

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЗАЖИГАНИЯ ПОРИСТЫХ ТЕЛ В УСЛОВИЯХ ВСТРЕЧНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА

Б. С. Сеплярский

Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения РАН, 142432 Черноголовка

С помощью волновой теории зажигания и метода осреднения, использующего весовую функцию, создан аналитический метод расчета временных характеристик зажигания пористого тела при истечении инертного газа из образца (встречная нестационарная фильтрация). Численными расчетами подтверждена правильность основных допущений теории о стадийности процесса зажигания и волновом механизме нагрева вещества. Показано полное качественное и хорошее количественное совпадение выводов приближенного анализа и результатов численных расчетов. Ошибка определения времен установления нулевого градиента и срыва теплового равновесия не превышает 50%. Установлена применимость уравнений изотермической фильтрации для описания процесса истечения газа из пористого тела в процессе зажигания. Показано, что для расчета массового потока газа можно использовать квазистационарный подход. Определена область применимости модели полубесконечного тела в задачах зажигания при встречной нестационарной фильтрации газа.

Теория фильтрационного горения (ФГ), т. е. теория распространения волн экзотермического превращения в пористой среде при фильтрации газа, является активно развивающейся областью науки о горении [1–6]. Однако работ, посвященных исследованию процесса инициирования волн реакций в пористых средах, гораздо меньше [7–11]. Большинство из них посвящено изучению зажигания при спутной фильтрации газа, когда направление газового потока совпадает с направлением потока тепла [7–11]. При такой организации процесса инициирования газ приносит дополнительное тепло в систему, что обеспечивает уменьшение времени задержки зажигания по сравнению со случаем чисто кондуктивного нагрева вещества.

Возможна и другая схема организации процесса зажигания, когда холодный поток газа направлен навстречу потоку тепла (встречная фильтрация). В этом случае часть тепла, которое дает нагреватель, уносится потоком газа, что приводит к увеличению времени задержки зажигания. Впервые процесс зажигания в условиях встречной стационарной фильтрации был исследован в [8], где были определены временные характеристики воспламенения и установлена параметрическая область реализации режима зажигания при постоянном массовом расходе газа.

Однако имеется целый ряд важных для практики процессов, в которых зажигание пористой среды происходит в условиях нестационарной фильтрации газа. Такая ситуация, например, может реализоваться при зажигании длительно хранящихся зарядов твердого топлива, когда газы, образующиеся в результате разложения исходного вещества, создают внутри заряда повышенное давление. В данной статье с помощью волновой теории зажигания [8, 12] впервые определена зависимость длительности стадий зажигания пористого вещества нагретым телом в условиях встречной нестационарной фильтрации газа от основных параметров задачи: безразмерного перепада температур θ_{in} , критерия Pe , имеющего смысл отношения ширины зоны фильтрации к ширине зоны прогрева, и безразмерной теплоемкости c_g , равной отношению объемных теплоемкостей газовой и конденсированной фаз.

Рассматривается следующая модель процесса (рис. 1). На торце пористого реакционно-способного тела, заполненного инертным газом, в момент $t = 0$ одновременно происходит разрыв оболочки и подача теплового импульса. Считается, что давление газа в окружающей среде p_{in}^* намного ниже его давления в порах p_{ign}^* , а температура поверхности образца мгновенно принимает значение T_{ign} , которое выше начальной температуры веще-

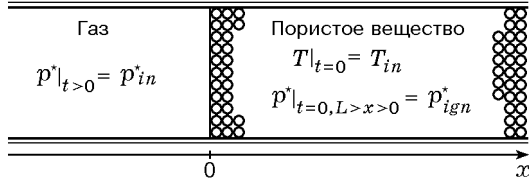


Рис. 1. Модель процесса:

$$T_{ign} > T_{in}, p_{ign}^* > p_{in}^*; x < 0: \frac{\partial p^*}{\partial x} = \frac{\partial p^*}{\partial t} = 0$$

ства T_{in} и не меняется в течение всего процесса. Из-за перепада давлений газ вытекает из образца, унося часть тепла, которое дает нагреватель, что приводит к увеличению времени задержки зажигания. За счет прогрева вещества в нем начинается интенсивная химическая реакция, приводящая к его воспламенению, т. е. к созданию условий, когда в веществе станет возможным распространение волны горения без подвода энергии извне. Предполагается, что температуры газа и пористого тела совпадают, потери тепла в окружающую среду пренебрежимо малы, фильтрация осуществляется по закону Дарси, превращение описывается кинетикой реакцией нулевого порядка, продукты реакции конденсированные, размер образца намного больше размеров зоны прогрева, скорость реакции при начальной температуре пренебрежимо мала. Система уравнений, описывающая такой процесс, в общепринятых безразмерных переменных имеет вид [5, 8, 11]:

$$(1 + c_g \rho_g) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - c_g \rho_g V_f \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + W(\theta, \eta); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial \tau} = - \frac{\partial(\rho_g V_f)}{\partial \xi}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \gamma W, \quad W = \exp(\theta/(1 + \beta\theta))F(\eta); \quad (3)$$

$$F(\eta) = 1, \quad \text{если } \eta \leq 1, \quad F(\eta) = 0, \quad \text{если } \eta > 1;$$

$$V_f = -\text{Pe} \frac{\partial P}{\partial \xi}; \quad (4)$$

$$P = \rho_g(1 + \beta\theta). \quad (5)$$

Начальные условия:

$$\tau = 0: \quad \theta = -\theta_{in}, \quad \eta = 0, \quad P = P_{ign} = 1, \quad (6)$$

$$\rho_{ign} = 1/(1 - \beta\theta_{in}).$$

Граничные условия:

$$\tau > 0: \quad \xi = 0, \quad P = P_{in}, \quad \theta = 0; \quad \xi = L \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial \xi} = 0.$$

