случаях функциональном виде распределения температуры поперек мгновенного фронта горения и в отсутствии заметных пульсаций температуры в нем для турбулентного горения  $\bar{T}'^2/\Theta^2 \ll 1$ , достаточно сильно ( $\Theta$  — характеристический интервал температуры химической реакции). Дело в том, что, согласно (1.2), характерный масштаб вихрей в мгновенном фронте сгорания соизмерим с его шириной, что может привести к высокому уровню пульсаций. Оценка интенсивности пульсаций температуры требует привлечения уравнений баланса для пульсаций температуры  $\bar{T}'^2$  в системе координат, в которой мгновенный фронт сгорания неподвижен. Приравнивая по порядку величины конвективный перенос, порождение, связанное с градиентом средней температуры, диффузию и диссиацию  $\bar{T}'^2$ , которые можно оценить соответственно как

$$u_{\text{н.т}} \frac{d\bar{T}'^2}{dx} \sim u_{\text{н.т}} \frac{\bar{T}'^2}{b_{\text{н.т}}}, \quad a_{\text{н.т}} \left( \frac{d\bar{T}}{dx} \right)^2 \sim a_{\text{н.т}} \frac{\Delta T^2}{b_{\text{н.т}}^2},$$

$$\frac{d}{dx} \left( a_{\text{н.т}} \frac{d\bar{T}'^2}{dx} \right) \sim a_{\text{н.т}} \frac{\bar{T}'^2}{b_{\text{н.т}}^2}, \quad \frac{\bar{T}'^2 u'_{\text{н.т}}}{L_{\text{н.т}}},$$

и используя (1.2) и (1.6), получим  $\bar{T}'^2/(\Delta T)^2 \sim 1$ .

Эта оценка показывает, что расширенный фронт сгорания по структуре отличается от растянутой зоны ламинарного фронта, имеющей место при  $L \ll b_{\text{н}}$ , и скорее соответствует модели микрообъемного сгорания [2], которая характеризуется высоким уровнем пульсаций температуры в зоне мгновенного сгорания, приводящих к увеличению относительной ширины области существенного тепловыделения во фронте по сравнению со случаем ламинарного горения.

Условие существования сильно расширенного фронта горения (правая часть неравенства (1.1)) после использования (1.6) и (1.8) принимает вид

$$\left( \frac{t_x}{t_t} \sqrt{Re_t} \right)^{3/2} \sim (\varepsilon/a)^{3/4} (a/u_{\text{н}}^2)^{3/2} \gg 1. \quad (1.10)$$

Используя выражение для  $\varepsilon$  через микромасштаб турбулентности  $\lambda: \xi = 15v u'^2 / \lambda^2$ , из (1.10) получим  $(u'/\lambda)^{3/2} \gg (u_{\text{н}}^2/a)^{3/2}$ , что практически совпадает с условием сильного влияния турбулентности на ламинарный фронт пламени  $u'/\lambda > u_{\text{н}}^2/a$ , предложенным в [7]. Неравенство (1.10) с использованием выражения для  $\eta$  через  $\varepsilon$  из (1.1) преобразуется к виду  $\eta^3 \ll a^3/u_{\text{н}}^3$ , т. е. по крайней мере должно быть  $\eta < b_{\text{н}}$ , что физически согласуется с исходными посылками модели. Отметим также, что (1.10) дает при фиксированных  $u'$  и  $u_{\text{н}}$  ограничение на  $Re_t$  сверху  $Re_t \ll \ll (u'/u_{\text{н}})^3$ , которое может нарушиться при слишком больших  $L$ .

Левая часть неравенства (1.1) после использования (1.6) и (1.8) принимает вид

$$\left( \frac{t_x}{t_t} \right)^{3/2} \sim (\varepsilon/u'^2 \cdot a/u_{\text{н}}^2)^{3/2} \ll 1. \quad (1.11)$$

Из условия (1.11) следует, что время пребывания вещества во фронте  $t_{\phi} \sim b_{\text{н.т}}/u_{\text{н.т}}$  (характеризующее также время установления стационарных значений  $b_{\text{н.т}}$  и  $u_{\text{н.т}}$ ), равное, согласно (1.9),  $i_{\phi} \sim i_x$ , должно быть много меньше времени диссиляции  $t_d \sim u'^2/\varepsilon \sim L/u' \sim t_t$ . Это нера-

венство как условие существования поверхностного механизма горения указано в [4].

