

О СТРУЙНОМ ОБТЕКАНИИ ШАРА

Т. А. Вильгельми

(Новосибирск)

Шар, помещенный в тонкую струю газа или жидкости, направленную вертикально вверх, устойчиво держится в ней, но при некотором соотношении размера струи и размера шара устойчивость нарушается и шар выбрасывается струей.

Представляет интерес выяснение причины устойчивого поведения шара в струе, определение силы, удерживающей его в состоянии устойчивого равновесия, и определенные величины отношения полуширины струи к радиусу шара, при котором шар выбрасывается струей.

Вопрос об устойчивости шара в тонкой вертикальной струе применительно к обтеканию круга рассматривается в работе М. А. Лаврентьева [1], где высказана гипотеза о том, что точка разветвления и точка схода струи лежат на одном диаметре. Без такого рода гипотезы задача не имеет единственного решения в рамках схемы идеальной жидкости.

Струйному обтеканию тел затупленной формы, в частности обтеканию шара, посвящена работа С. И. Исатаева [2]. В этой работе обтекание тел, размеры которых превышали размеры сопла, исследовалось на расстояниях от начального сечения струи до 30—40 калибров тела. Экспериментами установлено, что шар обтекается безотрывно на расстоянии до 8—10 калибров. Предполагается, что безотрывное обтекание в этой области обусловлено разветвлением струи на две узкие полуограниченные струи. В результате возникающей разности давлений (атмосферного на внешней границе, разрежения на поверхности тела) струи прижимаются к поверхности шара и обтекают его безотрывно [3].

В данной работе рассматривается характер обтекания шара, подвешенного в вертикальной осесимметричной струе при центральном обтекании. Диаметры шаров: 74, 37 мм. Размеры сопла меняются в пределах от 6 до 74 мм.

Поле скоростей за шаром, вообще говоря, определяется четырьмя параметрами: скоростью набегающего потока, радиусом сопла, размером тела и расстоянием от среза сопла до сечения, где находится лобовая точка шара. Вследствие аффинности скоростных профилей в различных сечениях свободной струи [4] в качестве характерной ширины струи можно взять величину Y , представляющую собой расстояние от оси до точки, в которой скорость равна половине осевой в данном сечении.

Результаты экспериментов показывают, что характер течения в следе за телом в непосредственной близости от шара (0.054 калибра) зависит от отношения Y/R . Значение Y взято в сечении, где расположена лобовая точка шара, R — радиус шара.

Если $Y/R < 1$, обтекание безотрывно и профиль скорости имеет вид, изображенный на фиг. 1 (кривая 1) для $Y/R = 0,485$. При удалении от тела профиль выравнивается и на расстоянии 0.5 калибра аналогичен профилю скорости свободной струи. Если $Y/R > 1$, профиль имеет вид, изображенный на фиг. 1,а (кривая 2) для $Y/R = 1,19$. Наблюдается зона обратных токов. При этом с увеличением Y/R размеры циркуляционной зоны увеличиваются, приближаясь к размерам зоны при обтекании шара однородным потоком.

Профиль скорости за шаром обобщается для различных сопел, если $Y/R = \text{const}$ (фиг. 1,а, кривые 1 и 2).

Изменение начальной скорости набегающего потока в пределах $25 \div 75$ м/сек при постоянном Y/R не меняет картину обтекания.

