

УДК 532.526

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫХ  
ТУРБУЛЕНТНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ  
В ОКРЕСТНОСТИ НАКЛОННЫХ СТУПЕНЕК \***А. В. Борисов<sup>1</sup>, А. А. Желтоводов<sup>1</sup>, Д. Бадекас<sup>2</sup>, Н. Нараянсвами<sup>2</sup><sup>1</sup> *Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,  
630090 Новосибирск*<sup>2</sup> *Rutgers University, New Jersey*

Предсказание свойств турбулентных отрывных течений относится к числу наиболее сложных и актуальных задач современной механики жидкости и газа. Отсутствие единой и надежной теоретической основы для их анализа сдерживает развитие методов расчета. В связи с этим современные расчетные модели требуют привлечения экспериментальных данных. Некоторые свойства турбулентного отрыва удается описать в рамках модели идеального газа [1–4]. В ряде случаев эффективными оказались подходы, основанные на использовании кинетически согласованных разностных схем [5]. Развитие интегральных и численных методов, основанных на использовании уравнений турбулентного пограничного слоя, существенно расширило возможности решения прикладных задач, а также позволило уточнить многие физические свойства, обнаруженные в экспериментах [6–8]. Наконец, естественным и перспективным является совершенствование численных методов решения осредненных уравнений Навье — Стокса, позволяющих получать наиболее полную информацию о рассматриваемых различных течениях [9–11]. Развитие всех отмеченных направлений в значительной степени определяется информативностью экспериментальных исследований, привлекаемых для построения физических моделей, обоснования замыкающих соотношений (моделей турбулентности), а также для тестирования методов расчета.

Использование осредненных уравнений Навье — Стокса для решения прикладных задач требует развития эффективных алгоритмов и обоснования надежных моделей турбулентности. Эффективность алгоритма в первую очередь определяется его экономичностью и точностью. Экономичность методики главным образом зависит от устойчивости используемой схемы (жесткости ограничения на шаг по времени) и возможности ее пошаговой реализации простейшими методами (скалярными прогонами) [12]. Выбор модели турбулентности, как правило, обосновывается адекватностью описания характерных физических процессов, математической простотой и совместимостью с используемыми численными методами [13].

Накопленный к настоящему времени опыт свидетельствует о том, что при расчетах отрывных течений наиболее эффективными являются дифференциальные модели турбулентности с двумя уравнениями для определения характерных масштабов скорости и длины. К их числу можно отнести известные модели типа  $k - \epsilon$  [14],  $q - \omega$  [15],  $k - \omega^2$  [16] и др. Такие модели позволяют точнее предсказывать особенности рассматриваемых течений, включая изменения теплообмена и трения в окрестностях отрывных зон, по сравнению с более простыми алгебраическими. Вместе с

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17708).

© А. В. Борисов, А. А. Желтоводов, Д. Бадекас, Н. Нараянсвами, 1995

тем их использование требует дополнительной информации о характеристиках турбулентности для задания начальных данных, обеспечивающих устойчивость метода расчета, особенно на начальном этапе. Эта проблема обычно решается путем получения численно рассчитанных значений параметров для развивающегося перед зонами взаимодействия пограничного слоя, либо заданием начальных профилей, обоснованных надежными экспериментами. В ряде случаев неустойчивость расчетов может быть обусловлена именно неудачным заданием начальных распределений характеристик турбулентности.

Достаточно большое количество численных исследований посвящено анализу взаимодействий турбулентного пограничного слоя с падающими или возникающими при обтекании углов сжатия скачками уплотнения [17–21]. В практических случаях часто встречаются течения, характеризующиеся взаимодействием пограничного слоя с последовательностью различных возмущений, например со скачками уплотнения и волнами разрежения. Существенная их особенность — возможность проявления релаксационных (наследственных) свойств в пограничном слое, обусловленных предшествующим возмущением в зоне последующего. Такие смешанные взаимодействия возникают, например, при сверхзвуковом обтекании ступенек или уступов с наклонными гранями и, по-видимому, представляют собой экстремальные ситуации для проверки численных расчетов и моделей турбулентности. Приведенные в [22–25] результаты детальных экспериментальных исследований таких конфигураций использовались для тестирования расчетов параболизированных [26] и полных [10, 27–31] двумерных осредненных по Фавру уравнений Навье — Стокса, дополненных различными алгебраическими и дифференциальными моделями турбулентности.

Использование параболизированных уравнений показало возможность предсказания распределений давления и профилей скорости при безотрывном обтекании ступенек и уступов с малыми углами отклонения наветренной и подветренной граней. Отмеченные расчеты на основе полных уравнений демонстрируют возможность удовлетворительного предсказания газодинамики, распределений давления, трения и характеристик пограничного слоя для таких конфигураций в условиях существования отрывных зон, локализованных в углах сжатия. Вместе с тем показано, что предсказание теплообмена в большей степени имеет качественное соответствие экспериментам, а выбор эффективной модели турбулентности зависит от последовательности расположения скачков уплотнения и волн разрежения [10]. Продемонстрировано заметное влияние расчетной сетки на предсказание масштаб отрыва в течении за наклонным уступом [31].

Данная работа — результат совместных исследований, выполненных в Институте теоретической и прикладной механики СО РАН и Рутгерском университете (США) в рамках программы международного научного сотрудничества. Она посвящена численному изучению последовательного взаимодействия турбулентного пограничного слоя со скачками уплотнения и волнами разрежения при обтекании наклонных ступенек. В качестве основы для проверки расчетов использовались экспериментальные данные [22–25], которые также частично представлены в [32].