2. Скорость турбулентного горения  $u_t$  можно представить в виде

$$u_t = u_{n.t} \left( \overline{\frac{\delta S}{\delta S_0}} \right). \quad (2.1)$$

Здесь  $\delta S$  — площадь элемента поверхности фронта горения;  $\delta S_0$  — площадь проекции этого элемента на плоскость, перпендикулярную направлению распространения пламени; черта сверху — символ осреднения.

Будем считать, что в каждый момент времени поверхность фронта есть однозначная случайная функция поперечных координат  $x=h(y, z)$ , что, по-видимому, допустимо для качественных оценок, поскольку вероятность встретить неоднозначность фронта, согласно экспериментальным данным, не превышает 0,1—0,2 [5] ( $x$  — координата, вдоль которой распространяется волна реакции). Тогда

$$\overline{\left( \frac{\delta S}{\delta S_0} \right)} = \overline{\left( 1 + \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right)^{1/2}} = \overline{(1 + |\operatorname{grad} h|^2)^{1/2}}.$$

В интересующем нас случае поверхностного механизма горения  $(\delta S / \delta S_0) \gg 1$

$$\overline{\left( \frac{\delta S}{\delta S_0} \right)} \approx |\operatorname{grad} h| \sim \overline{(|\operatorname{grad} h|^2)^{1/2}} = \frac{\Sigma}{\Lambda}, \quad (2.2)$$

где  $\Sigma^2 = \overline{(x - \bar{x})^2}$ ;  $\Lambda$  — микромасштаб длины случайной поверхности фронта, введенный по аналогии со случаем случайной функции одной переменной в виде

$$\Lambda = \Sigma / |\operatorname{grad} h|.$$

Для случая случайной функции одной переменной  $\xi(t)$ ,  $\overline{\xi(t)} = 0$  обычное определение микромасштаба имеет вид

$$\Lambda^2 = \overline{\xi^2} / \overline{\left( \frac{d\xi}{dt} \right)^2}.$$

Коэффициент пропорциональности в (2.2), равный по порядку величины единице, непосредственно вычисляется в случае нормального (гауссовского) закона для плотности вероятности мгновенных значений  $|\operatorname{grad} h|$ :

$$\begin{aligned} \overline{\left( \frac{\delta S}{\delta S_0} \right)} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{V} \frac{1}{2\pi \overline{|\operatorname{grad} h|^2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{|\operatorname{grad} h|^2}{\overline{|\operatorname{grad} h|^2}} d(|\operatorname{grad} h|) \right] = \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi} \overline{|\operatorname{grad} h|^2}} = \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{\Sigma}{\Lambda}}. \end{aligned}$$

Принимая для оценки  $\Sigma \sim L$ , из (2.2) следует, что для поверхностного механизма горения  $\Lambda \ll L$ .

Рассмотрим случай, когда  $u_{n.t} \ll u'$ . Это условие, если использовать (1.6) и (1.8), принимает вид

$$L^{1/3} \gg b_{n.t}^{1/3}, \quad \left( \frac{t_x}{t_t} \right)^{1/2} \sim \left( \frac{\varepsilon}{u'^2} \cdot \frac{a}{u_n^2} \right)^{1/2} \ll 1, \quad (2.3)$$

т. е. является более сильным, чем неравенство (1.11). В этом случае в диапазоне времени

$$L/u' \ll t \ll L/u_{\text{н.т}} \quad (2.4)$$

фронт горения можно приближенно считать состоящим из одних и тех же жидких частиц (так как за это время перемещение фронта относительно среды много меньше  $L$ ), и  $\Sigma^2$  подчиняется обычному соотношению турбулентной диффузии:

$$\Sigma^2 \sim u' Lt. \quad (2.5)$$

Значение  $\Lambda$  есть функция  $L, u', b_{\text{н.т}}, u_{\text{н.т}}, t$ . На основании теоремы теории размерностей эта функциональная связь может быть записана в следующем безразмерном виде:

$$\Lambda/b_{\text{н.т}} = G_1(u't/b_{\text{н.т}}, u'/u_{\text{н.т}}, L/b_{\text{н.т}}).$$

Принимая во внимание связь между  $u'/u_{\text{н.т}}$  и  $L/b_{\text{н.т}}$ , следующую из (1.6), и используя условие стационарности  $u_t$  по (2.1), получим при справедливости (2.5)

$$\Lambda/b_{\text{н.т}} = (u't/b_{\text{н.т}})^{1/2} G_2(L/b_{\text{н.т}}). \quad (2.6)$$