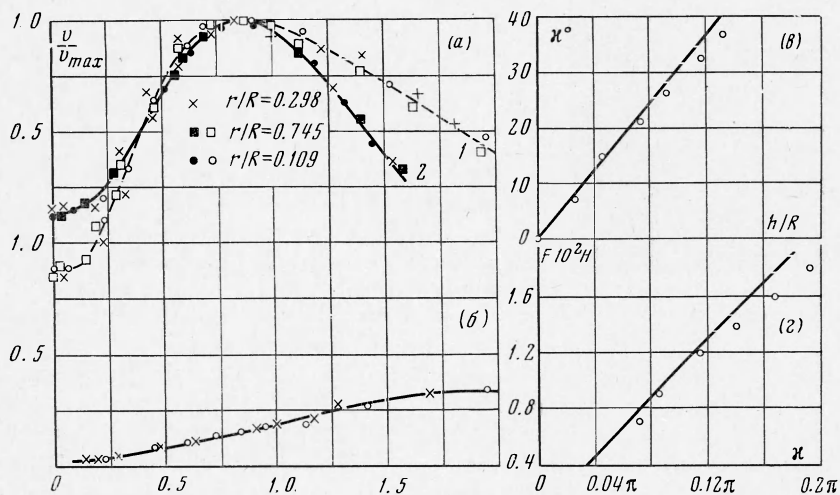
Была рассмотрена кинематика движения и установлено, что картина обтекания существенно зависит от одного параметра. Естественно предположить, что и динамика движения также зависит от этого параметра. Эксперименты с подвешенным шаром позволяют легко определить силу сопротивления шара, которая равна его весу. Используя метод аэродинамического взвешивания шара без весов и принимая скорость обтекания равной средней скорости в сечении, где подвешен шар, получим коэффициент сопротивления шара

$$\zeta = 8mg / \pi d^2 \rho v^2$$

Здесь m — масса шара, d — диаметр шара, v — средняя скорость, ρ — плотность газа, g — ускорение силы тяжести — зависит от безразмерного параметра Y/R .

При $Y/R < 1$ коэффициент сопротивления мал. С увеличением этого параметра ζ монотонно растет, стремясь к значению ζ при обтекании шара однородным потоком (фиг. 1, б). При этом шар становится неустойчивым в струе и выбрасывается ею. Точно установить значение Y/R , при котором наблюдается такое явление, не удалось. Примерная величина отношения $2.5 \div 3.0$.

Изменение числа Рейнольдса N_{Re} в пределах $6.7 \cdot 10^4 \div 2.0 \cdot 10^5$ слабо влияет на коэффициент сопротивления, который практически в данном диапазоне чисел N_{Re} остается постоянным, если $Y/R = \text{const}$.



Фиг. 1

Пусть теперь ось тонкой струи смещена относительно центра шара. Тогда картина течения идеальной жидкости в окрестности точки соединения струй должна быть симметричной с картиной течения в зоне расщепления струи. Струя отклоняется шаром на некоторый угол, возникает стабилизирующая сила, направленная к оси струи и возвращающая шар в состояние устойчивого равновесия. Экспериментально определены углы α отклонения оси струи от вертикали за шаром при нецентральной обтекании (фиг. 1, в) и сила F , всасывающая шар (фиг. 1, г).

Если ось струи проходит через центр обтекаемого круга, то точка схода находится на одном диаметре с точкой разветвления струи. Естественно предположить, что, как и при центральной обтекании, в первом приближении можно считать, что критические точки находятся на одном диаметре, если ось струи смещена относительно центра шара [1]. Гипотеза работы [1] подтверждается экспериментами (фиг. 2).

Отмеченные экспериментальные факты в совокупности с гипотезой [1] позволяют построить модель обтекания шара, допускающую приближенный расчет. Применение теоремы импульсов дает возможность определить силу, возвращающую шар в состояние устойчивого равновесия. Необходимо знать угол отклонения оси струи от вертикали за шаром при нецентральной обтекании и радиус сходящей струи.

Гипотеза работы [1] позволяет определить угол отклонения оси струи от вертикали.

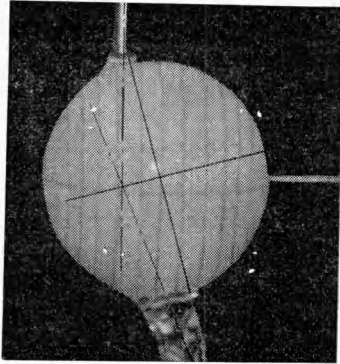
Рассмотрим случай обтекания круга тонкой струей. Для определения угла отклонения необходимо оценить расстояние точки разветвления от оси струи. С этой целью рассмотрим удар струи о пластину [5]. При малой ширине струи относительно диаметра шара в окрестности точки раздвоения можно считать прилегающую дугу окружности за прямую, касательную к поверхности шара в точке ее пересечения с осью струи.