Используются следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\theta = \frac{E(T - T_{ign})}{RT_{ign}^2}, \quad \tau = \frac{t}{t_*},$$

$$t_* = \frac{c_c RT_{ign}^2}{QE k_0} \exp \frac{E}{RT_{ign}}, \quad \rho_g^* = \frac{p^* m}{RT},$$

$$\xi = \frac{x}{x_*}, \quad x_* = \sqrt{at_*}, \quad a = \frac{\lambda}{c_c \rho_c},$$

$$\rho_g = \frac{\rho_g^*}{\rho_{ign}^*}, \quad \rho_{ign}^* = \frac{p_{ign}^* m}{RT_{ign}},$$

$$P = \frac{p^*}{p_{ign}^*}, \quad \beta = \frac{RT_{ign}}{E},$$

$$\gamma = \frac{c_c RT_{ign}^2}{QE}, \quad \theta_{in} = \frac{E(T_{ign} - T_{in})}{RT_{ign}^2},$$

$$P_{in} = \frac{p_{in}^*}{p_{ign}^*}, \quad \text{Pe} = \frac{k_f p_{ign}^* c_c \rho_c (1 - m)}{m \lambda},$$

$$c_g = \frac{c_g^* \rho_{ign}^* m}{c_c \rho_c (1 - m)}.$$

Здесь T — температура; x — пространственная координата; t — время; p^* , ρ_g^* — давление и плотность газа; Q — тепловой эффект реакции на единицу массы пористого вещества; c_g^* — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении; c_c , ρ_c — теплоемкость и плотность пористого вещества; m — пористость; λ — эффективный коэффициент теплопроводности; a — коэффициент температуропроводности; k_f — коэффициент фильтрации;

E , k_0 — энергия активации и предэкспоненциальный множитель реакции; R — универсальная газовая постоянная; θ , ξ , τ — безразмерные температура, координата и время; η — глубина превращения исходного вещества в продукт; P , ρ_g — безразмерные давление и плотность газа; W , V_f — безразмерные скорости реакции и фильтрации; Pe — критерий Пекле; θ_{in} — безразмерный начальный перепад температур; P_{in} — безразмерное давление газа в окружающей среде; c_g — отношение объемных теплоемкостей газовой и конденсированной фаз; β , γ — малые параметры теории горения. При исследовании процесса зажигания будем полагать, что температура зажигания T_{ign} существенно ниже адиабатической температуры горения T_c ($T_c = T_{in} + Q/c_c$).

Анализ системы (1)–(7) будем проводить с помощью волновой теории зажигания [8, 12]. Для этого введем понятие промежуточной волны фильтрационного горения (ПВФГ). ПВФГ — это волна фильтрационного горения с максимальной температурой, равной температуре зажигания. Характеристики ПВФГ находятся из решения квазистационарной системы (1)–(7), с источником тепла W , зависящим от температуры следующим образом:

$$W = \exp(\theta/(1 + \beta\theta))F(\eta), \quad \theta \leq 0;$$

$$W = 0, \quad \theta > 0.$$

По классификации волн горения ПВФГ относится к элементарным моделям горения 2-го рода [13], для которых характерно неполное превращение исходных реагентов в ведущей зоне.

Согласно [8] временные характеристики зажигания — время установления нулевого градиента температуры на границе образца (τ_0) и резкого роста температуры (теплового взрыва) (τ_{ign}) можно выразить через параметры промежуточной волны фильтрационного горения: кондуктивный поток тепла из зоны тепловыделения (q_{st}), размеры зоны реакции (ξ_{st}) и скорость горения (ω_f):

$$\tau_0 = \tau_{in} + \xi_{st}/\omega_f; \quad (8)$$

$$\tau_{ign} = \tau_0 + \xi_{exp}/\omega_f. \quad (9)$$

Длительность стадии инертного прогрева τ_{in} определяется из равенства $q_h = q_{st}$, где $q_h = -d\theta/d\xi|_{\xi=0}$ — поток тепла от нагревателя при

инертном прогреве. Координата резкого роста температуры ξ_{exp} находится из решения линеаризованной задачи о тепловом взрыве в условиях встречной фильтрации газа [8]:

$$\xi_{exp} = \frac{c_g G_g}{2} + \sqrt{0,25c_g^2 G_g^2 + 2},$$

где в качестве $G_g = \rho_g V_f$ можно использовать значение массового расхода газа на границе пористого тела в момент времени τ_0 .

Волновая теория зажигания была разработана для стационарных волн горения 2-го рода, и возможность ее применения к данной задаче, когда скорость фронта изменяется вместе с уменьшением расхода газа, не очевидна. Основанием для применения волновой теории зажигания при переменной скорости распространения фронта ω_f является независимость тепловой структуры ПВФГ (т. е. ширины зоны реакции ξ_{st} и зоны прогрева L_{th} , а также потока тепла q_{st}) от значения массового расхода газа $G_g = \rho_g V_f$ при постоянном перепаде температур θ_{in} , впервые обнаруженная в [8]. В этой работе для ξ_{st} , q_{st} , L_{th} были получены следующие выражения:

$$\xi_{st}(G_g) = \xi_{st}|_{G_g=0} = \sqrt{2},$$

$$q_{st}(G_g) = q_{st}|_{G_g=0} = \sqrt{2}, \quad (10)$$

$$L_{th}(G_g) = L_{th}|_{G_g=0} = \theta_{in}/\sqrt{2}.$$

Согласно [8] скорость ПВФГ можно представить в виде разности двух слагаемых, одно из которых — ω_{con} — определяется кондуктивным потоком тепла из зоны реакции и не зависит от массового расхода газа, а другое — $c_g G_g$ — равно скорости переноса тепла фильтрующимся газом:

$$\omega_f = \omega_{con} - c_g G_g = \sqrt{2}/\theta_{in} - c_g G_g. \quad (11)$$

В соответствии с (11) распространение ПВФГ возможно только при $c_g G_g < \sqrt{2}/\theta_{in}$. Так как изменение G_g при постоянном перепаде температур θ_{in} не ведет к перестройке температурного профиля ПВФГ, то скорость фронта безынерционно подстраивается под текущее значение G_g . Это означает, что соотношение (11) сохраняет свой вид и для случая $G_g = G_g(\tau)$. Таким образом, задача вычисления $\omega_f(\tau)$ сводится к определению зависимости $G_g(\tau)$.