Согласно (2.3), аргумент функции  $G_2$  велик. Приведем соображения, что при этом  $G_2 = \text{const} \sim 1$ . Действительно, если это так, то при выполнении (2.4)  $b_{\text{н.т}} \ll \Lambda \ll L$ . Поэтому вихри размера  $L$  переносят возмущения на фронте порядка  $\Lambda$  как целое и  $\Lambda$  не может явно зависеть от  $L$ , т. е.  $G_2 = \text{const}$ . Из (2.2), (2.5) и (2.6) следует

$$\overline{(\delta S/\delta S_0)} \approx (L/b_{\text{н.т}})^{1/2}. \quad (2.7)$$

При получении (2.7) использовались выражения (1.6), справедливые, когда ширина расширенного фронта сгорания соответствует области инерционного интервала энергетического спектра. Если это не так, в частности, при существовании ламинарных фронтов сгорания, выражение (2.7) места не имеет.

Подчеркнем, что стационарность площади фронта горения не противоречит нестационарности ширины осредненной зоны горения, поскольку величина  $\Sigma$  определяется в основном вихрями, порядок пульсаций в которых равен  $u'$  и размер —  $L$ , а площадь определяется много меньшими вихрями, пульсации в которых соизмеримы со значением скорости фронта  $u_{\text{н.т}}$  (зависимость  $(\delta S/\delta S_0)$  от  $L$  не противоречит этому в силу существования равновесия между микроструктурой и макроструктурой турбулентности). Это приводит к статическому равновесию между увеличением площади поверхности фронта из-за турбулентных пульсаций и ее уменьшения за счет перемещения фронта горения относительно среды, при этом время установления постоянного значения площади много меньше  $L/u'$ . Увеличение  $\Sigma$  связано с тем, что при временах (2.4) равновесие между расширением средней зоны горения за счет турбулентной диффузии и ее сужением за счет перемещения фронта относительно среды не достигается. Такое равновесие может быть достигнуто при  $t \sim L/u_{\text{н.т}}$ .

Заметим, что одни соображения теории размерностей дают лишь

$$\overline{(\delta S/\delta S_0)} = H(L/b_{\text{н.т}}). \quad (2.8)$$

Из сравнения (2.7) и (2.8) следует, что функция  $H$  при увеличении аргумента не стремится к постоянной. Физически это понятно, поскольку в турбулентных течениях площадь бесконечно тонкой материальной поверхности монотонно увеличивается во времени. Поэтому при стремлении  $b_{n.t}$  (и тем самым  $u_{n.t}$ ) к нулю стационарная величина площади может быть сколь угодно велика. Степенная зависимость в (2.7) фактически является проявлением автомодельности второго рода, рассмотренной в работах [9, 10], однако здесь она следует не из точных уравнений задачи (которых при рассматриваемом подходе и нет), а из качественного анализа.

Соотношения (2.1), (2.7), (1.6), (1.8) дают окончательный результат:

$$u_t = A u'^{3/4} u_h^{1/2} a^{-1/4} L^{1/4} \sim u' \left( \frac{t_t}{t_x} \right)^{1/4}, \quad (2.9)$$

имеющий место при выполнении неравенства (1.10), (2.3) и (2.4), где  $A$  — эмпирический параметр порядка единицы.

Ввиду малости величины показателя степени  $(t_t/t_x)^{1/4} \approx \text{const} \sim 1$  (например, при  $t_t/t_x \sim 10^2$  ( $t_t/t_x \sim 3$ ) из (2.9) следует приближенное по отношению к (2.9) выражение  $u_t \sim u'$ , совпадающее с результатом, полученным на основании простых геометрических соображений в [4].

Если переписать (2.9) в виде  $u_t/u' \sim (L/u' \cdot u_h^2/a)^{1/4}$  и учсть (2.3) получим, что  $u_t > u'$ . Из (2.4) и (2.5) следует оценка для  $\Sigma$  в диапазоне времени (2.4), которую можно рассматривать как характерную ширину зоны турбулентного горения:

$$1 \leq \Sigma^2/L^2 \ll (u'^2/\epsilon \cdot u_h^2/a)^{1/2} \sim \left( \frac{t_t}{t_x} \right)^{1/2}. \quad (2.10)$$

Подчеркнем еще раз, что под  $u_t$  здесь понимаем среднюю объемную скорость сгорания, которая рассматривается в течение времени горения, когда осредненная ширина одномерной волны реакции увеличивается по закону турбулентной диффузии. При этом скорость ее передней границы, определяющаяся мгновенными выбросами продуктов сгорания в холодную смесь, может существенно превышать величину  $u_t$ , причем, по-существу, скорость распространения таких единичных выбросов не связана с  $u_t$ .