Эксперименты проводились в сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-313 ИТПМ СО РАН с сечением рабочей части  $0,6 \times 0,6$  м в условиях близкой к адиабатической поверхности модели. Исследуемая конфигурация представляла собой двумерную ступеньку фиксированной высоты ( $h = 15$  мм) с углами отклонения наветренной грани  $\beta = 8, 25$  и  $45^\circ$ . Достаточно большая относительная ширина модели ( $b/h = 26,7$ ) исключала влияние пространственных концевых эффектов на характеристики тече-

ния в окрестности плоскости симметрии. На горизонтальной поверхности перед ступенькой формировался развитый турбулентный пограничный слой. Толщины слоя  $\delta$ , толщины вытеснения  $\delta^*$  и потери импульса  $\delta^{**}$  перед ступеньками приведены в таблице вместе с основными параметрами потока, при которых проводилось подробное пневмометрическое зондирование течения ( $p_0, T_0$  — давление и температура торможения,  $Re_1$  — единичное число Рейнольдса).

$M_\infty$	$\beta$ , град	$Re_1 \cdot 10^{-7}$ , 1/м	$p_0$ , кПа	$T_0$ , К	$\delta$ , мм	$\delta^*$ , мм	$\delta^{**}$ , мм
2,20	25	2,73	220,0	280±4	4,40	1,09	0,34
2,90	8	3,33	424,3	292±4	3,32	1,07	0,23
	25	3,24	422,3	294±6	4,10	1,43	0,30
	45	3,48	422,3	282±4	5,72	1,92	0,43
3,85	25	5,93	1070,2	280±3	4,85	2,04	0,29

Измерения полей полного и статического давления в вертикальной плоскости симметрии модели выполнены с помощью соответствующих микрозондов. Их ориентация с учетом ожидаемых скосов потока позволяла гарантировать погрешность измерения полного давления менее 1 % и статического — в пределах 5 %. Измерения распределения давления на поверхности выполнялись вдоль линии симметрии модели с точностью не менее 0,5 %. Расчет скорости по измеренным полям давления в пограничном слое проводился в рамках обобщенного интеграла Крокко. Для определения коэффициента поверхностного трения по суммарным профилям скорости использовалась методика [33], основанная на соотношении Людвиг — Тиллмана, обобщенном для сжимаемых течений. Точность измерений этой величины составляла около 10 %, за исключением областей с сильными градиентами давления, где она могла снижаться до 15 %. Визуализация течений осуществлялась с помощью теплеровского метода и метода маслосажевого покрытия. Более подробное описание методик и условий эксперимента дано в [22–25].

Расчеты проведены в Рутгерском университете на основе численного решения осредненных по Фавру нестационарных уравнений Навье — Стокса для двумерного течения с использованием алгоритма и программы, разработанных в ИТПМ СО РАН. Для численного интегрирования уравнений применялась абсолютно устойчивая неявная схема расщепления стабилизирующего оператора по физическим процессам и пространственным направлениям [34, 35]. На явном слое задавалась несимметричная аппроксимация конвективных членов против потока и членов с давлением по потоку [36] вида

$$L(uf)_i = \frac{((uf)_{i+1} - (uf)_{i-1}) - ( (|u|f)_{i+1} - 2(|u|f)_i + (|u|f)_{i-1} ) - S_i}{2h},$$

$$S_i = \frac{1-\lambda}{2} \left( (\overline{\delta f})_{i+\frac{3}{2}}^- - (\overline{\delta f})_{i+\frac{1}{2}}^- \right) + \frac{1+\lambda}{2} \left( (\overline{\delta f})_{i+\frac{1}{2}}^- - (\overline{\delta f})_{i-\frac{1}{2}}^- \right) -$$

$$- \frac{1-\lambda}{2} \left( (\overline{\delta f})_{i-\frac{1}{2}}^+ - (\overline{\delta f})_{i-\frac{3}{2}}^+ \right) - \frac{1+\lambda}{2} \left( (\overline{\delta f})_{i+\frac{1}{2}}^+ - (\overline{\delta f})_{i-\frac{1}{2}}^+ \right),$$

где

$$(\overline{\delta f})_{i+\frac{1}{2}}^\pm = \min \text{mod} \left[ (\delta f)_{i+\frac{1}{2}}^\pm, \lambda (\delta f)_{i-\frac{1}{2}}^\pm \right];$$

$$(\overline{\delta f})_{i-\frac{1}{2}}^{\pm} = \text{minmod}[(\delta f)_{i-\frac{1}{2}}^{\pm}, \chi(\delta f)_{i+\frac{1}{2}}^{\pm}];$$

$$(\delta f)_{i+\frac{1}{2}}^{\pm} = (u^{\pm} f)_{i+1} - (u^{\pm} f)_i; \quad u^+ = \frac{u + |u|}{2}; \quad u^- = \frac{u - |u|}{2};$$

$$\begin{aligned} \text{minmod}[a, b] &= 0 && \text{при } \text{sign}(a) \text{sign}(b) \leq 0; \\ \text{minmod}[a, b] &= \text{sign}(a) \min(|a|, |b|) && \text{при } \text{sign}(a) \text{sign}(b) > 0. \end{aligned}$$

При аппроксимации членов с давлением типа  $\partial p / \partial x$  в разностном операторе  $L$  вместо скорости  $u$  использовалась функция  $\text{sign}(-u)$ .