Для не очень высоких давлений газа (десятки атмосфер) значение безразмерного параметра c_g мало: $c_g = \frac{c_g \rho_{ign}^* m}{c_c \rho_c (1 - m)} \ll 1$. Следовательно, конвективный перенос тепла фильтрующимся газом заметно влияет на прогрев пористого тела только тогда, когда $c_g G_g(\tau_0) \approx \sqrt{2}/\theta_{in}$. Такие режимы фильтрации реализуются при $Re \gg 1$, когда протяженность области пониженного ($P < 1$) давления (L_f) намного превышает размер нагретой области ξ_{th} , что позволяет рассматривать фильтрацию как изотермическую. Если для приближенного решения задачи использовать линеаризацию изотермического уравнения фильтрации [14], то для вычисления количества газа, вытекшего из образца — $M(\tau)$, и массового расхода газа на границе пористого вещества $G_g(\tau)$, а также длины зоны фильтрации L_f можно использовать результаты [15], полученные для процесса заполнения пористого тела фильтрующимся газом:

$$M(\tau) = \int_0^{L_f} (\rho_{ign} - \rho(\xi, \tau)) d\xi = \frac{L_f}{2(1 - \beta\theta_{in})} = \frac{0,81\sqrt{Pe}\tau}{1 - \beta\theta_{in}}, \quad (12)$$

$$G_g|_{\xi=0,\tau} = \frac{\partial M(\tau)}{\partial \tau} = \frac{0,4\sqrt{Pe}}{(1 - \beta\theta_{in})\sqrt{\tau}}, \quad (13)$$

$$L_f = 1,62 \sqrt{Pe} \tau. \quad (14)$$

Учитывая малость отношения ξ_{th}/L_f , можно полагать, что в прогретой области массовый поток газа меняется слабо, т. е. $G_g|_{0 < \xi < \xi_{th}} \simeq G_g|_{\xi=0}$, что позволяет получить явное выражение для скорости движения тепловой волны:

$$\omega_f = \sqrt{2}/\theta_{in} - A/\sqrt{\tau}, \quad (15)$$

$$A = 0,4c_g\sqrt{Pe}/(1 - \beta\theta_{in}).$$

Подставляя (15) в (8), (9) и учитывая (10) для τ_0 и τ_{ign} в предположении $\xi_{exp} = \sqrt{2}$, получим

$$\sqrt{\tau_0} = A\theta_{in}/\sqrt{2} + \sqrt{A^2\theta_{in}^2/2 + B_0}, \quad (16)$$

$$\sqrt{\tau_{ign}} = A\theta_{in}/\sqrt{2} + \sqrt{A^2\theta_{in}^2/2 + B_{ign}}, \quad (17)$$

$$B_0 = \tau_{in} + 2A\theta_{in}\sqrt{\tau_{in}}/\sqrt{2} + \theta_{in}, \quad B_{ign} = B_0 + \theta_{in}.$$

Численные расчеты показали, что допущение $\xi_{exp} = \sqrt{2}$ выполняется в широкой области определяющих параметров Pe , c_g , θ_{in} . Так, при $Pe < 1000$, $c_g < 0,05$ и $\theta_{in} = 5, 10, 15$ отличие ξ_{exp} от координаты резкого роста температуры при чисто кондуктивном подводе энергии $\xi_{exp}|_{G_g=0} = \sqrt{2}$ не превышает нескольких процентов.

Точное аналитическое решение инертной задачи с такими начальными и граничными условиями, необходимое для расчета τ_{in} , неизвестно. Поэтому здесь предлагается приближенный метод определения τ_{in} . Этот метод основан на гипотезе о том, что в интервале времени $0 < \tau < \tau_{in}$ можно найти такое среднее значение потока $G_g(\tau)$, влияние которого на изменение профиля температур в пористом теле эквивалентно переменному, рассчитанному по (13). Осреднение $G_g(\tau)$ будем проводить с использованием весовой функции, учитывающей особенности процесса истечения газа из образца. Время воздействия мгновенного значения расхода газа обратно пропорционально скорости его изменения $-dG_g/d\tau = \Pi$, что позволяет в качестве весовой функции $F(\tau)$ использовать отношение

$$F(\tau) = \frac{K}{\Pi} = \frac{5K\tau^{3/2}(1 - \beta\theta_{in})}{\sqrt{Pe}}, \quad (18)$$

где K — нормировочный множитель, вычисляемый из условий нормировки [16]

$$\int_0^{\tau_{in}} F(\tau) d\tau = 1. \quad (19)$$

Подставляя (18) в (19), имеем

$$K = \frac{\sqrt{Pe}}{2(1 - \beta\theta_{in})\tau_{in}^{5/2}}.$$

Тогда среднее значение расхода газа вычисляется следующим образом:

$$G_{eq} = \int_0^{\tau_{in}} G_g(\tau)F(\tau) d\tau =$$

$$= \frac{\sqrt{Pe}}{2(1 - \beta\theta_{in})\sqrt{\tau_{in}}} = 1,25G_g(\tau_{in}).$$

В [8] было получено выражение для вычисления τ_{in} по известному значению расхода газа:

$$\frac{\theta_{in}}{\sqrt{\pi\tau_{in}}} \exp\left(-\frac{(c_g G_{eq})^2}{4}\tau_{in}\right) +$$

$$+ \frac{\theta_{in}}{2} c_g G_{eq} \operatorname{erfc}\left(-\frac{c_g G_{eq}}{2}\sqrt{\tau_{in}}\right) = \sqrt{2}, \quad (20)$$

где $\operatorname{erfc}\omega = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\omega} e^{-x^2} dx$ — дополнительная функция ошибок.

Для приближенного вычисления временных характеристик зажигания удобно поступать следующим образом. Задавая G_{eq} , c_g , θ_{in} , из (20) находим значение τ_{in} . Выбранному значению G_{eq} соответствуют значения A и \sqrt{Pe} , определяемые из равенств $A = G_{eq}c_g\sqrt{\tau_{in}}/1,25$, $\sqrt{Pe} = 2G_{eq}\sqrt{\tau_{in}}(1 - \beta\theta_{in})$. Зная A и τ_{in} , рассчитываем B_0 и B_{ign} , а затем τ_0 и τ_{ign} . Такой метод расчета позволяет не только определить τ_{in} , τ_0 , τ_{ign} , но и установить параметры нестационарного режима фильтрации, к которому относятся вычисленные временные характеристики зажигания.