При таком рассмотрении расстояние точки схода от оси можно представить в виде

$$l = 2.3 \beta d_0, \quad \beta = \frac{1}{2} \pi - \alpha \quad (1)$$

где d_0 — диаметр струи, α — угол наклона оси струи к поверхности. Выражение справедливо для малых углов β . Кроме того, из обратимости

движения следует, что течение в окрестности точки соединения струй за телом должно быть симметрично с течением в зоне расщепления струи, тем самым течение будет симметрично относительно некоторой прямой, которая проходит через центр круга и перпендикулярна к диаметру, проведенному через критические точки.



Фиг. 2

Принимая за основу гипотезу работы [1] и используя выражение (1), можно вычислить угол отклонения оси струи от вертикали

$$\kappa = 2 [\arcsin (h / R) - \arctg (l / R)] \quad (2)$$

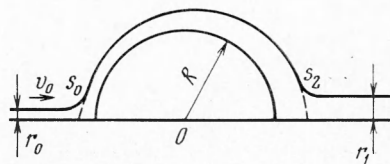
Здесь h — смещение оси струи относительно центра круга, R — радиус обтекаемого круга, l — расстояние от оси струи до точки разветвления по дуге обтекаемой поверхности, κ — угол отклонения оси струи от вертикали.

Для правильного определения силы, действующей на шар, геометрическая картина не является вполне приемлемой, так как вследствие действия сил вязкости сходящая струя шире начальной. Для количественных оценок необходимо учесть утолщение струи. Выразим радиус сходящей струи через начальные данные: r_0 , v_0 , ν и R (начальный радиус струи, скорость набегающего потока, коэффициент кинематической вязкости, радиус шара). Прибегаем к теории пограничного слоя. При обтекании круга тонкой струей свободные поверхности раздвоенной струи могут быть приняты за окружности радиуса, близкого к радиусу обтекаемой поверхности. В данном случае скорость на внешней границе пограничного слоя будет неизвестной величиной, а потому к уравнениям пограничного слоя следует добавить уравнение постоянства расхода. Система уравнений в координатах s, n (s — продольная координата вдоль контура, n — поперечная координата, отсчитываемая по нормали к профилю) принимает вид

$$v_s \frac{\partial v_s}{\partial s} + v_n \frac{\partial v_s}{\partial n} = \nu \frac{\partial^2 v_s}{\partial n^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial s} + \frac{\partial v_n}{\partial n} = 0$$

$$G = 2\pi R \sin \frac{s}{R} \int_0^{\delta} v_s dn \quad (4)$$



Фиг. 3

Используя тождество

$$v_n \frac{\partial v_s}{\partial n} = \frac{\partial (v_n v_s)}{\partial n} - v_s \frac{\partial v_n}{\partial n}$$

первое уравнение (3) преобразуем к виду

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial s} + \frac{\partial (v_n v_s)}{\partial n} = \nu \frac{\partial^2 v_s}{\partial n^2} \quad (5)$$

Введем обозначение $n / \delta = \eta$, где δ — толщина струйки, обтекающей шар. Проинтегрируем уравнение (5)

$$\frac{d}{ds} \int_0^{\delta} v_s^2 dn = \nu \frac{\partial v_s}{\partial n} \Big|_0^{\delta} \quad (6)$$

Выразим скорость в виде

$$v_s = a\eta + b\eta^2 + c\eta^3 \\ \partial^2 v_s / \partial \eta^2 = 0 \quad \text{при } \eta = 0, \quad b = 0$$

Из граничных условий находим коэффициент c

$$c = -1/3 a, \quad [\partial v_s / \partial \eta]_{\eta=1} = 0, \quad v_s = a(\eta - 1/3 \eta^3)$$

Считая в точке s_0 скорость равной начальной $v(s_0) = v_0$, $s_0 \approx r_0$, запишем $a(s_0) = 3/2 v_0$ (фиг. 3).