Оператор  $L$  аппроксимирует исходный дифференциальный оператор  $\partial / \partial x$  на гладких монотонных функциях со вторым, а при  $\lambda = 1/3$  с третьим порядком:

$$L(uf)_i = \left( \frac{\partial uf}{\partial x} + h^2 \frac{\lambda - \frac{1}{3}}{4} \frac{\partial^3 uf}{\partial x^3} + O(h^3) \right)_i.$$

В окрестностях экстремумов функции  $f$  оператор  $L$  трансформируется в направленные разности первого порядка точности, что позволяет избавиться при численном решении от сильных осцилляций в областях больших градиентов. Значением параметра  $\chi$

$$\left( 1 \leq \chi \leq \frac{3 - \lambda}{1 - \lambda} \right)$$

регулируется степень «размазывания» скачков уплотнения в процессе расчета. Использованный подход аналогичен TVD-методу для скалярного уравнения [37]. Расчетная схема обеспечивала при установлении выполнение законов сохранения для каждой ячейки и реализовывалась скалярными трехточечными прогонками.

Для замыкания исходных уравнений применялась предложенная Кокли [15] двухпараметрическая модель турбулентности в рамках концепции вихревой вязкости, в которой в качестве дополнительных параметров использованы характерный масштаб скорости турбулентности  $q$  и удельная скорость диссипации турбулентной кинетической энергии  $\omega$ :

$$\frac{\partial \rho s_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j s_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_i} \right) \frac{\partial s_i}{\partial x_j} + H_i,$$

$$\text{Pr}_1 = 1, \quad \text{Pr}_2 = 1, 3, \quad \mu_t = C_t F \frac{\rho q^2}{\omega}.$$

Здесь  $s_1 = q$ ;  $s_2 = \omega$ ;  $x_1 = x$ ;  $x_2 = y$ ; источникные члены  $H_i$  имеют вид

$$H_1 = \left( C_1 \left( C_t F \frac{S^2}{\omega^2} - \frac{2}{3} \frac{D}{\omega} \right) - C_2 \right) \rho q \omega,$$

$$H_2 = \left( C_3 \left( C_t \frac{S^2}{\omega^2} - \frac{2}{3} \frac{D}{\omega} \right) - C_4 \right) \rho \omega^2,$$

где

$$C_1 = \frac{1}{2}; \quad C_2 = \frac{1}{2}; \quad C_3 = 0,405F + 0,045; \quad C_4 = 0,92;$$

$$C_t = 0,09; \quad F = 1 - \exp(-\alpha \text{Re}_t) \quad (\alpha = 0,0018); \quad \text{Re}_t = \frac{\rho q^2}{\mu \omega};$$

$D$  — дивергенция скорости;  $S^2$  — инвариант тензора скоростей деформации.

Выбранная для расчетов модель обладает рядом преимуществ по сравнению с другими. Это связано с новой формой представления в ней членов, зависящих от турбулентного числа Рейнольдса  $Re_t$  и предсказывающих поведение течения при его низких значениях. Привлечение параметра  $q$  вместо турбулентной кинетической энергии позволило автору модели исключить необходимость введения в  $H_1$  специального диссипативного члена для уравнивания молекулярной диффузии в ламинарном подслое. Кроме того, использование коэффициента  $C_3$  в виде линейной зависимости от коэффициента демпфирования  $F$  с учетом характера развития параметра  $\omega$  позволило максимально повысить простоту модели и степень ее совместимости с численными методами.

Применяемая расчетная сетка была равномерной в продольном направлении и в зависимости от рассматриваемой конфигурации имела от 120 до 150 сечений, расположенных с шагом от 0,18 до 0,37 толщины невозмущенного пограничного слоя  $\delta$ . По вертикальной координате она содержала 75–80 узлов и сгущалась к поверхности тела по логарифмическому закону. Степень сгущения выбиралась такой, чтобы минимальное расстояние от стенки до ближайшего узла в начальном сечении соответствовало  $y^+ = 2,0 \div 2,5$  ( $y^+$  — переменная закона стенки).

Начальные условия определялись равномерным внешним потоком и профилем развитого турбулентного пограничного слоя в сечении, удаленном как минимум на пять толщин невозмущенного пограничного слоя от зоны взаимодействия его со скачком уплотнения. Начальный профиль задавался на основе степенного закона распределения средней скорости с показателем  $1/7$ , обобщенным интегралом Крокко и законом Менделеева — Клайперона для температуры и плотности. Около поверхности тела профиль средней скорости корректировался таким образом, чтобы коэффициент поверхностного трения был равен значению, найденному экспериментально. Для задания турбулентной вязкости  $\mu_t$  в начальном сечении использовалась двухслойная алгебраическая модель Себеси — Смита, расчет дополнительных параметров турбулентности проводился по соотношениям [38]

$$l = \sqrt{\alpha^*} \min(l_m, C_t \delta), \quad q = \frac{\mu_t}{\rho l}, \quad \omega = \frac{q}{l},$$

где  $\alpha^* = 0,3$ ;  $l_m = kyF$  — длина пути смещения Прандтля, умноженная на коэффициент демпфирования Ван-Дрифта ( $F = 1 - \exp(-y^+/A^+)$ ,  $A^+ = 26$ );  $y$  — расстояние до стенки;  $k = 0,41$  — постоянная Кармана. Стенка считалась адиабатической ( $\partial T/\partial y = 0$ ), на ней задавались условия прилипания, равенство нулю характерного масштаба скорости турбулентности  $q = 0$  и условие  $\partial \omega/\partial y = 0$ .

При проведении расчетов показатель адиабаты полагался равным 1,405, число Прандтля 0,723 и турбулентное число Прандтля 0,9. Для задания молекулярной вязкости использовался степенной закон с показателем 0,76.