Можно представить, что для много больших времен горения ширина одномерной зоны достигает стационарной величины, и значения скорости передней границы и  $u_t$  будут равны. В этом случае  $u_t$  будет определяться скоростью распространения по холодной смеси поджигающих очагов, распространяющихся за счет относительно редких, но значительных выбросов продуктов сгорания в свежую смесь и будет реализовываться известный «эстафетный» механизм распространения горения. Мгновенная поверхность сгорания автоматически будет подстраиваться, чтобы при этой величине скорости распространения горения выполнялось соотношение (2.1). Величина  $u_{n.t}$  и среднее расстояние между такими выбросами будут влиять на значение стационарной осредненной ширины вдоль реакции.

3. Проанализируем условия выполнения в экспериментах неравенств (1.10) и (2.3) и связи соотношений (2.9), (2.10) для  $u_t$  и  $\Sigma$  с экспериментальными данными. Рассмотрим следующий характерный режим: горение стехиометрической смеси углеводородных горючих при нормальном давлении и исходной температуре горючей смеси 300 К в трубе диаметра 0,2 м при средней скорости 100 м/с,  $a=0,2$  м<sup>2</sup>/с,  $u_h=0,4$  м/с,  $u'=5$  м/с,  $L=1$  см,  $\nu=0,15$  см<sup>2</sup>/с. Подстановка данных значений в неравенства (1.4) и (2.3) дает  $8 \gg 1$  (т. е. колмогоровский

размер в два раза меньше толщины нормального фронта горения) и  $0,3 \ll 1$  соответственно. Ввиду асимптотического характера развитой модели горения допустимо считать, что в опытах условия существования модели выполняются.

Поскольку с ростом начальной температуры смеси  $u_n$  растет (при  $T_0 = 300^\circ\text{C}$   $u_n \sim 1,5$  м/с и при  $T_0 = 600^\circ\text{C}$   $u_n \sim 3$  м/с), для выполнения условий (1.10) и (2.3) необходим достаточно высокий уровень пульсаций скорости и достаточно большие масштабы турбулентности, что может быть достигнуто в высокоскоростных потоках в крупногабаритных установках при использовании турбулизирующих решеток с крупными перфорациями. Из анализа (1.10) и (2.3) следует, что результаты делаются неприменимыми для описания горения в низкоскоростных потоках и при малом уровне интенсивности пульсаций ( $u' \sim u_n$ ), а также при слишком малых интегральных масштабах турбулентности  $L$  ( $u_{n,t} \sim u_t$ ) либо при слишком больших масштабах и интенсивности турбулентности (по-видимому, последний случай трудно реализовать на практике). Поэтому полученные результаты, в частности, формула (2.9), справедливы при описании процесса турбулентного горения в камерах воздушно-реактивных двигателей, в крупных промышленных установках. Меньше оснований к их применению в небольших лабораторных установках с малыми скоростями потока, хотя, как это часто оказывается в приложениях, такого рода соотношения, основанные на асимптотических оценках, могут оказаться применимыми при описании экспериментов и в более широкой области параметров, чем предполагалось при их получении.

Приведем некоторые сопоставления полученных выводов с экспериментальными данными, систематический обзор которых можно найти, например, в работах [2, 10, 11]. В [2] приводится показатель степени в соотношении между скоростью турбулентного сгорания и пульсацией скорости смеси, равный 0,7—0,8, что соответствует формуле (2.9). Связь с давлением может быть получена, если учесть зависимость от давления для  $u_n$  и  $a$ . Поскольку  $a \sim p^{-1}$  и для пропана  $u_n \sim p^{-0.2 \div -0.3}$ , находим по (2.9)  $u_t \sim p^{0.10 \div -0.15}$ , что соответствует опытным данным [12], где  $u_t \sim p^{0.12}$ . Аналогичные соотношения получены также в работе [13]. Имеются несколько отличающиеся зависимости скорости турбулентного сгорания от давления, приведенные в [2], но в этих работах при изменении давления менялись параметры турбулентности, в отличие от работы [12], в которой при изменении давления каждый раз подбирались турбулизирующие решетки, сохраняющие постоянной величину  $u'$ .