Задача сводится к нахождению a и δ , для определения которых имеем два уравнения, полученные из уравнений (6) и (4) подстановкой выражения для v_s

$$\frac{d}{ds} a^2 \delta \int_0^1 \left(\eta - \frac{1}{3} \eta^3\right)^2 d\eta = -v \frac{a}{\delta} \quad (7)$$

$$2\pi R \sin \frac{s}{R} \delta a \int_0^1 \left(\eta - \frac{1}{3} \eta^3\right) d\eta = G \quad (8)$$

или

$$\frac{d}{dx} (a^2 \delta) = -\frac{\lambda a}{\delta}, \quad a \delta = \frac{k}{\sin x} \\ \frac{s}{R} = x, \quad \frac{315vR}{68} = \lambda, \quad \frac{6G}{5\pi R} = k$$

Исключая δ , найдем

$$\frac{d}{dx} \frac{ka}{\sin x} = -\lambda \frac{a^2 \sin x}{k}$$

После некоторых преобразований получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dy}{dx} = -my^2 \sin^3 x \quad \left(y = \frac{a}{\sin x}, \quad m = \frac{\lambda}{k^2}\right)$$

Оно имеет решение

$$1/y = m(1/3 \cos^3 x - \cos x) + C$$

Удовлетворяя начальному условию $a(x_0) = 3/2 v_0$, $x_0 = s_0 / R$, находим a

$$a = \frac{\sin x}{m(1/3 \cos^3 x - \cos x) + 2/3((s_0/v_0R) + m)}$$

Следовательно

$$a_1 = \frac{\sin x_1}{m(1/3 \cos^3 x_1 - \cos x_1) + 2/3((s_0/v_0R) + m)}$$

Учитывая, что $x_1 = \pi - x_2$ для малых x_2 , где $x_2 \approx r_1 / R \approx s_2 / R$, r_1 — конечный радиус струи, находим a_1 в виде

$$a_1 = \frac{x_2}{2/3(2m + s_0/v_0R)}$$

Расход для начального сечения струи выражается как $G = \pi r_0^2 v_0$, для конечного сечения $G = \pi R^2 x_2^2 2/3 a_1$. Исходя из условия постоянства рас-

хода, приравниваем эти два выражения и находим значение конечного радиуса струи через начальные параметры

$$r_1 = \left(r_0^3 + \frac{6.45\nu R^4}{r_0^2 v_0} \right)^{1/3} \quad (9)$$

Применяя теорему о сохранении количества движения и используя выражения (2) и (9), вычисляем реакцию струи при нецентральной обтекании шара

$$\int \rho v v_n d\sigma = F$$

Сила, возвращающая шар в состояние равновесия, направленная по оси x , выражается как

$$F_x = \pi \rho r_0^2 v_0^2 (r_0 / r_1)^2 \sin \kappa$$

Сила сопротивления шара в струе

$$F_y = \pi \rho r_0^2 v_0^2 [1 - (r_0 / r_1)^2]$$

Коэффициент сопротивления, рассчитанный по формуле

$$\zeta = 8F_y / \rho v_0^2 \pi d^2$$

для тонкой струи, совпадает с экспериментальными данными. Расчетные данные для угла отклонения оси струи от вертикали и стабилизирующей силы при различных углах отклонения вполне удовлетворительно совпадают с экспериментальными (фиг. 1, в, з).

Автор благодарен М. А. Гольдштику за помощь, оказанную при проведении работы.

Поступила 6 III 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А. О некоторых задачах движения жидкости при наличии свободных поверхностей. ПММ, 1966, т. 30, вып. 1.
2. Исатаев С. И. О турбулентном следе за плохо обтекаемым телом. Труды совещания по прикладной газовой динамике, Тезисы докладов, Алма-Ата, Изд-во АН КазССР, 1956.
3. Вулис Л. А., Кашкаров В. П. Теория струй вязкой жидкости. М., «Наука», 1965.
4. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
5. Birkhoff G., Zagarantonello E. H. Jet, wakes and Gavities. N. Y., Acad. Press, 1957. (Рус. перев.: Струи, следы и каверны. М., «Мир», 1964.)