Совместный анализ экспериментальных и расчетных данных для фиксированного числа Маха  $M_\infty = 2,9$  при увеличении угла отклонения грани наклонной ступеньки позволяет охарактеризовать особенности взаимодействия скачков уплотнения и волн разрежения с пограничным слоем в условиях безотрывного и отрывных течений. На рис. 1,а–в приведены газодинамические схемы течений, полученные экспериментально [22, 23] на основе подробного пневмометрического зондирования и оптической визуализации для препятствий с углами  $\beta = 8, 25$  и  $45^\circ$ . Соответствующие схемы, построенные на основе расчетов, показаны на рис. 1,г–е.

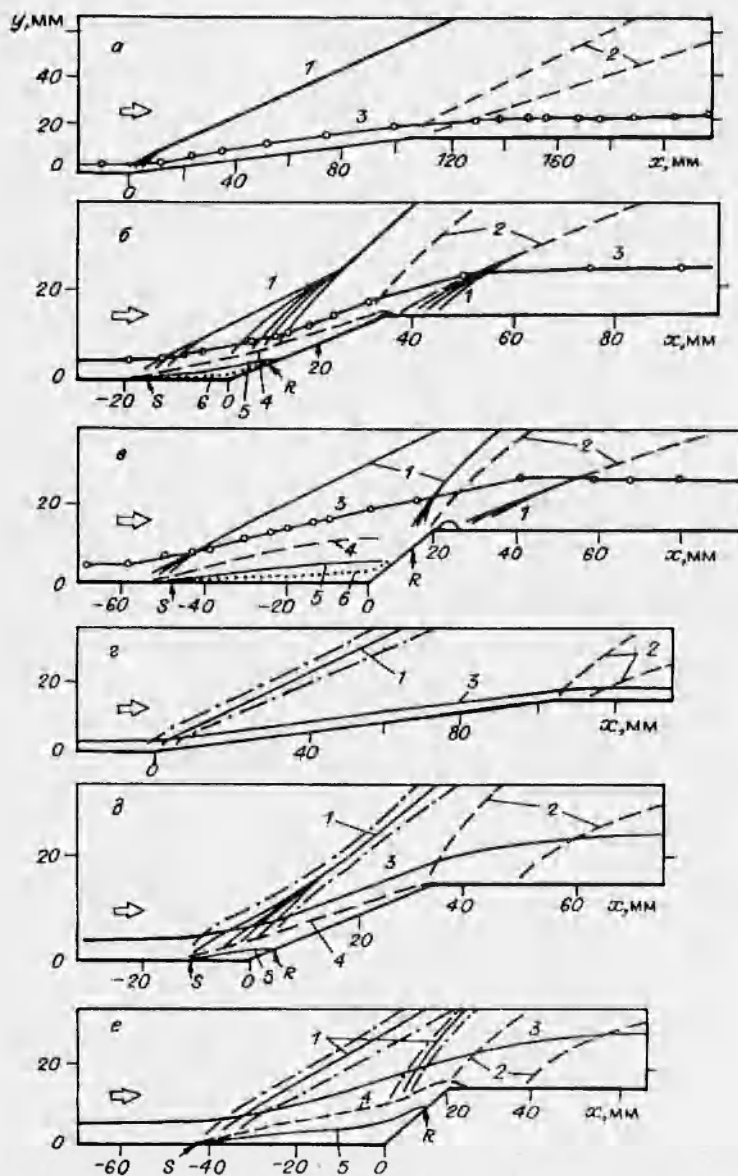


Рис. 1

В случае малых углов отклонения потока (рис. 1, а,  $\beta = 8^\circ$ ) при  $M_\infty = 2,9$  реализуется безотрывное обтекание препятствия. Волны сжатия и скачок уплотнения в окрестности вершины угла сжатия показаны линиями 1, положение первой и последней характеристик веера волн разрежения — линиями 2. Кружки вдоль внешней границы пограничного слоя (линии 3) соответствуют сечениям, в которых проводились измерения профилей скорости. Эта граница определялась значением относительной скорости  $u/u_e = 0,99$ , где  $u_e$  — местная скорость внешнего потока. Соответствующая расчетная схема течения приведена на рис. 1, б. Как видно, расчет предсказывает основные особенности такого течения. Вместе с тем влияние схемной вязкости приводит к «размазыванию» скачка. Границы области «размазывания» показаны на рисунке штрихпунктирными линиями.

Увеличение угла сжатия до  $\beta = 25^\circ$  (рис. 1, б) приводит к формированию отрывной зоны между линиями стекания  $S$  и растекания  $R$ , выявленными на основе маслосажековой визуализации предельных линий тока. Скачок уплотнения трансформируется над отрывной зоной в  $\lambda$ -конфигурацию волн. При этом в окрестности линии  $S$  формируется отрывной скачок, а над линией  $R$  — система волн сжатия. Отметим, что обтеканию такой конфигурации однородным потоком идеального газа соответствует существование присоединенного к вершине угла сжатия косоугольного скачка уплотнения. Показанные на схеме линии  $M = 1$ , линия нулевых скоростей  $u = 0$  и максимальной скорости в возвратном течении  $u_{rm}$  (линии 4–6) характеризуют дополнительные особенности течения в отрывной зоне. При обтекании вершины ступеньки непосредственно за волнами разрежения обнаружена система волн сжатия. Полученная в расчетах схема (рис. 1, д) также характеризуется наличием отрывной зоны в угле сжатия. Однако ее протяженность несколько меньше, чем в эксперименте, и отчетливые признаки  $\lambda$ -конфигурации волн над ней еще отсутствуют. Линия максимума скорости возвратного течения расположена существенно ближе к поверхности (на рисунке практически совпадает с ней) по сравнению с экспериментом. В расчетах также заметно более значительное расцентрирование веера волн разрежения в окрестности вершины ступеньки и отсутствие признаков волн сжатия за ними.