В [14] приведена эмпирическая формула для скорости турбулентного горения  $u_t \sim L^{0.18}$ , которая близка к (2.9). Аналогично, поскольку  $u_n \sim T_0^2$   $a \sim T_0^2$ , связь между скоростью турбулентного сгорания и начальной температурой имеет вид  $u_t \sim T_0^{0.5}$ , что близко к экспериментальной зависимости  $u \sim T_0^{0.4}$  [15].

При определении влияния состава горючей смеси необходимо знать эффективный коэффициент температуропроводности  $a$ , фигурирующий в размерностных соотношениях теории ламинарного фронта пламени. Анализ экспериментальных данных и некоторые теоретические соображения о влиянии «диффузационного расслоения», приведенные в [16], показали, что эффективный коэффициент температуропроводности может значительно зависеть от состава смеси. Анализ серии экспериментальных данных по влиянию на скорость турбулентного сгорания (определенной по переднему фронту) давления горючей бензино-воздушной смеси (в диапазоне  $p = 0,2 \div 4,5$  бар), температуры (393—793 К), скорости потока ( $u = 30 \div 100$  м/с), коэффициента избытка окислителя ( $\alpha = 0,6 \div 1,4$ ) в канале квадратного сечения 50×50 мм, полученные

в [17] с учетом зависимости для  $a$ , согласно [16], показал, что численное значение  $A$  в формуле (2.9) лежит в диапазоне 0,6—1,2.

В опытах при удалении от места поджигания наблюдается расширение осредненной зоны горения, которое примерно соответствует расширению зоны турбулентного смешения при тех же параметрах турбулентности потока. При этом скорость турбулентного сгорания вдоль зоны горения примерно постоянна [2, 10]. В одномерной нестационарной зоне горения это соответствует ее расширению по времени при сохранении величины  $u_t$ .

В силу неравенства (2.10) порядок отношения  $\Sigma/L$  может составлять  $\Sigma/L \sim 1-10$ . Учитывая, что фактическая ширина зоны горения составляет  $b_t \sim (4-6)\Sigma$ , эта оценка объясняет, что при организации горения в каналах (где  $L/D \sim 0,1$ ,  $D$  — диаметр) не удается определить предельные значения осредненной ширины зоны тепловыделения и горение имеет место в расширяющихся факелях.

Численные значения показателей степени в выражениях для  $u_{n.t}$ ,  $b_{n.t}$ ,  $a_{n.t}$ ,  $u_t$  (1.9), (2.9) получены без привлечения каких-либо эмпирических числовых значений и следуют из качественных соображений, на основании которых выбираются определяющие параметры задачи. При этом привлекались не только соображения теории подобия, но и представление о фронте мгновенного горения как о случайной поверхности, что привело к оценке для площади (2.2), которая не может быть получена на основании теории размерностей. Использование одних соображений подобия приводит к ограниченным результатам, и, в частности, не позволяет определить численные значения показателей степени, и сделать выводы о ширине зоны горения [17]. Предлагаемые аналогичные степенные зависимости для  $u_t$  (см., например, [10]) фактически содержат эмпирические параметры.

Отметим, что точно такое же выражение для  $u_t$  получено после проведения настоящего исследования (результаты которого содержались в [18]) в работе [19], исходящей из совершенно других представлений — стационарная ширина осредненной зоны и ламинарные мгновенные фронты — на основании качественного анализа, также не привлекающего эмпирических постоянных, уравнения для совместной плотности распределения вероятностей температуры и скорости.

В заключение автор выражает благодарность В. А. Сабельникову, в контакте с которым проводился настоящий анализ и чьи критические замечания и предложения во многом способствовали улучшению содержания работы, а также Г. И. Баренблатту и В. Р. Кузнецovу за полезное обсуждение.