Анализ выражений (16), (17), (20) показал следующее.

1. Безразмерные параметры c_g и Pe влияют на временные характеристики зажигания не по отдельности, а в виде произведения $c_g Pe$, входящего в параметр A .

2. При $Pe \rightarrow 0$ выражения (16), (17) дают правильный предельный переход к значениям τ_0 , τ_{ign} для кондуктивного режима зажигания [12, 17, 18]:

$$\tau_0 = \theta_{in}^2/2\pi + \theta_{in}, \quad \tau_{ign} = \theta_{in}^2/2\pi + 2\theta_{in}.$$

3. Обнаружена аномально сильная зависимость τ_0 и τ_{ign} от параметра β .

Наряду с приближенным анализом исходную систему уравнений решали численно. Вычисления проводили по неявной разностной схеме с адаптирующейся к изменению решения

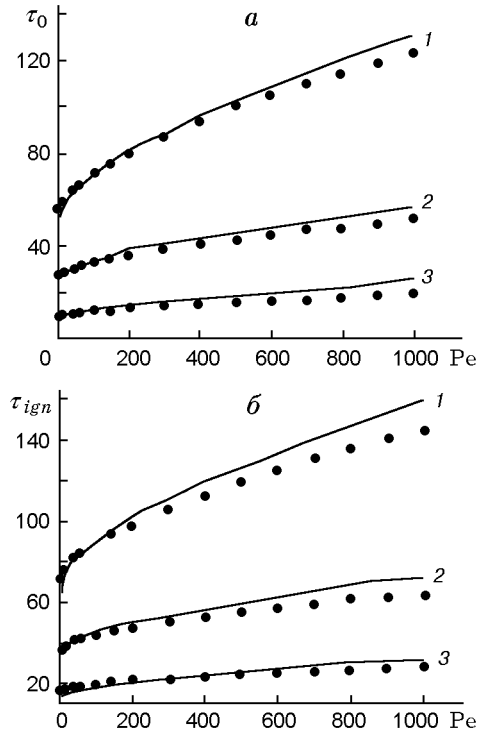


Рис. 2. Зависимость времени установления нулевого градиента τ_0 (а) и времени зажигания τ_{ign} (б) от параметра Pe :

$\theta_{in} = 15$ (1), 10 (2), 5 (3) при $\beta = 0,03$, $c_g = 0,05$, $\gamma = 0,01$, длина образца $L = 120$; сплошные линии — результаты приближенного анализа, точки — численный расчет

пространственной сеткой и переменным шагом по времени. Численным счетом проверяли допущения, положенные в основу приближенного метода расчета временных характеристик зажигания, а также основные выводы приближенного анализа.

Прежде всего было показано, что при $P_{in} < 0,3$ имеет место слабая зависимость массового расхода газа $G_g|_{\xi=0,\tau}$ и, соответственно, характеристик зажигания от давления газа в окружающей среде P_{in} . Так, при изменении P_{in} от 0,3 до 0,01 значения τ_0 и τ_{ign} увеличивались не более чем на 7%. Этот вывод оказался верным для всех используемых в работе значений θ_{in} и Pe . Поэтому в дальнейших расчетах принимали $P_{in} = 0,1$.

На рис. 2 показаны зависимости τ_0 и τ_{ign} от критерия Pe при различных значениях θ_{in} , рассчитанные по формулам (16), (17), а также полученные в результате численного решения. Как видно из рисунка, имеется хорошее качественное совпадение между вычисле-

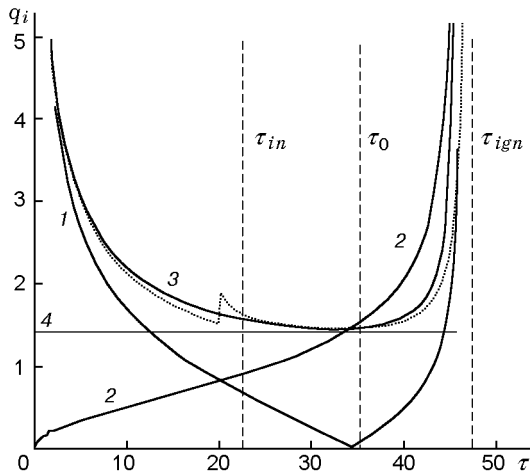


Рис. 3. Изменение во времени величин $|q_h|$ (1), q_{ch} (2), q_Σ (3), q_{st} (4):

пунктирная линия — суммарное тепловыделение при включении химического источника тепла в момент времени $\tau = 20$

ниями τ_0 и τ_{ign} различными методами. Ошибка в определении временных характеристик зажигания для $Re < 600$ не превышает 30%, а при $1000 > Re > 700$ возрастает до 50%. Как следует из формул, более резкое изменение τ_0 и τ_{ign} происходит при небольших значениях Re .

Расчет зависимостей $\tau_0(Re)$ и $\tau_{ign}(Re)$ проводили в широком диапазоне определяющих параметров: $0 < Re < 1000$; $\theta = 5, 10, 15$; $\beta = 0 \div 0,05$. Однако был выбран базовый вариант, для которого изменения профилей температур и давлений, а также всех основных характеристик процесса зажигания имеют типичный для данной задачи вид. Результатами расчетов именно с этим набором исходных данных будет подтверждена правильность основных допущений аналитического метода расчета характеристик зажигания. Вот параметры этого варианта:

$$\theta_{in} = 10, \quad \gamma = 0,005, \quad \beta = 0,03, \quad c_g = 0,03,$$

$$Re = 144, \quad L = 160, \quad P_{in} = 0,1.$$

Возможность разбиения процесса зажигания на стадии проиллюстрирует рис. 3. На нем показано изменение во времени модуля потока тепла от нагревателя $|q_h| = | -d\theta/d\xi|_{\xi=0}$; количества тепла, выделяемого в результате химического превращения: $q_{ch} = \int_0^\infty \exp(\theta/(1 +$