Как показывает эксперимент (рис. 1, в), дальнейший рост угла отклонения грани до  $\beta = 45^\circ$  сопровождается формированием крупномасштабного отрыва перед препятствием и соответственно перемещением вверх по потоку линии  $S$  и отрывного скачка. Линия присоединения  $R$  приближается к вершине ступеньки, и над ней возникает отчетливый второй скачок уплотнения. Обтеканию такой конфигурации однородным потоком идеального газа соответствует существование единственного отсоединенного от вершины угла сжатия искривленного скачка уплотнения. При обтекании вершины ступеньки на верхней поверхности формируется дополнительная локальная отрывная зона. В области повторного присоединения потока за веером волн разрежения зафиксированы волны сжатия, объединяющиеся в скачок. Полученная в расчетах газодинамическая схема для рассматриваемой ситуации (рис. 1, е) близка к экспериментальной. Как и раньше, отметим лишь несколько меньшую протяженность отрывной зоны, почти совпадающую с поверхностью линию  $u_{rm}$  в ней и отсутствие признаков волн сжатия и скачка за веером волн разрежения. Расчеты уточняют положение линии  $M = 1$  непосредственно перед ступенькой, определение которой в экспериментах методом пневмометрического зондирования было затруднительно. Обнаруживаемая существенная по толщине дозвуковая область в присоединившемся пограничном слое за линией  $R$  определяет глобально дозвуковой характер обтекания вершины ступеньки в отличие от предыдущей ситуации (рис. 1, б, д), что подтверждает далее анализ данных о распределении давления на поверхности.

Сравнение экспериментальных и расчетных данных по распределению давления и коэффициента поверхностного трения  $C_f$  для рассмотренных выше конфигураций при  $M_\infty = 2,9$  дано на рис. 2. При  $\beta = 8^\circ$  рассчитанное распределение давления (рис. 2, а, сплошная линия) хорошо соответствует эксперименту (кружки). Текущее давление отнесено всюду к характерному значению для невозмущенного потока над пластиной перед препятствием. Вместе с тем расчет поверхностного трения (рис. 2, б, аналогичные обозначения) дает заниженные по сравнению с экспериментом значения между вершинами угла сжатия и ступеньки ( $x = 0 \div 108$  мм).