Поступила в редакцию  
15/IX 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. G. Damköhler. Zs. für Elektrochemie, 1940, **46**, 601.
2. Е. С. Шетников. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.
3. Л. И. Седов. Методы подобия и размерностей в механике. М., «Наука», 1967.
4. К. И. Щелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. М., Изд-во АН СССР, 1963.
5. Н. В. Кокушкин. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, 8.
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГТТЛ, 1954.
7. L. Kovaszna. Jet Propulsion, 1956, **26**, 6, 485.
8. Г. И. Баренблatt, Я. Б. Зельдович. Усп. мат. наук, 1971, **26**, 2, 115.
9. G. I. Barenblatt, Ya. B. Zeldovich. Ann. Rev. Fluid Mech., 1972, **4**, 285.
10. Б. В. Раушенбах, С. А. Белый и др. Физические основы рабочего процесса в камерах сгорания воздушно-реактивных двигателей. М., «Машиностроение», 1964.
11. G. E. Andrews, D. Bradley, S. B. Wakaba. Combustion and Flame, 1975, **24**, 285.

12. В. А. Храмцов.— В сб.: Горение в турбулентном потоке. М., Изд-во АН СССР, 1960.
  13. В. В. Голубев, В. Н. Янковский и др. Известия вузов Авиационная техника, 1973, 2.
  14. В. Н. Янковский, А. В. Талантов. Второй Всесоюзный симпозиум по горению и взрыву. Автореф. докл. Черноголовка, 1969.
  15. В. Е. Дорошенко, А. И. Никитский. Тр. МАИ, № 282, М., 1956.
  16. Ю. Я. Буринко, В. Р. Кузнецов. ФГВ, 1976, 12, 3, 390.
  17. В. Н. Вилюнов. ФГВ, 1975, 11, 1, 51.
  18. В. Л. Зимонт, В. А. Сабельников. Всесоюзная школа-конференция по теории горения. Тез. докл. М., ИПМ АН СССР, 1975.
  19. В. Р. Кузнецов. Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, 5, 3.
- 

## К ОБЩЕМУ АНАЛИЗУ УСТОЙЧИВОСТИ МЕДЛЕННОГО ГОРЕНИЯ ЖИДКОСТИ

A. C. Плещанов

(Москва)

Устойчивость ламинарного фронта пламени в паре, испаряющемся с поверхности жидкости, с учетом влияния поля тяжести и поверхностного натяжения границы раздела фаз исследовалась в [1], где установлено стабилизирующее влияние перечисленных факторов. В [2] показано стабилизирующее влияние силы тяжести и вязкости жидкости. Исследование в [1, 2] проводилось в рамках гидродинамической устойчивости с использованием условия постоянства нормального потока массы на гидродинамическом разрыве [1], объединяющем фронты испарения и горения. В данной работе рассматривается общая задача гидродинамической и диффузионно-тепловой устойчивости (в смысле [3]) разделенных фронтов испарения и горения без учета взаимного влияния движения среды и распространения тепла. Предельным переходом получается характеристическое уравнение для гидродинамического разрыва, объединяющего фронты испарения и горения.

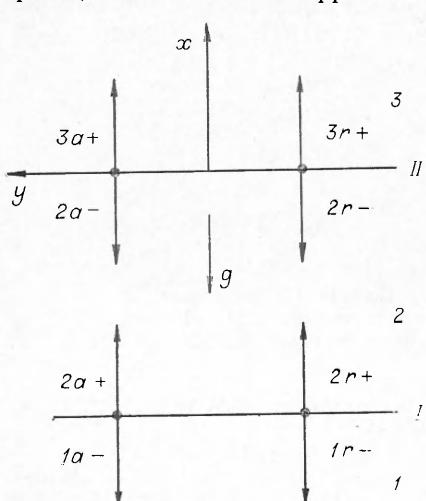


Рис. 1.

**1. Гидродинамическая задача.** Пусть среды  $\alpha=1, 2, 3$  — жидкость, прогреваемый пар и продукты сгорания соответственно, а поверхности  $I$ ,  $II$  — фронты испарения и горения (конфигурация и система координат показаны на рис. 1). Как обычно, все среды считаются несжимаемыми. По фронтам распространяются возмущения поверхностей сред  $\zeta_{1,2}$ , пропорциональные  $\exp(iky + \Omega t)$ , где  $k$  — волновое число ( $\text{Im}(k)=0$ ),  $\Omega=-i\omega$  (для устойчивости необходимо  $\text{Re}(\Omega)<0$ ). Эти возмущения вызывают изменения нормальных потоков массы на фронтах  $\delta j_{1,2}$  и появление вырожденно-акустических ( $a$ ) и энтропийно-вихревых или вязких ( $r$ ) возмущений во всех средах (направления возмущений показаны на рис. 1). Пусть зависимости