$\beta\theta))F(\eta) d\xi$; суммарного тепловыделения $q_\Sigma = q_{ch} + q_h$, которое согласно волновой теории зажигания при $\tau > \tau_{in}$ должно быть близко тепловому потоку из зоны тепловыделения в ПВФГ — $q_{st} = \sqrt{2}$. На рисунке приведены значения τ_{in} , τ_0 , τ_{ign} , вычисленные по формулам (20), (16), (17). Видно, что моменту времени τ_{in} соответствует приближенное выполнение равенства $q_{ch} = q_h$. По результатам расчета физически обоснованным выглядит следующее разбиение процесса зажигания на стадии:

1) инертный прогрев. Основной вклад в нагрев вещества дает поток тепла от нагревателя ($q_h > q_{ch}$), а суммарное тепловыделение близко потоку тепла от нагревателя при нагреве инертного тела (пунктирная линия на рис. 3 соответствует такому варианту расчета, когда включение химического источника тепла происходило в момент времени $\tau_{0,ch} = 20$);

2) распространение тепловой волны $q_{ch} > q_h$, $q_h > 0$. На этой стадии q_Σ меняется незначительно и близко к значению q_{st} ;

3) создание условий для теплового взрыва ($q_\Sigma > q_{st}$; $q_h < 0$, $\theta_{max} > 0$). Эта стадия заканчивается резким (взрывным) ростом температуры в момент времени $\tau = \tau_{ign}$.

Для проверки предположения о том, что скорость переноса зоны прогрева при $\tau > \tau_{in}$ близка к скорости тепловой волны ω_f , определяемой по формуле (15), в численном эксперименте значения ω_f (рис. 4) определяли двумя способами.

1. По скорости изменения запаса тепла Q :

$$\omega_{f,1} = \frac{\partial Q}{\partial \tau} / \theta_{in}, \quad Q = \int_0^\infty (\theta_1 + \theta_{in}) d\xi \quad (21)$$

— под температурной кривой, описываемой уравнением

$$\theta_1 = \begin{cases} 0 & \text{при } \theta > 0, \\ \theta & \text{при } \theta < 0. \end{cases}$$

Такая аппроксимация реального профиля позволяет разделить тепло, выделяющееся в результате реакции, на две составляющие. Одна, вычисляемая по формуле (21), обеспечивает распространение тепловой волны в глубь вещества, другая расходуется на нагрев вещества выше температуры зажигания ($\theta > 0$) и до момента $\tau = \tau_{ign}$, в соответствии с допущениями волновой теории зажигания, не влияет на скорость теплового фронта.

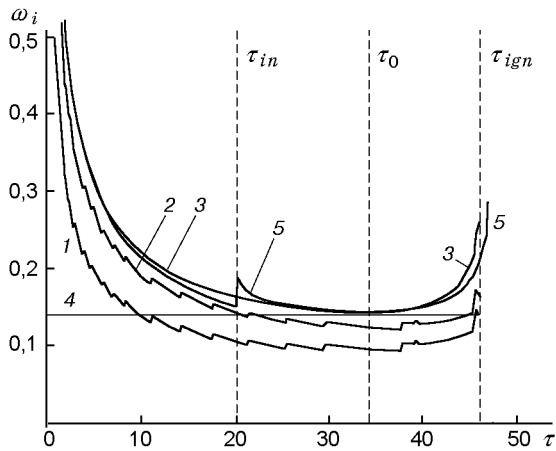


Рис. 4. Изменение во времени скорости тепловой волны, вычисленной различными способами:

1 — $\omega_{f,2}$, 2 — $\omega_{con,2} = \omega_{f,2} + c_g G_g|_{\xi=0}$, 3 — $\omega_{con,1} = \omega_{f,1} + c_g G_g|_{\xi=0}$, 4 — $\omega_{con} = \sqrt{2}/\theta_{in}$, 5 — ω_{con} при включении химического источника тепла в момент времени $\tau = 20$; $\theta_{in} = 10$, $\beta = 0,03$, $c_g = 0,03$, $\gamma = 0,005$, $L = 160$, $Pe = 144$

2. По скорости движения точки с температурой $\theta = -0,5\theta_{in}$ ($\omega_f = \omega_{f,2}$). Такой способ определения скорости горения был использован при численном исследовании распространения пламени по смеси, реагирующей при начальной температуре [19]. Однако проверка этого допущения будет более наглядной, если следить за изменением суммы $\omega_f + c_g G_g|_{\tau,\xi=0} = \omega_{con}$, которая в соответствии с (11) при $\tau > \tau_{in}$ должна оставаться постоянной и равняться $\sqrt{2}/\theta_{in}$ — скорости ПФВГ при $c_g G_g = 0$ (см. рис. 4, кривые 2, 3). Как видно из рисунка, скорость нагрева образца близка к той, которую обеспечивала бы волна превращения со скоростью ω_f , так как отклонение суммы $\omega_{f,i} + c_g G_g = \omega_{con,i}$ от скорости распространения промежуточной волны горения с чисто кондуктивным переносом тепла при $\tau_{in} < \tau < \tau_{ign}$ не превышает 20%. Заметный рост скорости происходит только на завершающем этапе процесса зажигания, когда $\theta_{max} > 1$.

Таким образом, численные расчеты подтверждают правильность основного допущения теории: скорость тепловой волны при $\tau > \tau_{in}$ близка к ω_f .