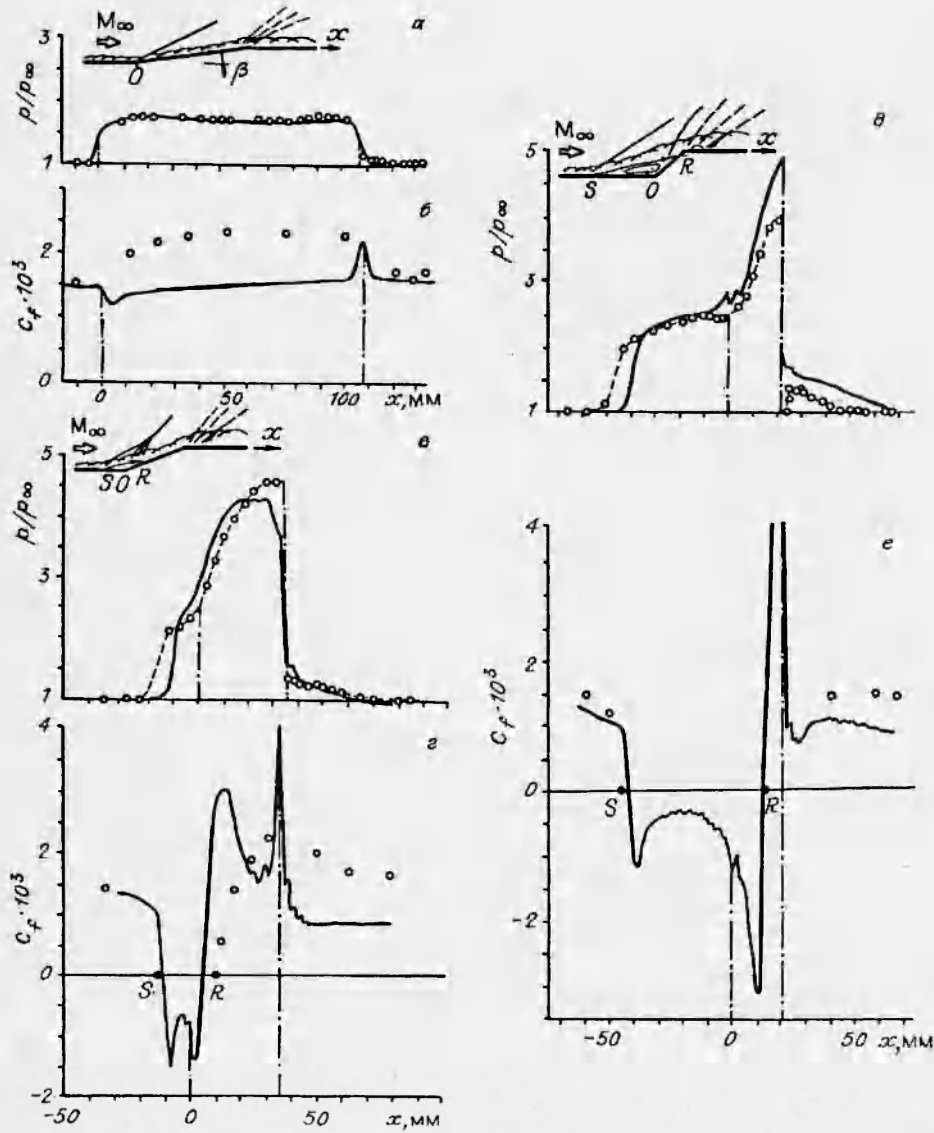


Рис. 2

При  $\beta = 25^\circ$  расчет распределения давления достаточно близок к экспериментальному (рис. 2, в). Экспериментальные точки для наглядности соединены штриховой линией. Для этой ситуации характерно наблюдаемое как в эксперименте, так и в расчете начало формирования изобарической области («плато» давления) в отрывной зоне перед углом ( $x < 0$ ). Вместе с тем точка начала роста давления в расчете расположена ближе к препятствию, а области роста давления характеризуются более значительными градиентами по сравнению с экспериментом. За вершиной ступеньки ( $x > 35,5$  мм) в эксперименте наблюдается интенсивное монотонное уменьшение давления, связанное с ускорением сверхзвукового течения в вее ре разрежения. Отрицательные градиенты давления в



расчете в этой области менее значительны вследствие отмеченного выше дополнительного расцентрирования веера волн.

Соответствующие рассматриваемому случаю данные для поверхностного трения демонстрируют в большей степени качественное сходство с экспериментом (рис. 2,з). Расчет обнаруживает уменьшение коэффициента поверхностного трения до нулевого значения в окрестности зафиксированных в эксперименте линий отрыва  $S$  и присоединения  $R$  (темные кружки). Область отрицательных значений отвечает рециркуляционной зоне, измерения в которой с помощью использованной методики были затруднительны. Как и давление, рассчитанное распределение трения характеризуется более значительным градиентом в области за линией  $R$  до первого максимума. В окрестности вершины ступеньки ( $x = 35,5$  мм) расчет обнаруживает дополнительный максимум, существование которого требует дальнейшей экспериментальной проверки. Уровень трения на верхней поверхности ( $x > 35,5$  мм) заметно ниже, чем в эксперименте.

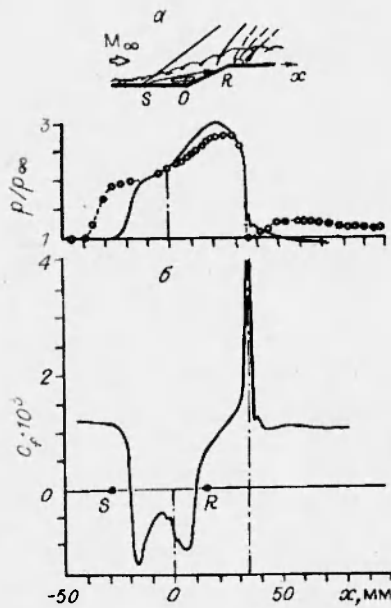


Рис. 3

ная особенность в распределении давления ранее была обнаружена для прямых ( $\beta = 90^\circ$ ) ступенек [39]. В расчетах характерного минимума за вершиной не наблюдалось, хотя с удалением от ступеньки достигается удовлетворительное соответствие эксперименту. Расчеты не обнаруживают и возникновения локальной отрывной зоны непосредственно за вершиной (рис. 1,е). Возможные причины этих расхождений могут быть обусловлены как возможностями используемой модели турбулентности, так и недостаточным разрешением сетки для описания отмеченных особенностей, которые характеризуются малыми масштабами.

Сравнение данных по трению при  $\beta = 45^\circ$  показано на рис. 2,е. Как видно, расчет правильно предсказывает качественный характер распределения трения и изменение масштабов отрыва (положения точек  $S$  и  $R$ ) при увеличении  $\beta$ . К сожалению, отсутствие экспериментальных данных в отрывной зоне не позволяет провести более полного сопоставления. Можно полагать, что отмеченная выше близость к поверхности расчетной ли-

Расчет распределения давления при  $\beta = 45^\circ$  также достаточно близок к эксперименту (рис. 2,д) и характеризуется существованием значительного положительного градиента в окрестности линии отрыва, области почти постоянного значения («плато») в отрывной зоне и повторным ростом давления на наветренной грани ступеньки ( $x = 0 \div 21,2$  мм). Следует отметить, однако, меньшую протяженность в расчетах зоны взаимодействия перед ступенькой и более высокий уровень давления на ее наветренной грани. Непосредственно за вершиной ступеньки ( $x > 21,2$  мм) в эксперименте наблюдается резкое падение давления, ассоциируемое с дозвуковым характером ее обтекания в условиях докритического пограничного слоя. С удалением от вершины наблюдаются повторный его рост и последующее постепенное уменьшение до уровня, соответствующего невозмущенному течению перед препятствием. Аналогич-

нии максимума скорости в возвратном течении может свидетельствовать об ожидаемом более значительном поверхностном трении в расчетах по сравнению с действительностью. Обращает на себя внимание появление в расчетах минимумов поверхностного трения в окрестности точек отрыва и присоединения, а также высоких его значений за вершиной ступеньки после прохождения волн разрежения. Подтверждение этих особенностей требует получения более подробных экспериментальных данных по трению.

На рис. 3 приведены дополнительные результаты для ступеньки с углом  $\beta = 25^\circ$  при  $M_\infty = 2,2$ . Следует подчеркнуть, что, как и в случае  $\beta = 45^\circ$ ,  $M_\infty = 2,9$ , обтеканию такой конфигурации однородным потоком идеального газа соответствует существование отсоединенного от вершины угла сжатия искривленного скачка уплотнения. В этих условиях перед препятствием формируется крупномасштабная отрывная зона и точка присоединения пограничного слоя  $R$  приближается к вершине ступеньки (рис. 3,а,б). Примечательно, что для рассматриваемой ситуации в эксперименте зафиксированы все характерные особенности в распределении давления (рис. 3,а), которые были описаны ранее и показаны на рис. 2,д для  $\beta = 45^\circ$ . Как и в упомянутом случае, расчет не предсказывает особенностей в распределении давления, обусловленных обтеканием вершины ступеньки в условиях докритического пограничного слоя. Следует отметить и заниженную по сравнению с экспериментом протяженность отрывной зоны (рис. 3,б).

Увеличение числа Маха до 3,85 при фиксированном значении угла ( $\beta = 25^\circ$ ) приводит к ситуации, соответствующей присоединенному к вершине угла сжатия косому скачку уплотнения в условиях идеального течения. В этом случае в эксперименте наблюдаются уменьшение протяженности отрыва перед препятствием, удаление точки присоединения  $R$  от вершины ступеньки и исчезновение характерного немоного распределения давления на верхней поверхности (рис. 4,а,б). Расчет правильно предсказывает тенденцию к уменьшению протяженности отрыва (рис. 4,б). Вместе с тем в распределении давления (рис. 4,а) не видна формирующаяся перед углом изобарическая область, а предсказываемый максимум давления в окрестности его вершины занижен примерно на 20 %.

Проведенные исследования продемонстрировали возможности расчетов последовательного взаимодействия турбулентного пограничного слоя со скачками уплотнения и волнами разрежения на основе осредненных уравнений Навье — Стокса и одной из известных дифференциальных моделей турбулентности. Продемонстрировано удовлетворительное предсказание основных газодинамических особенностей течений и распределений

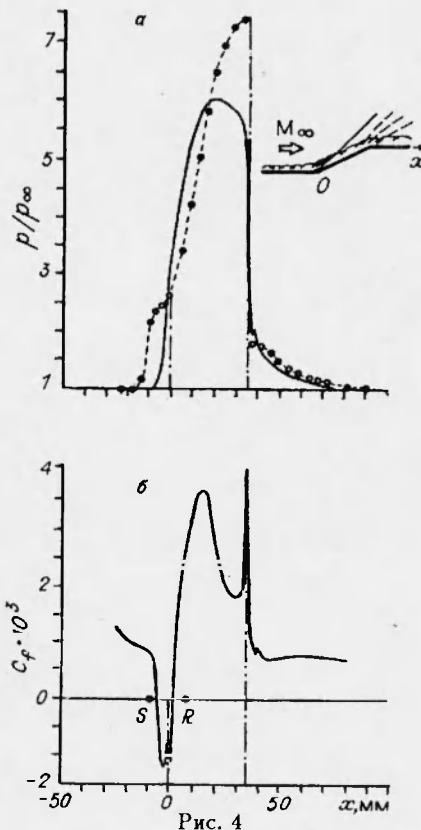


Рис. 4

давления в окрестности наклонных ступенек при их сверхзвуковом обтекании. Тем не менее надежное прогнозирование распределений поверхностного трения и формирования мелкомасштабных отрывных зон требует дальнейшего совершенствования методов расчета. Очевидна необходимость получения более полных экспериментальных данных для поверхностного трения в отрывных зонах с целью дальнейшей проверки рассмотренной здесь и других известных моделей турбулентности.

Авторы выражают искреннюю благодарность проф. Д. Кнайту за оказанную помощь при проведении расчетов и обсуждение результатов работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
2. Белоцерковский С. М., Котовский В. Н., Ништ М. И., Федоров Р. М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел. М.: Наука, 1988.
3. Петров Г. И. Система скачков уплотнения и волн разрежения при обтекании тел сложной формы // Гидроаэромеханика и космические исследования. М.: Наука, 1985. С. 32-35.
4. Каменецкий В. Ф., Турчак Л. И. Сверхзвуковое обтекание тел неоднородным потоком идеального газа // Сообщения по прикладной математике. М., 1982.
5. Граур И. А., Елизарова Т. Г., Четверушкин Б. Н. Численное моделирование турбулентного обтекания прямой ступеньки // Математическое моделирование. 1990. Т. 2, № 2. С. 31-44.
6. Гогинш Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения. М.: Наука, 1979.
7. Гогинш Л. В., Степанов Г. Ю. Отрывные и кавитационные течения. М.: Наука, 1990.
8. Желтоводов А. А., Зауличный Е. Г., Трофимов В. М. Развитие моделей для расчета теплообмена в условиях сверхзвуковых турбулентных отрывных течений // ПМТФ. 1990. № 4. С. 96-104.
9. Narayanswami N., Knight D., Bogdonoff S. M., Horstman C. C. Interaction between crossing oblique shocks and a turbulent boundary layer // AIAA J. 1992. V. 30, N 8. P. 1945-1952.
10. Zheltovodov A. A., Borisov A. V., Knight D. D., Horstman C. C., Settles G. S. The possibilities of numerical simulation of shock waves/boundary layer interaction in supersonic and hypersonic flows // International Conference on the Methods of Aerophysical Research, Novosibirsk, aug. 31-sept. 4, 1992. Novosibirsk, 1992. Pt 1. P. 164-170.
11. Knight D. D., Horstman C. C., Settles G. S., Zheltovodov A. A. 3-D shock wave-turbulent boundary layer interactions generated by a single fin. Новосибирск, 1993. (Препр. /РАН. Сиб. отд.-ние. ИТПМ; № 1-93).
12. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
13. Marvin J. G. Turbulence modeling for computational aerodynamics // AIAA J. 1983. V. 21, N 7. P. 941-955.
14. Jones W. P., Launder B. E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1972. V. 15. P. 301-314.
15. Coackley T. J. Turbulence modeling methods for the compressible Navier — Stokes equations. N.Y., 1983. (Pap./AIAA; N 83-1693).