В соответствии с теорией полагается, что при $\tau < \tau_{in}$ прогрев происходит по закону инертного тела. Ошибка в определении τ_0 и τ_{ign} , связанная с этим предположением, прове-

рялась численным решением системы уравнений (1)–(7) с различными временами включения химического источника тепла $\tau_{0,ch}$:

$$W = 0 \quad \text{при} \quad \tau < \tau_{0,ch},$$

$$W = \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta} F(\eta) \quad \text{при} \quad \tau > \tau_{0,ch}.$$

Как показали результаты расчетов, при $\tau_{0,ch} < \tau_{in}$ характеристики зажигания τ_0 и τ_{ign} практически не зависят от времени включения источника. Ошибка в их определении не превышает 10%. Этот факт позволяет при определении характеристик зажигания численными методами использовать в качестве начального условия профиль температур, полученный из решения инертной задачи при $\tau < \tau_{in}$. Причину независимости τ_0 и τ_{ig} от $\tau_{0,ch}$ можно понять из рис. 3. Как видно из рисунка, скорость нагрева вещества, которую характеризует q_{Σ} , в интервале времени $\tau < \tau_{0,ch} = \tau_{in}$ остается практически такой же, как и при обычном варианте расчетов ($\tau_{0,ch} = 0$).

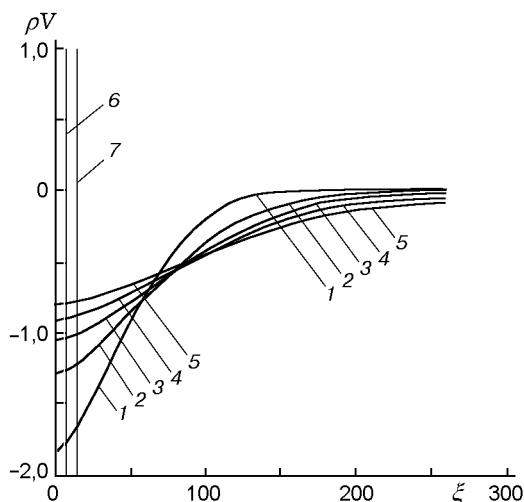


Рис. 5. Зависимость массового расхода газа от координаты ξ в различные моменты времени: $\tau = 9$ (1), 18 (2), 27 (3), 36 (4), 45 (5); прямая 6 — длина зоны прогрева при $\tau = 9$, а 7 — при $\tau = 45$

Также численным счетом проверяли допущения, принятые при вычислениях массового расхода газа $G_g(\tau)$:

- 1) постоянство G_g на участке $0 < \xi < \xi_{th}$;
- 2) применимость теории изотермической фильтрации для расчета массового расхода газа;
- 3) применимость модели полубесконечного тела.

На рис. 5 показано изменение массового расхода газа $G_g(\xi)$ по длине образца в различные моменты времени. На этом же рисунке нанесены вертикальные линии, которые соответствуют значениям длины зоны прогрева $\xi_{th} = 2\sqrt{\tau}$ для первой и последней кривой ($\tau = 9$ и 45). Как показали расчеты, температура в точке с координатой $\xi_{th} = 2\sqrt{\tau}$ равна $0,85\theta_{in}$, т. е. близка к начальной, а изменение массового расхода газа на участке $0 < \xi < 2\sqrt{\tau}$ не превышает 10%. Эти данные подтверждают допущение, принятое при выводе формул (16), (17), о том, что поток, проходящий через тепловой фронт, равен его величине на границе газ — пористое тело:

$$G_g|_{\tau, 0 < \xi < \xi_{th}} = G_g|_{\tau, \xi=0}.$$

Для проверки допущения о применимости теории изотермической фильтрации для расчета массового расхода газа удобнее следить за изменением массы газа в образце $M(\tau)$, которая связана с $G_g|_{\tau, \xi=0}$ следующим соотношением:

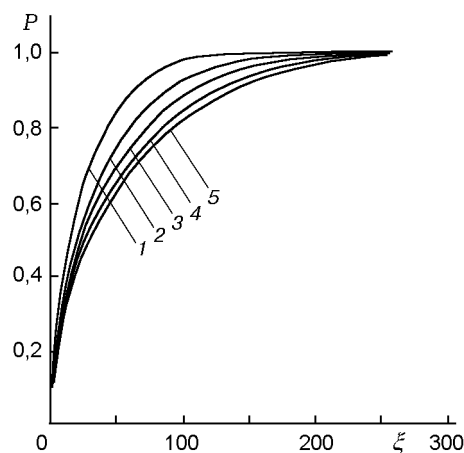


Рис. 6. Распределение давления газа в пористом веществе в различные моменты времени:

$\tau = 9$ (1), 18 (2), 27 (3), 36 (4), 45 (5); $\theta_{in} = 10$, $\beta = 0,03$, $c_g = 0,03$, $\gamma = 0,005$, $L = 160$, $Pe = 144$

$$M(\tau) = \int_0^{\tau} G_g|_{\tau, \xi=0} d\tau = \frac{0,81\sqrt{Pe}\tau}{1 - \beta\theta_{in}}. \quad (22)$$

Как показали расчеты, зависимость $M(\tau)$ спрямляется в координатах $M(\tau)$, $\sqrt{\tau}$. Однако численный множитель, следующий из расчетов, отличается от того, который дает приближенная теория. Это отличие связано с тем, что при выводе (22) использовалось линеаризованное уравнение фильтрации, которое предполагает линейное распределение давления в образце. Однако распределение давления оказалось нелинейным (рис. 6) и по внешнему виду напоминает распределение давления в образце при стационарной фильтрации. Было сделано предположение, что для расчета $G_g|_{\tau, \xi=0}$ можно пользоваться квазистационарным приближением. В соответствии с этим подходом в каждый момент времени массовый поток газа $G_g|_{\tau, \xi=0}$ рассчитывается из стационарного уравнения фильтрации, а зависимость от времени учитывается через изменяющуюся длину, которая равна длине зоны фильтрации в нестационарной задаче:

$$L_f = 1,62\sqrt{Pe}\tau.$$

Тогда

$$G_g|_{\tau, \xi=0} = \frac{Pe}{2L_f(1 - \beta\theta_{in})} =$$

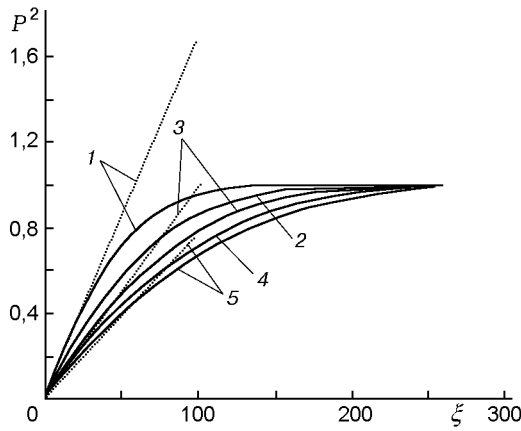


Рис. 7. Зависимость $P^2(\xi)$ в различные моменты времени: $\tau = 9$ (1), 18 (2), 27 (3), 36 (4), 45 (5); сплошные линии — приближенный анализ, пунктирные — численный расчет; $\theta_{in} = 10$, $\beta = 0,03$, $c_g = 0,03$, $\gamma = 0,005$, $L = 160$, $Pe = 144$

$$= \frac{Pe}{2 \cdot 1,62(1 - \beta\theta_{in})} = \frac{0,31\sqrt{Pe}}{1 - \beta\theta_{in}}, \quad (23)$$

$$M(\tau) = \int_0^\tau G_g|_{\tau, \xi=0} d\tau = \frac{0,62\sqrt{Pe}\tau}{1 - \beta\theta_{in}}. \quad (24)$$

Значения $G_g|_{\tau, \xi=0}$ и $M(\tau)$, рассчитанные по формулам (23), (24), дают ошибку, не превышающую 10%. Для вычисления τ_0 и τ_{ign} в этом случае также можно пользоваться формулами (16), (17), но с другим значением A :

$$A = 0,31c_g\sqrt{Pe}/(1 - \beta\theta_{in}). \quad (25)$$

Сравнение τ_0 и τ_{ign} , рассчитанных по формулам (16), (17) с использованием (25), и результатов численного решения исходной системы уравнений показало, что в этом случае ошибка приближенных формул не превышает 17%.

С целью проверки предположения о квазистационарности фильтрации для тех же значений определяющих параметров, которые использованы на рис. 6, строили зависимости $P^2(\xi)$, которые при $P_{in} \ll 1$ должны быть прямой линией, выходящей из начала координат (рис. 7). На рисунке для моментов времени $\tau = 9, 27, 45$ (штриховые прямые 1, 3, 5 соответственно) построены теоретические зависимости $P^2(\xi)$, следующие из предположения о квазистационарности фильтрации:

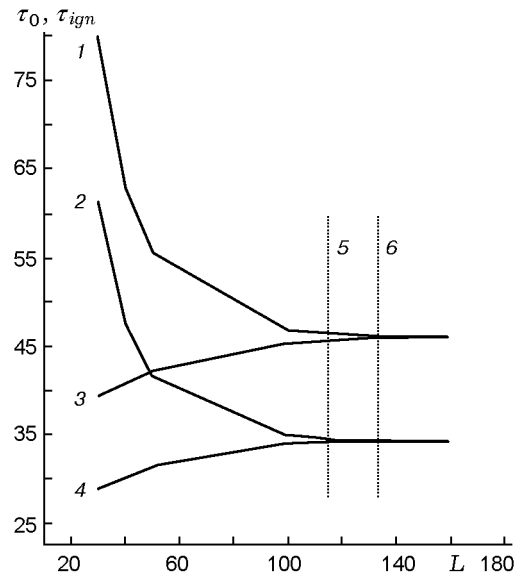


Рис. 8. Зависимость времени установления нулевого градиента τ_0 (кривые 2, 4) и времени зажигания τ_{ign} (кривые 1, 3) от длины образца для двух типов граничных условий: 1, 2 — $\xi = L$; $P = 1$; 3, 4 — $\xi = L$; $\partial P/\partial \xi = 0$; вертикальные прямые: 5 — $L_f|_{\tau_0, L \rightarrow \infty} = 1,62\sqrt{Pe}\tau_0$; 6 — $L_f|_{\tau_{ign}, L \rightarrow \infty} = 1,62\sqrt{Pe}\tau_{ign}$

$$P^2 = P_{in}^2 + \frac{\xi}{L_f}. \quad (26)$$

Как видно из рис. 7, при $P^2 < 0,5$, т. е. при $P \leq 0,7$, зависимости $P^2(\xi)$, полученные численным расчетом, близки к линейным с наклоном, следующим из формулы (26).

С помощью численных методов определялась область применимости модели полубесконечного тела. Так как при $Pe \gg 1$ наибольшим размером задачи является длина зоны фильтрации, то достаточно было найти такие значения L , при которых τ_0, τ_{ign} перестают зависеть от типа граничных условий для уравнения фильтрации при $\xi = L$. Зависимость τ_0, τ_{ign} от длины образца для двух типов граничных условий на холодном торце ($\xi = L$; $P = 1$ и $\xi = L$; $\partial P/\partial \xi = 0$) приведена на рис. 8. Отметим, что использование таких граничных условий позволяет получить особенно наглядные результаты, так как для граничных условий первого типа уменьшение L ведет к увеличению τ_0, τ_{ign} , а для условий второго типа — к их уменьшению. На этом же рисунке для моментов времени τ_0, τ_{ign} , полученных из решения полубесконечной задачи, приведены значения длины зоны фильтрации, вычисленные по

формуле (14) (прямые 5, 6):

$$L_f|_{\tau_0, L \rightarrow \infty} = 1,62\sqrt{\text{Pe}}\tau_0,$$

$$L_f|_{\tau_{ign}, L \rightarrow \infty} = 1,62\sqrt{\text{Pe}}\tau_{ign}.$$

Как видно из рис. 8, при $L > L_f(\tau_{ign})$ для вычисления τ_0 , τ_{ign} можно пользоваться моделью полубесконечного тела.