16. Wilcox D. C., Rubesin M. W. Progress in turbulence modeling for complex flow fields including the effects of compressibility. Wash., 1980. (Techn. Pap. / NASA; N TP-1517).
17. Horstman C. C. Hypersonic shock-wave turbulent-boundary-layer interaction flows — experiment and computation. Honolulu, Hawaii, 1991. (Pap./AIAA; N 91-1760).
18. Ong C., Knight D. Hybrid MacCormack and implicit Beam — Warming algorithms for supersonic compression corner // AIAA J. 1987. V. 25, N 3. P. 401-407.
19. Visbal M., Knight D. The Baldwin — Lomax turbulence model for two-dimensional shock-wave/boundary-layer interactions // AIAA J. 1984. V. 22, N 7. P. 921-928.
20. Horstman C. C., Hung C. M., Settles G. S., et al. Reynolds numbers effects on shock-wave turbulent boundary-layer interactions — a comparison of numerical and experimental results. N.Y., 1977. (Pap./AIAA; N 77-42).
21. Приходько А. А., Завелион В. И., Полевой О. Б. Конечно-разностные и конечно-элементные алгоритмы расчета аэрогидродинамики и теплообмена вязких жидкостей и газов // Вычислительные технологии: Сб. науч. тр. /РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т вычисл. технологий. 1993. Т. 2, № 5. С. 169-178.
22. Желтоводов А. А., Шилейн Э. Х., Яковлев В. Н. Развитие турбулентного пограничного слоя в условиях смешанного взаимодействия со скачками уплотнения и волнами разрежения. Новосибирск, 1983. (Препр. /АН СССР. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 28-83).
23. Желтоводов А. А., Яковлев В. Н. Этапы развития, структура и характеристики турбулентности сжимаемых отрывных течений в окрестности двумерных препятствий. Новосибирск, 1986. (Препр. /АН СССР. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 27-86).
24. Желтоводов А. А., Зауличный Е. Г., Трофимов В. М., Яковлев В. Н. Исследование теплообмена и турбулентности в сжимаемых отрывных течениях. Новосибирск, 1987. (Препр. /АН СССР. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 22-87).
25. Желтоводов А. А., Меклер Л. Ч.-Ю., Шилейн Э. Х. Особенности развития отрывных течений в углах сжатия за волнами разрежения. Новосибирск, 1987. (Препр. /АН СССР. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 10-87).
26. Полевой О. Б., Приходько А. А. Решение стационарных двумерных уравнений вязкого теплопроводного газа маршевым методом повышенной точности // Математическое моделирование процессов тепломассопереноса. Днепрпетровск, 1988. С. 55-61.
27. Борисов А. В., Карамышев В.Б. Численное моделирование отрывных турбулентных течений // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1990. Вып. 1. С. 37-43.
28. Борисов А. В., Желтоводов А. А., Карамышев В. Б. Проблемы и возможности моделирования сверхзвуковых турбулентных отрывных течений // Problems of Simulation in Wind Tunnels: Proc. of International seminar, Novosibirsk, 25-29 July, 1988. Novosibirsk. 1989. V. 1. P. 63-74.
29. Borisov A. V., Zheltovodov A. A., Trofimov V. M., et al. Analysis of turbulent separated flows in the vicinity of two-dimensional obstacles under supersonic speeds conditions // Separated Flows and Jets: IUTAM Sympos., Novosibirsk, 1990. Berlin; Heidelberg, 1991. P. 332-336.
30. Zheltovodov A. A., Horstman C. C. Experimental and numerical investigation of 2-D expansion/shock wave-turbulent boundary layer interactions. Новосибирск, 1993. (Препр. /РАН. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 2-93).
31. Желтоводов А. А., Шилейн Э. Х., Хорстман С. С. Развитие отрыва при взаимодействии скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем, возмущенным волнами разрежения // ПМТФ. 1993. № 3. С. 58-68.

32. **Settles G. S., Dodson L. J.** Hypersonic shock/boundary-layer interaction database // Univ. Park, 1990. (Rept / Penn. State Univ. Dept Mech. Engng; PSU-ME-90/91-003).
33. **Гольдфельд М. А., Сарен Ю. А.** Приближенное определение поверхностного трения по профилю скорости двумерного сжимаемого турбулентного пограничного слоя // III Всесоюз. шк. по методам аэрофизических исследований. Новосибирск, 1983. Вып. 2. С. 129-132.
34. **Борисов А. В.** Численное исследование сверхзвуковых вязких течений. Новосибирск, 1980. (Препр. /РАН. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 10).
35. **Борисов А. В., Карамышев В. Б.** Метод численного исследования отрывных турбулентных течений. Новосибирск, 1988. (Препр. /РАН. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 9-88).
36. **Борисов А. В., Карамышев В. Б.** Об одной схеме повышенного порядка для решения стационарных задач аэродинамики // Моделирование в механике: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. ИТПМ. 1990. Т. 4(21), № 1. С. 88-92.
37. **Charkravarthy S. R., Osher S.** A new class a high accuracy TVD schemes for hyperbolic conservation laws. N.Y., 1985. (Pap./AIAA; N 85-0363).
38. **Чемберс, Уилкоккс.** Критическое исследование двухпараметрических моделей для замыкания системы уравнений турбулентного пограничного слоя // РТК. 1977. Т. 15, № 6. С. 68-77.
39. **Демьяненко В. С., Желтоводов А. А.** Экспериментальное исследование отрыва турбулентного пограничного слоя в окрестности ступеньки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 5. С. 73-80.

*Поступила в редакцию 2/IV 1994 г.*

---