Проанализируем более подробно причины аномально сильной зависимости временных характеристик зажигания от параметра $\beta = RT_{ign}/E$. Как следует из выводов приближенного анализа, а также из результатов численных расчетов, имеет место сильная зависимость τ_0 , τ_{ign} от параметра β . Физической причиной таких результатов является рост массового расхода газа G_g и количества тепла $c_g G_g \theta_{in}$, уносимого фильтрующимся газом, при фиксированном значении безразмерного перепада температур θ_{in} и увеличении β . Эта зависимость является следствием выбранного масштаба плотности газа. Для того чтобы избавиться от сильной зависимости G_g и, соответственно, τ_0 , τ_{ign} от параметра β , предлагается выбирать масштаб плотности ρ_{ign}^* с учетом обнаруженных особенностей процесса фильтрации: $\rho_{ign}^* = p_{ign}^* m / RT_{in}$. Тогда уравнение состояния в безразмерных переменных принимает вид

$$P = \rho_g \frac{1 + \beta\theta}{1 - \beta\theta_{in}}. \quad (27)$$

Подстановка нового выражения для ρ_g в (23), (24) показывает, что в этом случае $G_g(\tau)$ и $M_g(\tau)$ не зависят от произведения $\beta\theta_{in}$:

$$G_g|_{\tau, \xi=0} = \frac{0,31\sqrt{\text{Pe}}}{\sqrt{\tau}}, \quad M(\tau) = 0,62\sqrt{\text{Pe}}\tau.$$

Исчезает также зависимость от $(1 - \beta\theta_{in})$ в A и, следовательно, в τ_0 и τ_{ign} . При такой замене масштаба вычисления τ_0 , τ_{ign} можно проводить по формулам (16), (17) с $\beta = 0$.

Численный расчет τ_0 , τ_{ign} показал, что при использовании уравнения состояния (27) длительность стадий зажигания незначительно возрастает с увеличением β . Так, в диапазоне определяющих параметров $0 < \text{Pe} < 1000$, $\theta_{in} = 5, 10, 15$ результаты численных расчетов хорошо описываются приведенными в [17] выражениями:

$$\tau_0 = \tau_0|_{\beta=0}(1 + 1,44\beta), \quad (28)$$

$$\tau_{ign} = \tau_{ign}|_{\beta=0}(1 + 1,44\beta).$$

Погрешность вычислений по формулам (28) составляет 5 % при $\beta\theta_{in} < 0,5$ и снижается до 7 % при увеличении $\beta\theta_{in}$ до 0,8.

ВЫВОДЫ

1. Создан аналитический метод расчета временных характеристик зажигания пористого тела в условиях встречной нестационарной фильтрации газа.

2. Численными расчетами показана правильность основных допущений и выводов волновой теории. Ошибка определения τ_0 , τ_{ign} не превышает 50 %.

3. В классических безразмерных переменных обнаружена аномально сильная зависимость временных характеристик зажигания от произведения $\beta\theta_{in}$.

4. Найдено такое преобразование масштаба плотности, которое позволяет исключить зависимость длительности стадий зажигания от произведения $\beta\theta_{in}$.

5. Показана применимость уравнений изотермической фильтрации для описания процесса истечения газа из образца.

6. Установлено, что для расчета массового потока газа из образца можно использовать квазистационарное приближение.

7. Найдено, что при $\tau > \tau_{in}$ скорость нагрева вещества в процессе зажигания близка к скорости нагрева этого вещества промежуточной волной фильтрационного горения с максимальной температурой, равной температуре зажигания.

8. Установлена область применимости модели полубесконечного тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грачев В. В., Ивлева Т. П., Боровинская И. П., Мержанов А. Г. Модель фильтрационного горения в СВС реакторе // Докл. РАН. 1996. Т. 346, № 5. С. 626–629.
2. Aldushin A. P., Matkowsky B. J., Schult D. A. Buoyancy driven filtration combustion // Combust. Sci. Technol. 1997. V. 125. P. 283–349.
3. Aldushin A. P., Matkowsky B. J., Schult D. A. Downward buoyant filtration combustion // Combust. Flame. 1996. V. 107, N 1/2. P. 151–176.

4. Shkadinsky K. G., Shkadinskaya G. V., Matkovsky B. J., Volpert V. A. Combustion synthesis of porous layer // Combust. Sci. Technol. 1992. V. 88. P. 271–292.
5. Алдушин А. П., Мержанов А. Г. Теория фильтрационного горения: общие представления и состояние исследований // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 9–52.
6. Алдушин А. П. Фильтрационное горение металлов // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 52–71.
7. Сеплярский Б. С. Закономерности воспламенения безгазовых составов при продуве газа // Теплообмен-ММФ. Секция 3: Тез. докл. Минского междунар. форума по теплообмену. Минск, 1988. С. 111–113.
8. Сеплярский Б. С. Воспламенение конденсированных систем при фильтрации газа // Физика горения и взрыва. 1991. Т. 27, № 1. С. 3–12.
9. Дик И. Г., Толстых В. А. Двухтемпературная модель воспламенения пористых систем // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29, № 6. С. 3–8.
10. Буркина Р. С. Зажигание пористого тела потоком излучения // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 6. С. 5–13.
11. Снегирев А. Ю., Талалов В. А. Зажигание конденсированных пористых систем фильтрующимся газом // Хим. физика процессов горения и взрыва. Горение конденсированных систем: Материалы IX Всесоюзн. симпоз. по горению и взрыву. Черногоровка, 1989. С. 61–64.
12. Сеплярский Б. С. Нестационарная теория зажигания конденсированных веществ накаленной поверхностью // Докл. АН СССР. 1988. Т. 300, № 1. С. 96–99.
13. Мержанов А. Г. Новые элементарные модели горения второго рода // Докл. АН СССР. 1977. Т. 233, № 6. С. 1130.
14. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые среды. М.: Мир, 1964.
15. Баренблат Г. И. О некоторых задачах неустановившейся фильтрации // Изв. АН СССР. ОТН. 1954. № 6. С. 97.
16. Вольперт А. И., Худяев С. И. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. М.: Наука, 1975.
17. Виллюнов В. Н. Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.
18. Merzhanov A. G., Averson A. E. The present state of the thermal ignition theory // Combust. Flame. 1971. V. 16, N 1. P. 89–124.
19. Алдушин А. П., Зельдович Я. Б., Худяев С. И. Распространение пламени по реагирующей газовой смеси // Физика горения и взрыва. 1978. Т. 15, № 6. С. 20–27.

*Поступила в редакцию 29/III 1999 г.,
в окончательном варианте — 16/VIII 1999 г.*